

# 多孔体を通る流体の流れとその透過率

段 野 勝\*

## Fluid Flow Through Porous Media and Its Permeability

Masaru DANNO

Many studies on the flow of fluid through porous media have been attempted at home and abroad. The authors also studied a few years ago gas flow through porous media. Most were based on Darcy's law. These studies were carried out regarding the relationship between gas and liquid flow, the so-called, "compressible and incompressible fluid through porous media." Due to these studies, it could be clarified that as the gas flow rate through porous media under certain conditions is known, the liquid flow rate through them under the same conditions could be estimated. Since the gas permeability measurement by means of putting the gas into porous media has already been studied, the measurement method by using a liquid is easily performed using the same method.

### 1、緒言

多孔体を通る流体の拡散、透過に関する分野には内外において古くから多くの研究が実施されてきている。特に圧縮性流体（ガス）の透過については石油工業や天然ガスの浸透流の分野において Darcy の法則を基礎として種々の解析がなされている。一方非圧縮性流体（液体）についても地下水流の問題解決のため Muskat <sup>(1)</sup> は種々の砂層について Darcy の法則に基づき解析を実施している。

この研究は圧縮性流体（空気）及び非圧縮性流体（水）の多孔体内の流れを理論的並びに実験的に検討を加え、両者の透過量の間の関係を見出だした。このことから圧縮性流体の透過量がわかれば、非圧縮性流体の透過量を知ることができる。すでに圧縮性流体（空気）を多孔体の自由面から圧入することにより、その圧入流量から透過率を求める研究を実施し、簡便な透過率の測定法を確立した。今回の研究から非圧縮性流体として水を圧入することにより砂層などの透過率を推定できることを見出だした。

### 2. 実験方法及び試料

流体の透過実験を行う多孔体供試試料はふるい分けをした 0.3~3.0 mm の間の 6 種類の平均

---

\* 機械工学科

径の砂を円筒形測定容器に均一になるように十分注意を払って充填した。この容器は内径 80 mm 長さ 950 mm の透明の亚克力製円筒の両端を流体出入り口を持つフランジを4本のボルトで固定したものである。ガスの流入側のフランジと砂の間には一様均等な厚さで木綿を詰め、流出側は金網を用い砂の流出を防いでいる。流入側に木綿を用いたのは砂粒で構成する多孔体内の流速分布を一様にするためである。多孔体内の流れによって生ずる圧力勾配を測定するため 600 mm の間隔をおいて圧力導出管が設けられていて、これに水柱マノメータを接続することにより測定した。

流体が気体の場合はコンプレッサによって圧力容器に空気を蓄え、減圧弁を通して測定容器に圧入した。容器から流出した空気は面積式流量計によって流量を測定した後大気中に放出した。このようにして空気の透過実験を行った後、非圧縮性流体として水を透過させる実験を行った。実験には絶えず水をオーバーフローさせているタンクによってヘッドを一定に保ち、測定容器を鉛直に置き、下部から水を流入させ流出した水を計量容器に受けて単位時間当たり流量を計測した。試料内の圧力損失は前記圧力導出管に生ずるヘッド差から求めた。流量を変えるにはオーバーフロータンクを上下させることによって行った。

### 3. 多孔体の透過率

多孔体内の流れの方向に  $x$  軸をとり、流体の圧力を  $p$ 、粘性係数を  $\mu$ 、多孔体を構成する砂粒の平均径を  $d$  及び流速を  $v$  とすれば Darcy の式は、

$$v = -\frac{k'}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} = -\frac{k d^2}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

$k'$  及び  $k$  は表しかたをかえた透過率で、種々の流体に対して共通の値を持つ。 $k$  は無次元の係数である。また流体の流れに対する抵抗係数を  $\kappa$  とすれば、圧力勾配  $dp/dx$  は次のように表すことができる。

$$-\frac{dp}{dx} = \kappa \frac{1}{d} \cdot \frac{\gamma v^2}{2} \quad (2)$$

ここで  $\gamma$  は流体の密度である。 $l$  を試料の長さ、 $\Delta p$  を圧力勾配及び  $\nu$  を流体の動粘度とし、抵抗係数  $\kappa \{= 2 d \Delta p / (l \gamma v^2)\}$  を縦軸にとり、 $Re (= d \cdot v / \nu)$  を横軸にとって示した実験結果は流体が空気の場合 Fig. 1 のようであり、水の場合は Fig. 2 のようである。図中の数字 (cm) は砂粒子の平均径を示す。また図中の直線部分については

$$\log \kappa = \log c - n \log Re$$

なる関係があり、(3) 式を得る。

$$\kappa \cdot Re^n = c \quad (3)$$

流体が空気と水の場合について指数  $n$  と砂の粒子径  $d$  の関係は Table 1 に示すようである。 $n$

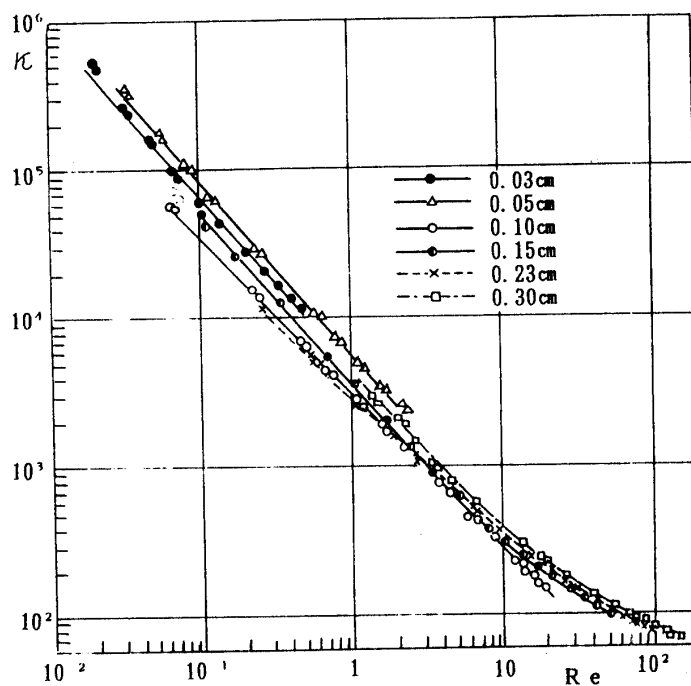


Fig.1 Relationship between  $\kappa$  and  $Re$  (Air)

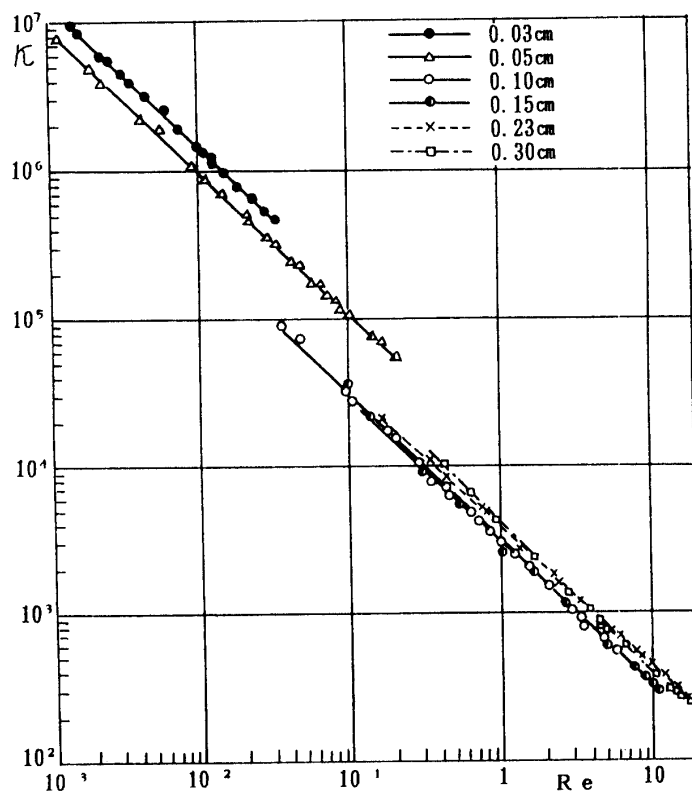


Fig.2 Relationship between  $\kappa$  and  $Re$  (Water)

の平均値は空気で  $Re \leq 10$  において 1.07 及び水の場合は 0.97 であった。Muskat は  $Re \leq 4$  では  $n = 1$  であることを示していて、幾分差異が認められた。いま  $n$  を 1 と近似し、 $c = 2 /$

k とおけば、

$$\kappa = \frac{c}{Re} = \frac{2\nu}{kdv} = \frac{2\mu}{kdv\gamma} \quad (4)$$

したがって、(2) 式より  $-dp/dx = \mu v/kd^2$  となり、これより (1) 式を得る。このことから Darcy の法則が成り立つ限界はわれわれの実験結果によればほぼ  $Re \leq 10$  であった。

Table 1 Relation between d and n

| d (cm)           | n (Air)  | n (Water)  |
|------------------|--|--|
| 0.03             | 1.09<br>$2 \times 10^{-2} < Re < 4.8 \times 10^{-1}$ | 0.98<br>$4 \times 10^{-4} < Re < 3.4 \times 10^{-2}$ |
| 0.05             | 1.09<br>$10^{-1} < Re < 2.2$                         | 0.97<br>$10^{-3} < Re < 2 \times 10^{-1}$            |
| 0.10             | 1.08<br>$7 \times 10^{-2} < Re < 19$                 | 0.99<br>$4 \times 10^{-2} < Re < 6.0$                |
| 0.15             | 1.14<br>$10^{-1} < Re < 6.0$                         | 0.97<br>$4 \times 10^{-2} < Re < 6.0$                |
| 0.23             | 0.97<br>$2 \times 10^{-1} < Re < 10$                 | 0.96<br>$1.5 \times 10^{-1} < Re < 16$               |
| 0.30             | 1.05<br>$1.0 < Re < 15$                              | 0.97<br>$4 \times 10^{-1} < Re < 18$                 |
| Mean Value,<br>n | 1.07   | 0.97   |

つぎに圧縮性流体（空気）が多孔体内を流れる流量と、非圧縮性流体（水）が同一条件で流れる場合の両者の流量の間関係をもとめる。水が単位面積当たり流れる流量  $q_w$  は圧力変化による密度変化は無視できるので、その粘度を  $\mu_w$  とすれば、

$$q_w = -\frac{k d^2}{\mu_w l} (p_1 - p_2) \quad (5)$$

ここで添字 1, 2 は多孔体内において距離  $l$  だけ隔たった 2 点における値を示す。一方空気については、これを理想気体として、その圧縮性を考慮すれば、位置 2 における流量  $q_a$  は粘度を  $\mu_a$  として次式のように表わすことができる。

$$q_a = -\frac{k d^2}{2 \mu_a p_2 l} (p_1^2 - p_2^2) \quad (6)$$

(5) 及び (6) 式の  $k$  はすべての流体に対して共通の値をもつとされている。したがって、(5) 及び (6) 式から

$$\frac{q_w}{q_a} = \frac{\mu_a}{\mu_w} \cdot \frac{2 p_2}{p_1 + p_2} \quad (7)$$

(7) 式によって圧縮性流体と非圧縮性流体の流体の流量を互に換算することができる。

#### 4. 非整形多孔体の透過率の測定

多孔体の気体透過率を求めるには従来、多孔体を円柱あるいは角柱状に整形加工し、これを円

筒形測定容器に納め、多孔体試料の軸方向に気体を流し、定常一様流れを作り、このとき生ずる圧力勾配と、気体流量を実験的に測定し Darcy の法則を用いて求めていた。しかしこの方法は多孔体を整形加工するのに時間と労力を要し、物質によっては整形困難なものもある。そこで、簡便の透過率測定法を提案した。<sup>(2)</sup> この方法は多孔体表面の一部を平面に研磨しここに医療用の聴診器のような気体圧入口を押し当て、気体を圧入すると Fig. 3 に示すように多孔体内を広がりながら流入する。いま気体は等温的に流れるものとし、圧入口の中心線と、多孔体表面の交点を原点とし、表面に垂直な軸を  $z$  軸とした 3 次元直交座標をとると、多孔体内の気体の圧力の距離的、時間的变化は次式によって与えられる<sup>(3)</sup>

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k}{\phi \mu} \left\{ p \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

ここで  $\phi$  は空げき率及び  $t$  は時間である。圧入後、ある程度時間が経過すると流れは定常とみなすことができるようになる。このとき多孔体内の等圧線分布は

(8) 式の左辺を 0 とおいて数値計算をすると Fig. 4

及び Fig. 5 中の実線で示すようである。図中  $\eta$  ( $r/r_0$ ) = 0 なる縦軸を  $\xi_z$  ( $= z/r_0$ ) で示し、ハッチンを施した部分は多孔体に接している圧入口の端面である。流れは軸対称であるので右半面を示している。また等圧線は  $p$  を圧入圧力  $p_1$  で割った無次元数で示している。この結果から 5 節で述べる方法で流入流量が算定できるので実験的に圧入圧と流量を測定して透過率を求めることができる。ここでは気体ではなく、この原理を非圧縮性流体として水を用いた場合について検討する。

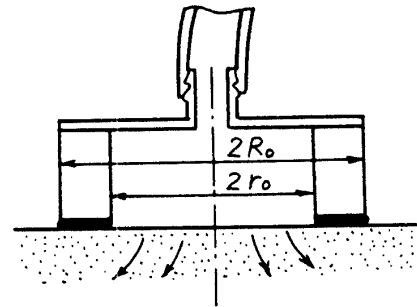


Fig. 3 Gas putting port

気体の定常一様流れについて、圧入口における流速を  $v_a$  及び圧力を  $p_1$  とすれば、流速と圧力の関係は気体の圧縮性を考慮して、

$$v_a = \frac{k'}{\mu_a} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{k d^2}{2 \mu_a l p_1} (p_1^2 - p_2^2) \quad (9)$$

(9) 式は  $p^2 = T$  とおくことにより、

$$v_a = \frac{k'}{\mu_a} \cdot \frac{1}{2 \sqrt{T_1}} \cdot \frac{dT}{dx} = \frac{k d^2}{2 \mu_a l \sqrt{T_1}} (T_1 - T_2) \quad (10)$$

ゆえに、圧入口における圧力勾配は、

$$\frac{dT}{dx} = \frac{k d^2}{k' l} (T_1 - T_2) \quad (11)$$

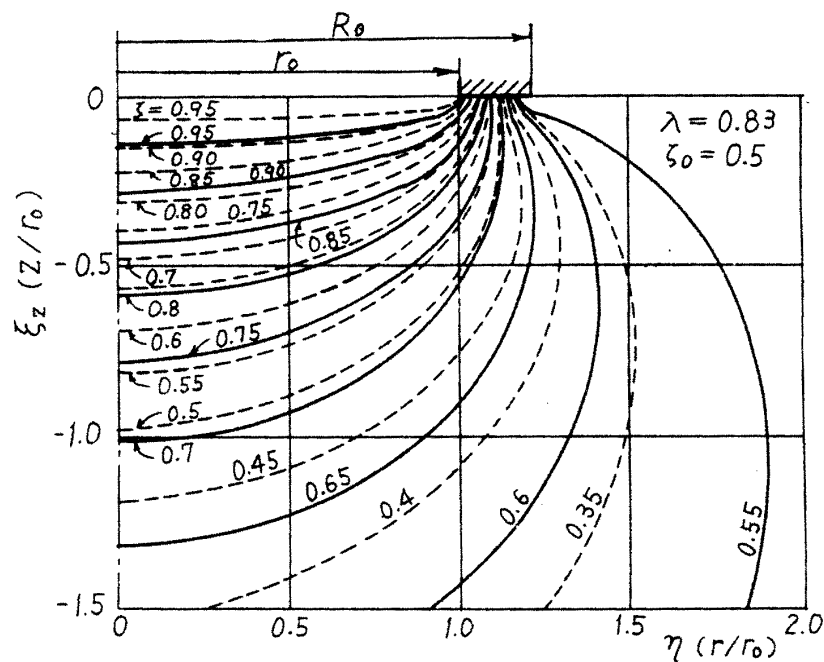


Fig.4 Pressure distribution in porous media  
Solid lines;air, Broken lines;water

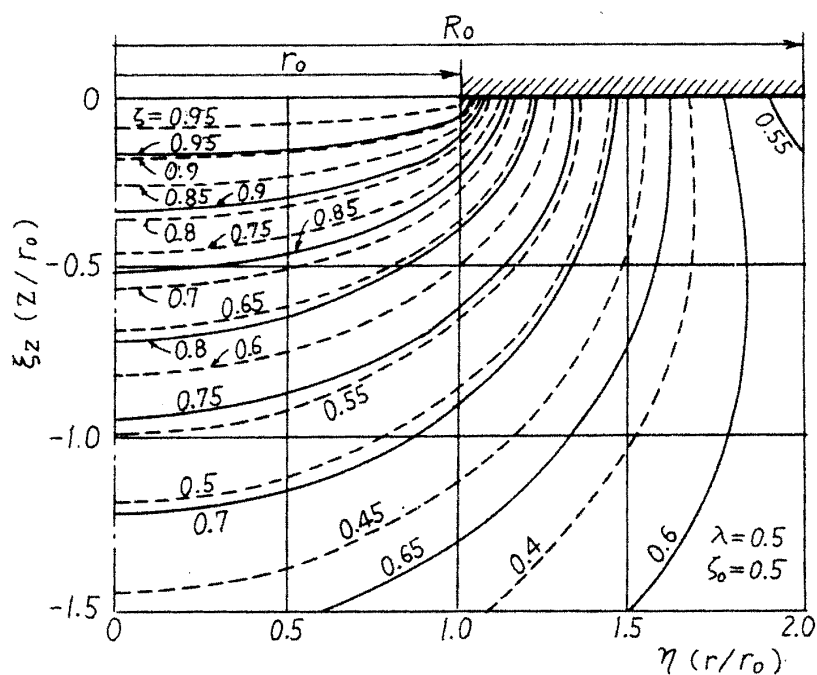


Fig.5 Pressure distribution in porous media  
Solid lines;air, Broken lines;water

一方水については密度変化を無視できるので圧入口における流速  $v_w$  は、

$$v_w = \frac{k'}{\mu_w} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{k d^2}{\mu_w l} (p_1 - p_2) \quad (12)$$

ゆえに圧入口における圧力勾配は、

$$\frac{dp}{dx} = \frac{k}{k'} \frac{d^2}{l} (p_1 - p_2) \quad (13)$$

これらのことは非一様流れについても成立する。(11)と(13)式の関係から気体の流れについて、任意の位置における圧力を2乗すると、水を流した場合のその位置における圧力を示すこととなる。したがって、この関係を利用して水を流した場合の等圧線分布の無次元表示は fig. 4及び fig. 5中の破線で示すようである。ただし Fig. 4は $\lambda = r/r_0 = 0.83$ 及び $\zeta_0 = p_N/p_i = 0.5$ の場合であり、Fig. 5は $\lambda = 0.5$ 及び $\zeta_0 = 0.5$ の場合を示す。

## 5. 透過流量の計算

Fig. 4 及び Fig. 5に示す等圧線分布から、流れが定常となったときの透過流量を求めることができる。 $\rho$ を等圧線方向の距離とすれば、任意の点を通り法線方向に流れる非圧縮性流体(水)の速度 $v_w$ は、

$$v_w = \frac{k'}{\mu_w} \cdot \frac{dp}{d\rho} \quad (14)$$

であり、任意の等圧面より流出する流量 $q_w$ は(15)式のようなである。

$$q_w = \frac{k'}{\mu_w} \int_0^{s_l} 2\pi r \frac{dp}{d\rho} ds \quad (15)$$

ここに $s$ は $z$ 軸より等圧線に沿って測った距離であり、 $s_l$ は等圧線の全長である。ここで次の無次元数

$$\eta = \frac{r}{r_0}, \quad \eta_\rho = \frac{\rho}{r_0}, \quad \eta_s = \frac{s}{r_0}, \quad \eta_{s_l} = \frac{s_l}{r_0}, \quad \zeta = \frac{p}{p_i}$$

を導入すると、(15)式は

$$q_w = \frac{k'}{\mu_w} p_i r_0 \int_0^{\eta_{s_l}} 2\pi \eta \frac{d\zeta}{d\eta_\rho} d\eta_s \quad (16)$$

(16)式は多孔体への圧入口の流量を示していて、 $\lambda = r_0/R_0$ として

$$\delta = \lambda \int_0^{\eta_{s_l}} \pi \eta \frac{d\zeta}{d\eta_\rho} d\eta_s \quad (17)$$

とすれば、(16)は

$$q_w = \frac{2k'}{\mu_w} p_i R_0 \delta \quad (18)$$

(18)式における $\delta$ の値を Fig. 4及び 5 から図式的に求めれば Fig. 6 のように、横軸に $\zeta_0$ 及び $\lambda$ をパラメータとしている。また Fig. 7 は $\zeta_0$ をパラメータとして表し方を変えたものである。図から圧入口の内、外径、圧入圧力、流体の粘度及び多孔体の透過率がわかれば流入流量が求まる。また流入流量を測定することができれば、多孔体の透過率を求めることもできる。このことは、圧縮性流体にも、非圧縮性流体にも適用できる。

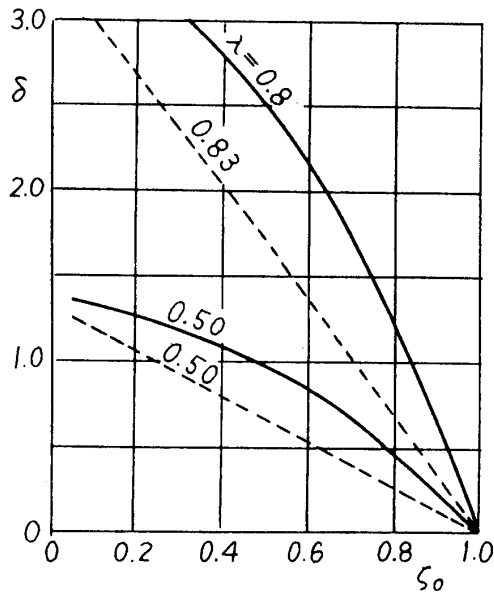


Fig.6 Relationship between  $\zeta_0$  and  $\delta$

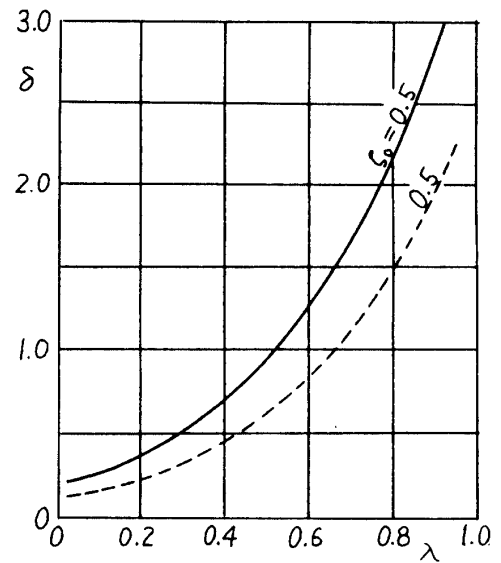


Fig.7 Relationship between  $\lambda$  and  $\delta$

## 6. 結言

多孔体の中の圧縮性流体（気体）及び非圧縮性流体（液体）の透過に関する実験と理論的考察を行った結果は次のようである。

- (1) 気体の透過量と液体の透過量の比は、粘性係数の比と2点間の平均圧力によってきまる。
- (2) Muskat は  $Re < 4$  の範囲では気体も液体も流れの抵抗係数は  $Re$  数の  $n$  乗に反比例し、 $n$  の値は1であるとしている。本実験では  $n$  は気体が平均1.07であるのに対し、液体では0.97であった。しかし近似的には1として取り扱っても大差無いようである。すでに古くわれわれは緻密な多孔体を気体透過するとき  $n$  は1.19であることを指摘している。(4)
- (3) 多孔体内の気体の流れによって生ずる等圧線の圧力を2乗すると液体の流れによって生ずる等圧線がわかる。

## 参考文献

- (1) Muskat, M., The Flow of Homogenous Fluids through Porous Media, 708 McGraw-Hill.
- (2) 段野・滝本・水口, 多孔体を通るガス流れの研究(ガス圧入法による透過率測定法の一提案), 日本機械学会論文集, 44-383(1978), 2314.
- (3) Longwell, P. A. (大谷訳), 流れ学, (1970), 共立出版.
- (4) 平松・小門・段野, きょう炭層岩石のメタンガス透過性について, 日本鉱業会誌, 77-877(1961), 463.

(平成4年12月16日受理)