

音楽におけるゆらぎ

山 口 千 里*

Frequency Fluctuations of Music

Chiri Yamaguchi

Frequency fluctuations in next step each other in several musical notes have been analysed using discrete Fourier transform, and power spectral densities have been obtained. The appearance of so called $1/f$ fluctuation has been confirmed in all of the music analyzed. Moreover, three types of music have been composed based on the random numbers with $1/f^0$, $1/f$, and $1/f^2$ fluctuations generated by a computer.

1. 緒言

宇宙の創生以来この世の中の全てのものは、変化の速度や振幅には差があるものの、常に変化している。ゆるやかな変化は「ゆらぎ」という言い方をされ、自然界のゆらぎ（いわゆる $1/f$ ゆらぎ）現象の不思議については武者[1]に詳しく、かつ平易に解説されている。この著書によると、良く知られている電気抵抗体の熱雑音による抵抗体両端の電圧変動の他に、氷河や湖底の堆積物から推定した気温の季節的変動、高速道路を走る自動車の流量の変動、人間の心拍周期の変動、音楽における音響パワーや周波数変動、絵画における濃度パターンの変動、宇宙線強度の時間的変動、等々、多くの変動のスペクトルが紹介されている。

武者によると、自然界に存在する種々のゆらぎ現象をスペクトルで分析すると、大体、 $1/f^0$ 、 $1/f$ 、 $1/f^2$ の三種類になる。 $1/f^0$ はランダムなゆらぎで「白色ゆらぎ」とも言われる。電子工学における白色雑音はこれに相当し、その発生機構は良く理解されている。しかし、 $1/f$ はありとあらゆるところに存在しているにも拘わらず、その原因ははっきりと解明されていない。本論文では、音楽における $1/f$ ゆらぎを取り上げた。

音楽には、聴く人により心地の良いと感ずる音楽もあれば、不快だと感ずる音楽もある。クラシックスは好きだけど、ジャズはどうもうるさいとか、クラシックスもジャズも好きだけど演歌だけは苦手だと言う人もいれば、全く逆の人もいそうである。はたして、誰が聴いても心地の良い音楽というものは存在するのであろうか。

* 経営工学科

もし、そうだとすれば、その音楽を記述する音響パワー（強弱）、周波数（音の高低）、時間変化（音同士の間隔）は数学的にどのように表されるであろうか。ここでは基礎的研究として、日本の箏曲と西洋のヴァイオリン曲における音程変動についてそのパワースペクトルを調べた。また、自然界の $1/f^0$ 、 $1/f$ 、 $1/f^2$ の音程ゆらぎを持つ曲を計算機で作曲し、その一部を紹介した。

2. 離散Fourier変換

どのような複雑な波も、周期を持った単純な波（正弦波、余弦波）の足し合わせで表現できる（Fourier展開）。連続な波を区切って $f(t)$ を離散的に並べ、それをFourier展開したものが、離散Fourier展開である。ある周波数スペクトルを分析するには、一定間隔でスペクトル強度を測定し、そのデータを離散Fourier変換すればよい。即ち、時間列からなるデータを取り込み、データの周波数成分に変換する。

ここでは、Mathematica 3.0を用いて離散Fourier変換を行う。Mathematicaでは、長さが n のリスト a_n のFourier変換 b_n を以下の式で表す。

$$b_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{r=1}^n a_r e^{2\pi i(r-1)(s-1)/n} \quad (1)$$

この表記法は物理学でよく使われる表記で符号が決められており、電子工学で使われる表記とは逆になっている。

2.1 宮城道雄の「春の海」のパワースペクトル分析

まず、宮城道雄作曲の箏曲「春の海」をヴァイオリンによる演奏用に宮城衛が編曲した楽譜（ハ長調、Lento、龍吟社

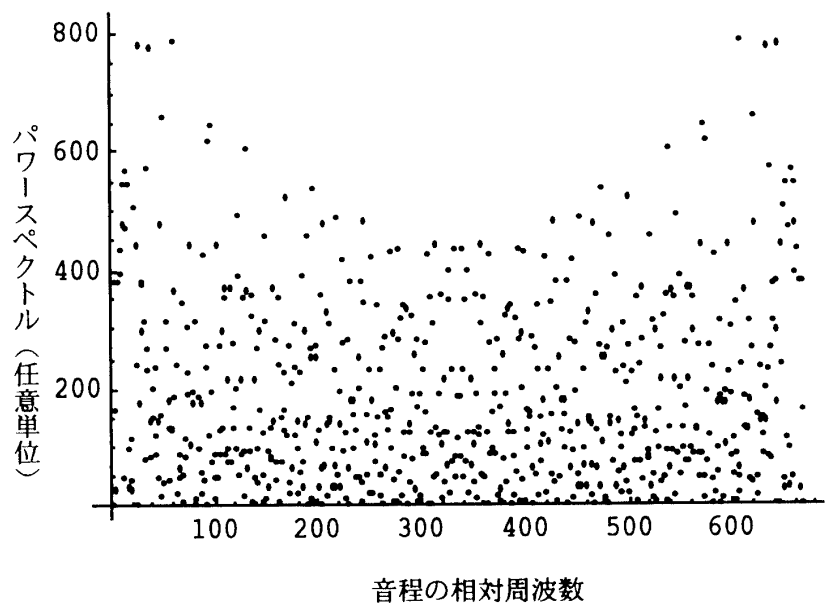


図1 宮城道雄の「春の海」の相対周波数に対するパワースペクトル（Fourie変換の絶対値の二乗で、左右対称になる）。

(1970年)) における隣り合う音の音程に相当する相対的周波数のパワースペクトルを分析した。パワースペクトルはFourier変換の絶対値の二乗で表される。ハ長調で書かれたこの編曲譜中の音の数は装飾音符も入れて669個あり、その最低の音程は E^1 (中央のミ、329.63Hz)、最高音はの G^3 (E^1

の2オクターブ上の群のソの音、1568.0Hz) である。相対音程データは十二平均率を用いて表した。ちなみに、NHKの時報は440Hzと880Hzで行われている。

離散Fourier変換したデータは、図1に示すように左右対称になるが、意味のあるのはその半分である。そこで、この図の左半分を両対数グラフにプロットした結果を図2に示す。図2には $1/f$ と $1/f^2$ の傾きを付け加えてある。この図から見ると、「春の海」のパワースペクトルは $1/f$ よりはやや傾きが滑らかなようである。この曲は、同じ旋律やアルペッジョ (arpeggio) を1オクターブ変えて奏でさせる部分が何箇所か出てくる。

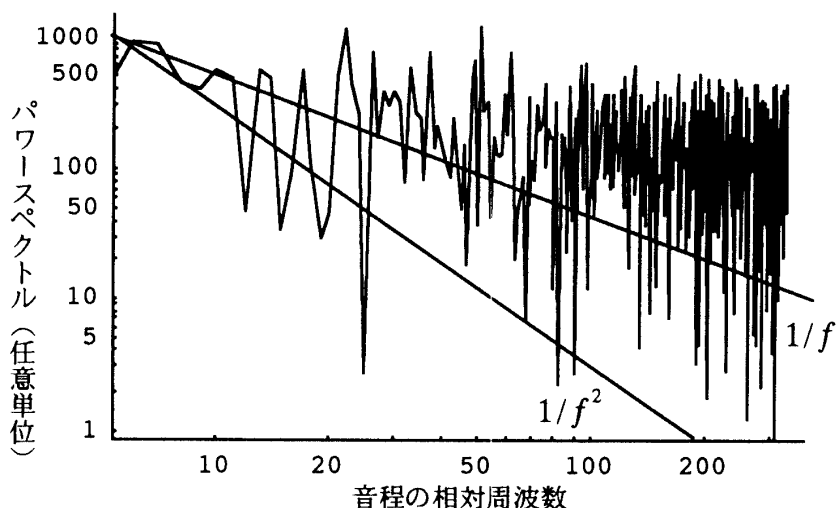


図2 宮城道雄の「春の海」の相対周波数に対するパワースペクトル

2.2 Massenetの歌劇「Thais」の瞑想曲のパワースペクトル分析

同様にして、Massenet作曲の歌劇「Thais」の瞑想曲 (二長調、Andante Religioso) のヴァイオリン譜のパワースペクトル分析を行った。この曲の音符数は323個とやや少ない。最低音はA (220.0Hz)、最高音はその丁度3オク

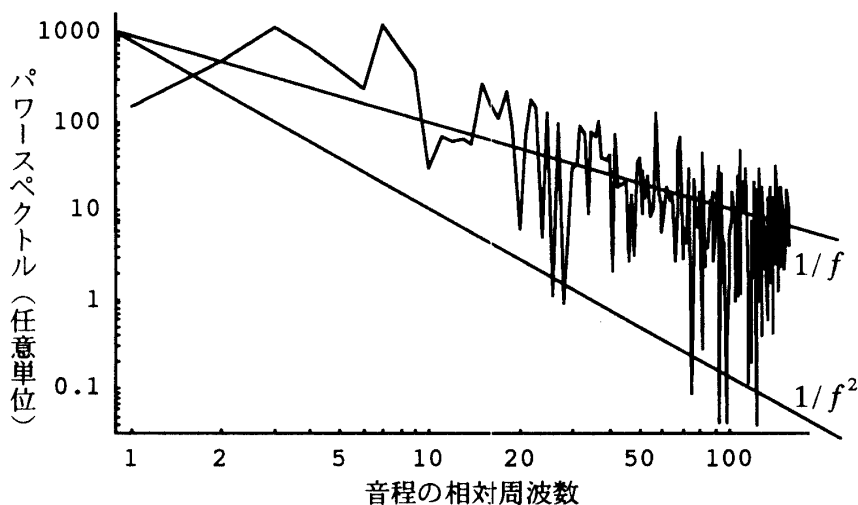


図3 Massenetの歌劇「Thais」の瞑想曲のパワースペクトル

ターブ上の A^3 (1760.0Hz) である。相対音程のパワースペクトルは図3のようになった。「春の海」よりもかなりよく $1/f$ の傾きを示している。この曲は旋律が奇麗で、次に紹介するBachのCiacconaに数多く現れるようなアルペッジョはあまり頻繁には出て来ない。

2.3 BachのCiacconaのパワースペクトル分析

同様に、Bachの有名な無伴奏ヴァイオリン・パルティータ第2番のシャコンヌ (Partita No.2、D minor、Ciaccona、二短調) における隣り合う音の音程に相当する相対的周波数のパワースペクトルを分析した。この曲 (図4) には出だしから重音がいくつも現れるが、これらに対しては主旋律を作る音を選んだ。全部で3179個の音符を選んだが、その中で最も低い音はヴァイオリンの出せる最低音のG (196Hz)、最も高い音は3オクターブ上の G^3 (1568Hz) であった。得られたパワースペクトルを図5に示す。全体

として $1/f$ の傾向を示している。高い周波数領域に幾つかの明確なピークを認める。初期解析の段階では、高周波数側の三つの大きなピークは89小節から120小節にかけての規則的アルペッジョによると思われる。

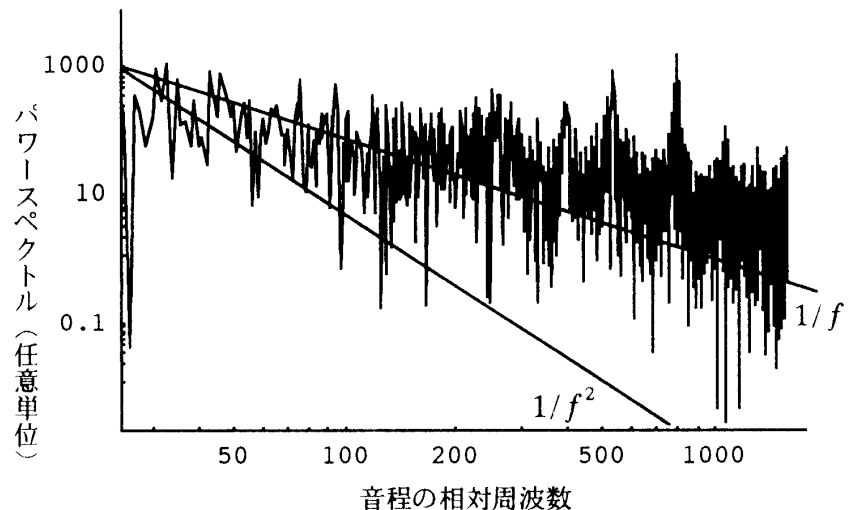


図5 BachのPartita No.2、D minor、Ciacconaのパワースペクトル

3. 乱数による作曲

文献 [1] にも紹介されているが、ここでは $1/f^0$ 、 $1/f$ 、 $1/f^2$ の三種類の重みを持つ乱数を計算機で発生させ、それを音に対応させて曲に仕上げた。 $1/f$ および $1/f^2$ の重みを持つ乱数の発生についてはGaylordらの方法 [2] を用いた。手順を簡単に紹介すると以下の通りである。

3.1 音のリストの作成

1939年5月ロンドンにおける国際会議で、 A^1 (=440Hz) を基準とする十二平均率を用いることを規定し、独唱、合唱、管弦楽など全ての音楽演奏でこの値を厳守することが定められた。Mathematicaの記述法では、十二平均率の音は以下の式で与えられる。これから、長音階又は短音階の音を拾い上げて、音のリストを作った。



図4 Bach 無伴奏ヴァイオリン・パルティータ第2番のシャコンヌ (Partita No.2、D minor、Ciaccona、二短調) のオリジナル楽譜の一部 (「6 Sonatas and Partitas for Violin Solo (Galamian) with facsimile of the autograph manuscript, Internatitlnal Music Co. New York」より転載)。

Table[N[440.0 $2^{(j/12)}$],{j,-25,24}]

(2)

3.2 $1/f$ 乱数の発生

ここでは、10個のサイコロを使って55個の音からなる音階から、1024個の音を拾い出す方法を紹介する。0から1023 ($= 2^{10} - 1$) までの数を2進法で考え、10ビットの各ビットを各サイコロに対応させる。数が0から増えて行くに従って、ビットは0から1へ、あるいは1から0へと反転する。その反転の度合いは下位ビット程頻繁で、例えば最下位ビットは常に変化する。その反転したビットに対応したサイコロのみを振り、10個のサイコロの目の和を計算する。今の場合、音の数は55個しかないので、 $(\text{mod } 54)+1$ を計算し、55番目の音が出たら1番目に戻ることとする。これを次の音のリストの番号とする。

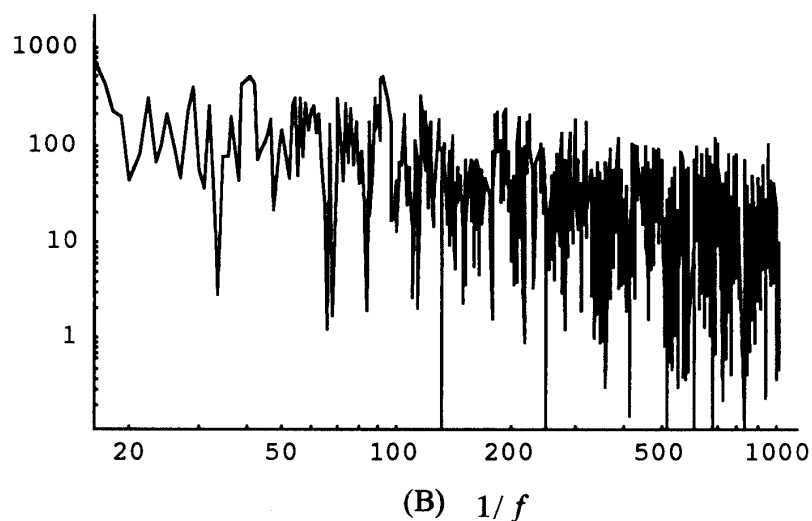
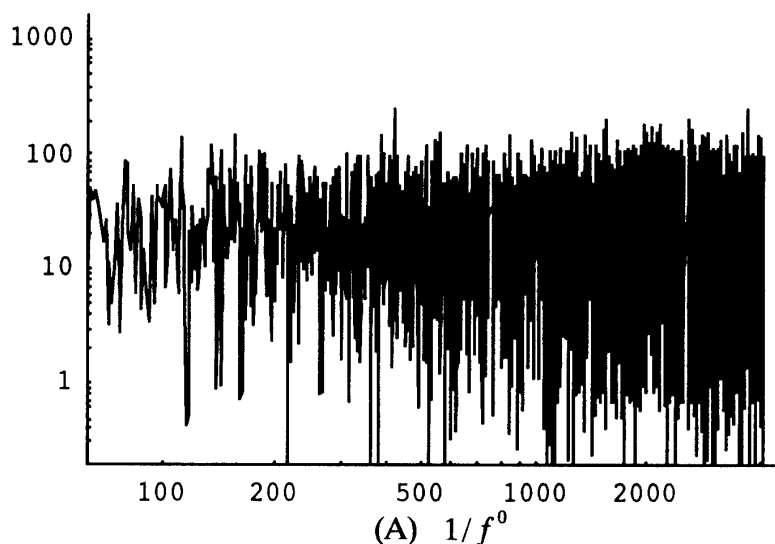
音の長さ（付点二分音符から十六分音符までの7種類）も、同様にして $1/f$ 乱数を用いて指定した。

3.3 $1/f^2$ 乱数の発生

$1/f^2$ の重みを持つ乱数は、 -2 と 2 の間で整数の乱数を必要な数だけ発生させて、あらかじめ音の移動する方向と大きさのリストを作っておく。このリストを基に、長音階または短音階、あるいは平均率の音階リストから対応する音を選びだし、曲にした。音の長さの指定は上と同様である。

3.4 作譜

作曲した三種類の曲の音程に関するパワースペクトルを図6に示す。こ



れを楽譜に写すにはアプリケーションソフトウェアであるMosaic v.1.43を用いた。Mosaicでは作譜した曲をMIDI (Musical Instruments Digital Interface) ファイルに変換でき、これをMIDIプレーヤで演奏することができる。楽譜に写した $1/f^0$ (ランダム)、 $1/f$ 、 $1/f^2$ の重みを持つ曲の一部を図7に示す。ソフトウェアの都合で、曲は小節には区切られていない。

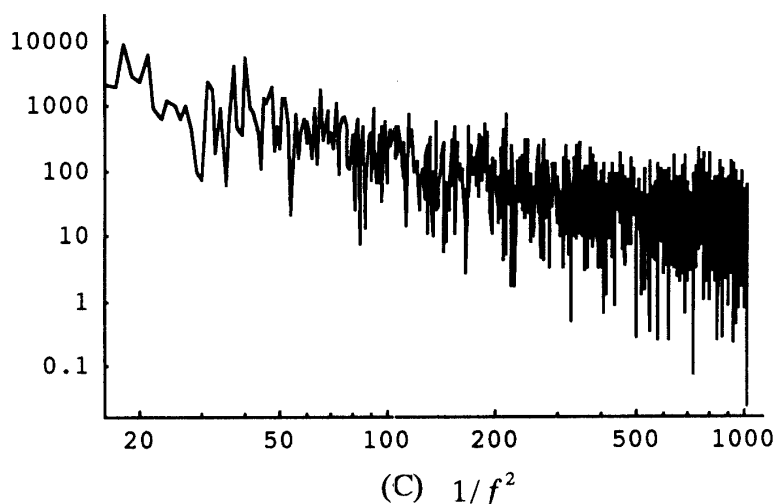


図6 計算機で発生させた $1/f^0$ 、 $1/f$ 、 $1/f^2$ ゆらぎを持つ乱数を用いて作曲した曲の、音程の相対周波数のパワースペクトル。横軸：相対周波数、縦軸：パワースペクトル

4. 結語


自然界には、いわゆる $1/f$ ゆらぎと呼ばれる現象が、至る所に見られる。本論文では、音楽における $1/f$ ゆらぎを取り上げ、三種類の楽曲の楽譜を基に、その隣り合った音の音程に相当する相対的周波数のパワースペクトルを分析した。その結果、いずれの曲においても $1/f$ ゆらぎを確認した。また、 $1/f^0$ 、 $1/f$ 、 $1/f^2$ の三種類の重みを持つ乱数を計算機で発生させ、それを音に対応させて曲に仕上げた。曲はMIDIファイルとして保存しMIDIプレーヤで演奏した。

Random Music

Violin
Yamaguchi

1/f Music

ViolinYamaguchi



1/f^2 Music

ViolinYamaguchi




図7 $1/f^0$ 、 $1/f$ 、 $1/f^2$ 乱数を用いて計算機で作曲した曲の一部

参考文献：

- [1] 武者利光、「ゆらぎの世界」、講談社、(1980年)。
- [2] R.J.Gaylord, S.N.Kamin, P.R.Wellin, "Introduction to Programming with Mathematica", TELOS/Springer-Verlag New York, Inc. (1993). (翻訳：榊原進、「Mathematicaプログラミング」、近代科学社、(1994年))。

(平成9年12月5日受理)