

光ファイバ終端からの放射遠視野像の画像処理解析

白崎 智義*・栗林 高広**・白崎 博公***

A Study on Image Analysis of the Far Field Radiation from the Optical Fiber End

Chiyoshi SHIRASAKI・Takahiro KURIBAYASHI・Hirokimi SHIRASAKI

Far field patterns in LP mode radiated from the end of optical fiber are analyzed in two and three dimensions.

In order to give profound understanding, a method to extract the edge line of vertical cutting plane passing through the center of a far field pattern is studied.

By this method, an empirical curve that is nearly equal to the theoretical curve of LP mode is obtained.

1. まえがき

これまで、光ファイバの終端から放射された直線偏光(LP)モードの遠視野像を平面及び空間の両面から解析する研究をしてきた⁽¹⁾。今回はこの解析を一層深める為の手段として、遠視野像の中心を通る垂直切断面をとり、その面の外形線つまり輪郭線を抽出する方法を考えた。これによって、LPモードの画像解析用理論を根拠付けるところの近似実験曲線を得ることが出来たので報告する。

2. 解析

(1) 特性方程式

研究に使用した光ファイバは、半径 $a=0.5\mu\text{m}$ 、屈折率 $n_1=14.562$ の均一コア、屈折率 $n_2=14.525$ の均一クラッドのSI型である。そして、コア、クラッド間の屈折率差は非常に小さく、しかも屈折率勾配も小さいので、弱導波近似解析が出来るものと考え、この条件下で、以下述べる理論解析⁽²⁾⁽³⁾を行った。

光ファイバ内の電磁界における $E_0(r, \theta)$ 、 $H_0(r, \theta)$ を、横方向の成分 $E_t(r, \theta)$ 、 $H_t(r, \theta)$ と縦方向の成分 $j_z E_z(r, \theta)$ 、 $j_z H_z(r, \theta)$ に分けると次式が得られる。

$$E_0(r, \theta) = E_t(r, \theta) + j_z E_z(r, \theta) \quad (1)$$

$$H_0(r, \theta) = H_t(r, \theta) + j_z H_z(r, \theta)$$

この式を、次の電場と磁場の相互作用に関するMaxwellの方程式

$$\nabla \times E = -j\omega\mu_0 H \quad (2)$$

$$\nabla \times H = j\omega\varepsilon(r)E$$

$$\nabla \cdot \varepsilon(r)E = 0$$

$$\nabla \cdot \mu_0 H = 0$$

に代入して、整理すると、

$$\nabla^2 E_t + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) E_t + \nabla \left((\nabla \varepsilon / \varepsilon) \cdot E_t \right) = 0 \quad (3)$$

$$\nabla^2 H_t + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) H_t + (\nabla \varepsilon / \varepsilon) \times (\nabla \times H_t) = 0$$

*電気工学科 **電気工学科大学院2年 ***玉川大学電子工学科

ここで、式中の屈折率の勾配 ($\nabla \varepsilon / \varepsilon$) が1に比し十分小さい場合を考えると、上式は、

$$\begin{aligned} \nabla^2 E_t + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) E_t &= 0 \\ \nabla^2 H_t + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) H_t &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。

電磁界の横方向成分 $E_t(r, \theta)$ 、 $H_t(r, \theta)$ を、更に x 成分 (E_x, E_y) と y 成分 (H_x, H_y) に分解すると、次のようになる。

$$\nabla^2 E_x + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) E_x = 0 \quad (5)$$

$$\nabla^2 E_y + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) E_y = 0$$

$$\nabla^2 H_x + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) H_x = 0 \quad (6)$$

$$\nabla^2 H_y + (\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2) H_y = 0$$

ここで、式(5) が示す電界だけを考えることにする。

$$E_t(r, \theta) \text{ を } E_t(r, \theta) = R(r)\Theta(\theta) \quad (7)$$

のように、 r と θ の関数の積と考えると、これを式(5)に代入して整理すると、次のような θ 及び r だけの常微分方程式が得られる。

$$\frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + \varrho^2 \Theta = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(\omega^2 \varepsilon \mu_0 - \beta^2 - \frac{\varrho^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (9)$$

これを解くと、

(a) $r \leq a$ の時、

$$R(r) = A J_0(ur/a) \quad (10)$$

ここで、 u はコア内の正規化横方向伝搬定数で、次の関係式がある。

$$u = \kappa a : \kappa = (n_1^2 k^2 - \beta^2)^{1/2} \quad (11)$$

そして、 β は規格化伝搬定数である。

(b) $r \geq a$ の時、

$$R(r) = C K_0(wr/a) \quad (12)$$

ここで、 w はクラッド内の正規化横方向減衰定数で、次の関係式がある。

$$w = \gamma a : \gamma = (\beta^2 - n_2^2 k^2)^{1/2} \quad (13)$$

尚、 $k = \omega(\varepsilon_0 \mu_0)^{1/2}$

$$(14)$$

で、式中の各変数は次の通りである。

角周波数 (ω , $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$)

真空の誘電率 ($\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$)

真空の透磁率 ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$)

媒質の比誘電率 (ε_s , 真空中では1)

媒質の比透磁率 (μ_s , 真空中では1)

次に、コア-クラッド境界 ($r = a$) で、 R 及び dR/dr が連続であるとの条件を取り入れると、まず、

(7) 境界位置では、式(10), (12) の $R(a)$ 値は共に等しいから、

$$[A J_0(ur/a)]_{r=a} = [C K_0(wr/a)]_{r=a}$$

これを整理すると、

$$A/C = K_0(w) / J_0(u) \quad (15)$$

(1) さらに、 $R(a)$ 値の微係数も等しいから、

式(10)より、 $[R'(r)]_{r=a} = [AJ_2'(u)] = (uA/a) J_1'(u)$

式(11)より、 $[R'(r)]_{r=a} = [CK_2'(w)] = (wC/a) K_1'(w)$

ここで、右辺の式はともに等しいとおいて、

$$(uA/a) J_2'(u) = (wC/a) K_2'(w)$$

となる。これを整理して、

$$A/C = (wK_2'(w)) / (uJ_2'(u)) \quad (16)$$

(ウ) ここで、式(15), (16)の右辺同士は、当然等しいから、

$$K_2(w) / J_2(u) = (wK_2'(w)) / (uJ_2'(u))$$

$$\text{よって、} \quad \frac{uJ_2'(u)}{J_2(u)} = \frac{wK_2'(w)}{K_2(w)} \quad (17)$$

ここで、次のベッセル関数の公式⁽⁴⁾を利用して、

$$2J_n'(z) = J_{n-1}(z) - J_{n+1}(z) \quad (18)$$

$$2(n/z)J_n(z) = J_{n-1}(z) + J_{n+1}(z)$$

$$-2K_n'(z) = K_{n-1}(z) + K_{n+1}(z)$$

$$-2(n/w)K_n(z) = K_{n-1}(z) - K_{n+1}(z)$$

式(17)を整理すると、次式のように、特性方程式の一般式が得られる。

$$\frac{uJ_{2-1}(u)}{J_2(u)} = - \frac{wK_{2-1}(w)}{K_2(w)} \quad (19)$$

尚、この式の左辺はコア内のモード分布に関係し、右辺はクラッド内のモード分布に関係している。そして、この式は β の関数である。

各LPモードに対応する特性方程式は、例えば、

(7) LP₀₁の場合は、式(19)で $l=0$ とおいて、

$$\frac{uJ_{-1}(u)}{J_0(u)} = - \frac{wK_{-1}(w)}{K_0(w)} \quad (20)$$

ここで、 $J_{-1}(u)$ と $K_{-1}(w)$ は、次に示すベッセル関数の公式⁽⁴⁾

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \quad (21)$$

$$K_{-n}(z) = K_n(z)$$

より、

$$J_{-1}(u) = (-1)J_1(u) = -J_1(u) \quad (22)$$

$$K_{-1}(w) = K_1(w)$$

と変形出来るから、結局、式(20)は次のようになる。

$$\frac{uJ_1(u)}{J_0(u)} = \frac{wK_1(w)}{K_0(w)} \quad (23)$$

(4) LP₁₁の場合は、式(19)で $l=1$ とおけば、

$$\frac{uJ_0(u)}{J_1(u)} = - \frac{wK_0(w)}{K_1(w)} \quad (24)$$

となる。

このようにして、各LPモード別に特性方程式を作ることが出来る。

(2) 規格化伝搬定数 (β)

次に、式(18)の両辺の差をとった式は、当然 β の関数となるから、

$$f(\beta) = \frac{uJ_{\nu-1}(u)}{J_{\nu}(u)} + \frac{wK_{\nu-1}(w)}{K_{\nu}(w)} \quad (25)$$

とおくことが出来る。

そこで、

$$f(\beta) = 0 \quad (26)$$

を満足する β を二分法で求める。

そして、この β 値と式(11)、(13)とから、コア内の正規化横方向伝播定数(u)とクラッド内の正規化横方向減衰定数(w)の値を算出する。

この u, w 値は放射光度式の理論計算に必要である。

これまでに出てきた式中で扱っている J は第1種ベッセル関数、 K は変形第2種ベッセル関数、 I は第1種変形ベッセル関数で、添え字の数字はベッセル関数の次数を表す。そして、本研究で利用したベッセル関数の公式⁽⁴⁾は次のものである。

$$J_{\nu}(z) = (z/2)^{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z/2)^{2n}}{n! \cdot (\nu+n)!} \quad (27)$$

$$K_{\nu}(z) = (-1)^{\nu+1} I_{\nu}(z) (\gamma + \log(z/2)) + \frac{(-1)^{\nu}}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{\nu+2k}}{k! \cdot (\nu+k)!} \left[\sum_{m=1}^k (1/m) + \sum_{m=1}^{\nu+k} (1/m) \right] \\ + (1/2) \sum_{r=0}^{\nu-1} (-1)^r \frac{(n-r-1)!}{r!} (z/2)^{2r-n} \quad (28)$$

$$I_{\nu}(z) = (z/2)^{\nu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z/2)^{2n}}{n! \cdot (\nu+n)!} \quad (29)$$

尚、上の公式を利用する際は、 $J_{\nu}(z)$ の z は $z = \kappa \rho$ 、 $K_{\nu}(z)$ の z は $z = j \gamma \rho$ とする。

(3) 放射光度式

スクリーンに投影された遠視野像の放射光度の理論式は、図1が示す理論解析図と、フラウンホーファの近似式とから誘導する⁽⁵⁾。

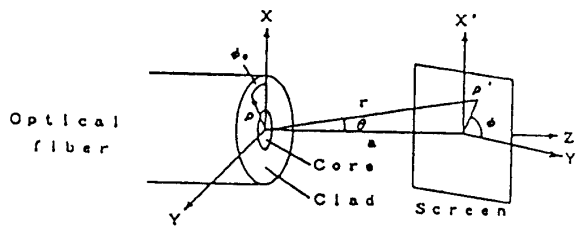


図1 解析座標系

まず、光ファイバの出力端の位置における光度式は次の通りである。

$\rho < a$ に対して、

$$\Psi_0(\rho, \phi_0) = A J_m(\kappa \rho) \cdot \cos(m\phi_0) \quad (30)$$

$\rho > a$ に対して、

$$\Psi_0(\rho, \phi_0) = A \frac{J_m(u)}{K_m(w)} K_m(j\gamma \rho) \cdot \cos(m\phi_0) \quad (31)$$

ここで、 m はLP_mモードを対象とした場合の m の数値を表す。
上の式を、下に示す円筒座標系のフラウンホーファの近似式

$$\Psi_0(\rho, \theta, \phi) = \frac{je^{ikr}}{\lambda r} \int_0^{2\pi} \int_0^a \psi_0(\rho, \phi_0) \cdot \exp\{jk\rho \sin\theta \cdot \cos(\phi - \phi_0)\} \rho d\rho d\phi \quad (32)$$

に代入すると、LP₀₁、LP₁₁各モードに対する放射光度式⁽¹⁾が次のように得られる。

(a) LP₀₁モードにおける放射光度式は、

$$|\Psi_{01}|^2 = \left[\frac{U \cdot J_1(u)}{(U^2 - \alpha^2) \cdot (W^2 + \alpha^2)} \cdot \left\{ J_0(\alpha) - \frac{\alpha \cdot J_1(\alpha) \cdot J_0(u)}{U \cdot J_1(u)} \right\} \right]^2 \quad (33)$$

(b) LP₁₁モードにおける放射光度式は、

$$|\Psi_{11}|^2 = \frac{J_0(u) \cdot U^2 \cdot W^2}{J_1(u) \cdot (U^2 - \alpha^2) \cdot (W^2 + \alpha^2)} \cdot \left\{ J_1(\alpha) - \frac{\alpha \cdot J_0(\alpha) \cdot J_1(u)}{U \cdot J_0(u)} \right\}^2 \quad (34)$$

ここで、 $\alpha = k a \sin\theta$

上の理論式(33)からLP₀₁モード、(34)からLP₁₁モードの理論曲線をグラフィックス表示すると、それぞれ図2、図3の通りである。尚、図3は合成の一例として、LP₀₁を14% LP₁₁を86%とした場合を示したものである。

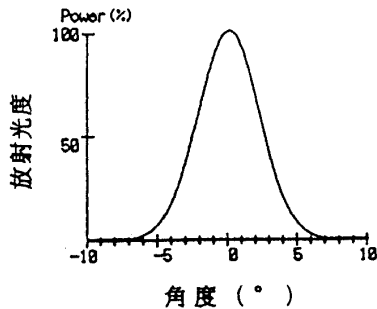


図2 LP₀₁モードの理論曲線

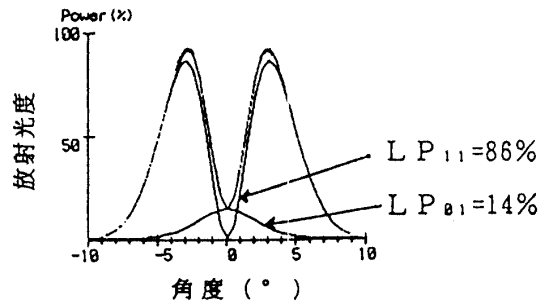


図3 LP₁₁モードの理論曲線

ここで、LP_mの m と l は、次の意味を持っている。

(ア) m は「周囲方向に回転して観察した時の E_x または E_y の変化の数」を表す。

(イ) l は「コア内で半径方向に現れる電磁界の変化(山と谷)の数」である。

3. 実験

(1) 実験装置の概略を模式化した図を図4に示した。実験に使用した石英系SI光ファイバの特性は、開口数0.18、長さは2mである。コアの直径(2a)は10μmで屈折率(n_1)は1.4562、クラッドは直径125μmで屈折率(n_2)は1.4525である。放射光は波長0.6328μmのHe-Neレーザーで、その放射距離は10cmである。

モードスクランブラはクラッド成分を減衰化し、コア成分のみを完全に取り出し、偏光板は直線偏光のみを取り出す為のものである。

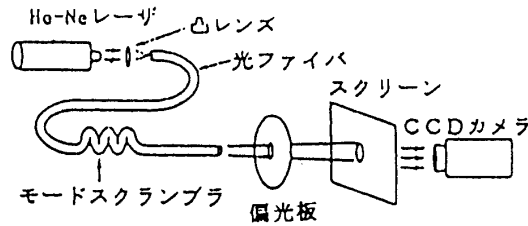
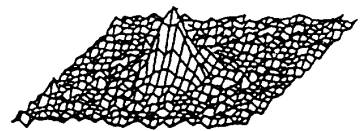


図4 実験装置の模式図

スクリーンに投影された遠視野像は、基本的には純粹のLP₀₁、LP₁₁、LP₂₀等のモードが見られる筈であるが、実際にはこれらの合成画像と思われるものが見られる。そこで、実験で得られた画像のLPモードにはすべて疑似をつけて呼ぶことにした。例えば、LP₁₁モードらしいと思われる画像データを擬似LP₁₁と呼ぶことにした。擬似LP₀₁モードの画像は図5、擬似LP₁₁モードの画像は図6に示す通りである。尚、それぞれに平面並びに立体の画像を示しておいた。



(a)平面画像



(b)立体画像

図5 擬似LP₀₁モード遠視野像



(a)平面画像



(b)立体画像

図6 擬似LP₁₁モード遠視野像

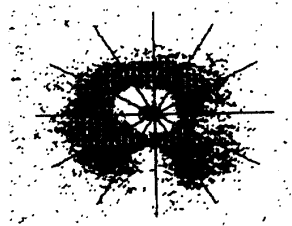
(2) 画像処理の技法として工夫した点は次の通りである。

- a. 画像を構成する画点の濃度の抽出は移動平均法を用いた。これは、ある画点Pの濃度をそのP点の周辺濃度(3 X 3マトリックス)の平均値とする方法である。
- b. 輪郭線等のアナログ的連続線を画面上に表示する場合、この線上の点すべてが画面を構成する画素の点位置に重なるとはいえない。その為、画点からずれている点の濃度は、この点の近傍で一番近い画点の濃度を取り入れる最近傍法を用いた。
- c. LPモード画像の中心を設定する方法として、まず排他的論理和の線で自転する円を描きながら上下左右に移動させ、この円の中心が丁度モード画像の中心と思われる箇所を捜し出すという方法をとった。
- d. 遠視野像の真の姿を見る為の工夫として、空間図形の表示を試みた。そして、それを周りから見た濃度ヒストグラムを作成し、これを利用して実験曲線を求めた。

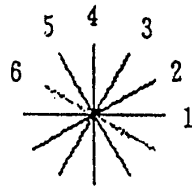
(3) 次に、それぞれのモードについての実験結果を述べる。

- a. 擬似LP₀₁モードの場合

図5(a)の実験遠視野平面画像の中心を設定したあと、この点を通るようにして30度の角度間隔で6本の方向線を設定する(図7a)。尚、同図(b)のように方向線に1,2,3,4,5,6の番号を付ける。そして各方向別の濃度ヒストグラムの形状を観測する。続いてこれを平滑化し、引き続き輪郭線を抽出したものを実験曲線とする。このようにして出来たすべての曲線を一つの画面内で重畳すると図8のようになった。ここで図には5曲線だけを示してある。尚、実験曲線の高さは、理論曲線との対比の関係上すべて正規化してある。



(a) 6本の方向線



(b) 方向番号

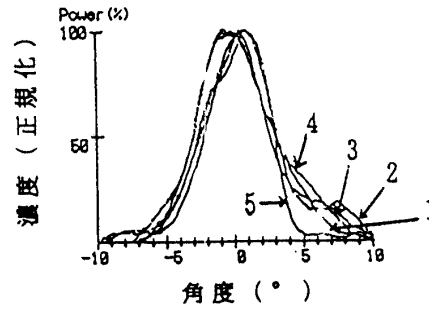


図8 5本の実験曲線を重畳

更に、図8内の一つ(例えば方向番号3)の実験曲線と図2に示す理論曲線とを重ね合わせ、両者の比較を試みたのが図9である。これによると、両者の間には、曲線の片側で多少の違いが見られるものの、曲線の形状全体としてはほぼ一致していることが分かる。

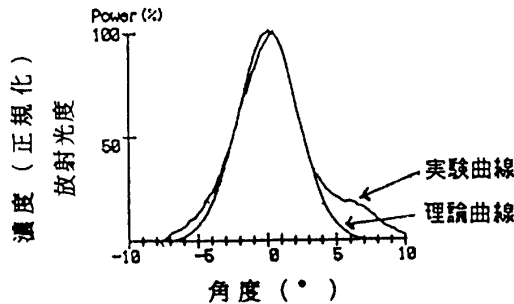


図9 実験曲線と理論曲線との対比

b. 疑似LP₁₁モードの場合

図10は、LP₁₁モードを主成分とする疑似LP₁₁モードの平面画像(図6(a))上に6本の方向線を書き入れたものである。ここで、中心点の位置は、モード図形の中心と思われる箇所を推測しマウスで設定する。

図10の中で、6番の方向線を除く他の5本の線が示す各位置の濃度ヒストグラムを平滑化した図形の輪郭から得た線をすべて重ね合わせたのが図11である。

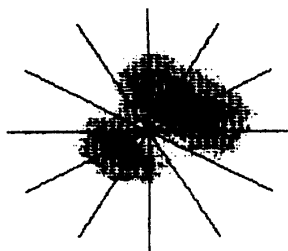


図10 疑似LP₁₁モード上の方向線

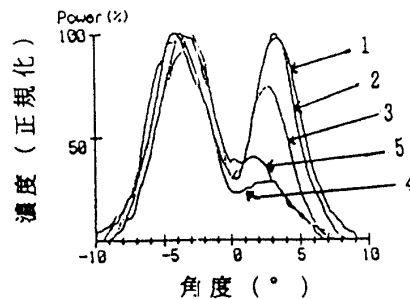


図11 方向別濃度曲線の重ね合わせ

図12はLP₁₁とLP₀₁の両モードを合成して得られた理論曲線である。一例として図11の中から任意の実験曲線(例えば、方向番号2)を取り出して、図12の理論曲線と対比させたのが図13である。この曲線対比から次のようにして、疑似LP₁₁モード内に含有されているLP₁₁とLP₀₁の両モードの混合割合が計測出来る。

図13の実験曲線の形状に出来るだけ近づくまで、図12において、LP₀₁とLP₁₁の混合割合を適当に変化させては合成曲線を順次変形していく。合成の都度この曲線が即時に図13の実験曲線に重畳するので二曲線の近似状況が直視できるようにしてある。この結果から、実験曲線に含有する両モードの混合比が計測できる。この方法で、図13の場合はLP₀₁が25%、LP₁₁が75%含まれているものと一応考えた。

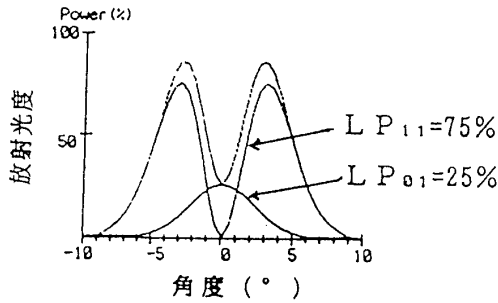


図12 LP₀₁とLP₁₁の両モードの理論合成

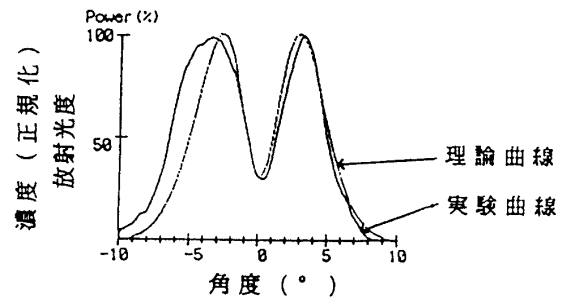


図13 実験曲線と理論曲線との対比

4. あとがき

今回の疑似LP₀₁と疑似LP₁₁の両モードを対象にした研究では、理論と実験の両曲線の形状がほぼ近似する場合の存在が認められた。尚、モード画像の中心点位置の設定の僅かの違いによって実験曲線の形状が違って来るので、この点についても更に検討したいと考えている。

また、研究の対象をLP₀₁とLP₁₁の両モードに限定してあるので、これ以外のモードに関しては研究中である。

謝辞

画像データの作成、画像処理等本研究の推進にあたり、多大の御協力を頂いた白崎研究室の卒研 中本琢也、藤岡亮仁の両氏に厚く感謝します。

文献

- (1) 白崎博公、広瀬敦義、福島晶、白崎智義：“光ファイバからの遠方場放射パターンの画像処理解析Ⅲ”、電子情報通信学会春季総合大会、1995、C-307
- (2) 大越孝敬、岡本勝就、保立和夫：光ファイバ、第4章、オーム社、1981
- (3) 森下克己：光ファイバ、第3章、朝倉書店、1993
- (4) 森口繁一、宇田川銚久、一松 信：数学公式、第IV篇、岩波書店
- (5) Raymond K. Boncek and Daniel L. Rode：“Far-Field Radiation and Modal Dispersion of 1310 nm Dispersion-Optimized Fiber at 850 nm”, J. Lightwave Technol., 9, 1, p.18(1991)
- (6) 白崎智義、栗林高広、白崎博公：“光ファイバ”終端からの放射遠視野像の画像処理解析(1)”、電気関係学会北陸支部連大 1995、F-80
- (7) 白崎智義、栗林高広、白崎博公：“光ファイバ”終端からの放射遠視野像の画像処理解析(2)”、電気関係学会北陸支部連大 1995、F-81
- (8) 栗林高広、白崎智義、白崎博公：“光ファイバからの放射遠視野像の画像処理解析”、電気関係学会北陸支部連大 1995、1-10

(平成7年12月8日受理)