金属の疲労強度に関する一考察

田 知 清 夫*

A Study on the Fatigue Strength of Metals

Kiyoo TACHI

This is a theoretical study on the size effect of fatigue strength in metallic materials by introducing an idea of vibration-approximation.

This studies have convinced that the magnitude of the natural frequency and the equivalent coefficient of viscous damping have a considerable effect on the fatigue strength.

From the above mentioned point of view, this report studies the process of fatigue destruction an idea vibration-approximation and tried to clarify its relation to repetitional frequency of load.

1．緒言

機械部品や構造物等が，外力によって破壊するという現象は，当該材料のエネルギー吸収容量に限界があり，その限度を超過したときに発生するエネルギーのオーバーフロー現象であると考えられる。

この材料の強度は，加えられるエネルギーの総量だけで論ずることはできない。一回の衝撃的なエネルギーによって容易に破壊するような材料であっても，ある値以下の荷重のもとでは相当長時間にわたって作用を受けても破壊にいたることがない場合がある。

繰返し荷重によって材料が破壊する現象などはことに複雑である。この場合の疲労限度は材料の引張強さとほぼ比例的関係にあるとはいいながら，かなりのばらつきのあることがその複雑さをものがたっている(1)。

一般に材料は微視的には均質ではなく，また，材料内部に不均一に内部応力が分布している。これが疲労強度に複雑な影響を与える大きな要因と考えられる。その他，疲労限度に影響を及ぼす要因としては，寸法効果や切欠効果，あるいは表面性状などがあり，これらが複合的に作用するものと考えられる。これらの中で，疲労限度に及ぼす寸法効果の影響は，曲げとねじりの場合には顕著であるが，両振引張・圧縮の場合には寸法効果の影響は非常に小さいようである。
その理由の一つとして曲げやねじりの繰り返し荷重の場合には，試験片の表面から内部に向かっ

＊機械工学科

て応力勾配があるためと考えられている[2]。つまり材料の破壊はその表面の最大応力で決まるのでなく，ある深さまでの平均応力の大小によって破壊が起きるということである。

本報は，上記応力勾配説とは別に，繰返し曲げ荷重の作用する場合について，その状態を強制振動と考え，疲労強度に及ぼす寸法効果の原因を振動論の立場で[3]，材料内部のすべり抵抗や固有円振動数が与える影響などについて検討を加えたものである。

2．運動方程式

乾燥摩擦がある振動系に，正弦的に変化する強制力が作用する場合の運動方程式は一般に次の式(1)で表される。

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx \pm F + P\sin\omega t \quad \cdots\cdots (1)$$

ここで，m：質量，x：変位，t：時間，k：ばね定数，F：乾燥摩擦抵抗，P：強制力の最大値，ω：強制力の円振動数　である。

本報では，乾燥摩擦抵抗Fを金属の内部摩擦のすべり抵抗と考え，このFの代わりにこれと等価の粘性抵抗として $r_e \cdot dx/dt$ を用いる。ただし，r_e は材料内部におけるすべり抵抗であって，これを等価粘性減衰係数として

$$r_e = (\sigma_o/2)(\mu + \sqrt{1+\mu^2}) \quad \cdots\cdots (2)$$

の大きさを持つものとする[4]。ここでσ_oは材料の軸線に直角な面に生ずる垂直応力，μは金属の内部摩擦係数である。このr_eを用いて式(1)を書き直せば

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\varepsilon\frac{dx}{dt} + p^2x = \frac{P}{m}\sin\omega t \quad \cdots\cdots (3)$$

となる。ただし

$$2\varepsilon = r_e/m, \quad p^2 = k/m \quad \cdots\cdots (4)$$

いま，回転曲げの場合を一種の強制振動として取り扱い，その変形量λと,静たわみ量δ_sとの比をたわみ倍率 M_fとして求めると式(5)のようになる。

$$M_f = \frac{\lambda}{\delta_s} = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{p}\right)^2}} \quad \cdots\cdots (5)$$

ただし，

$$\zeta = r_e/r_{ec} = \varepsilon/p \quad \cdots\cdots (6)$$

ここで，ζ：減衰比，r_{ec}：等価臨界減衰係数　である。

3．計算例及び考察

図１は，式(5)による周知の振動数比とたわみ倍率の関係である。

図２に示すのは，計算の対象にした段付丸棒の形状である。その固有円振動数の計算は，つかみ代の部分を除き，長さｌの標点距離（平行部）についてのみ行う。強制力の振動数ωは 31.4 ～ 1256 rad/s の範囲にとり，等価粘性減衰係数 r_e については，その影響を比較，検討するために 600,3000,6000 kgf･sec/cmの三通りを仮定して計算を行った。

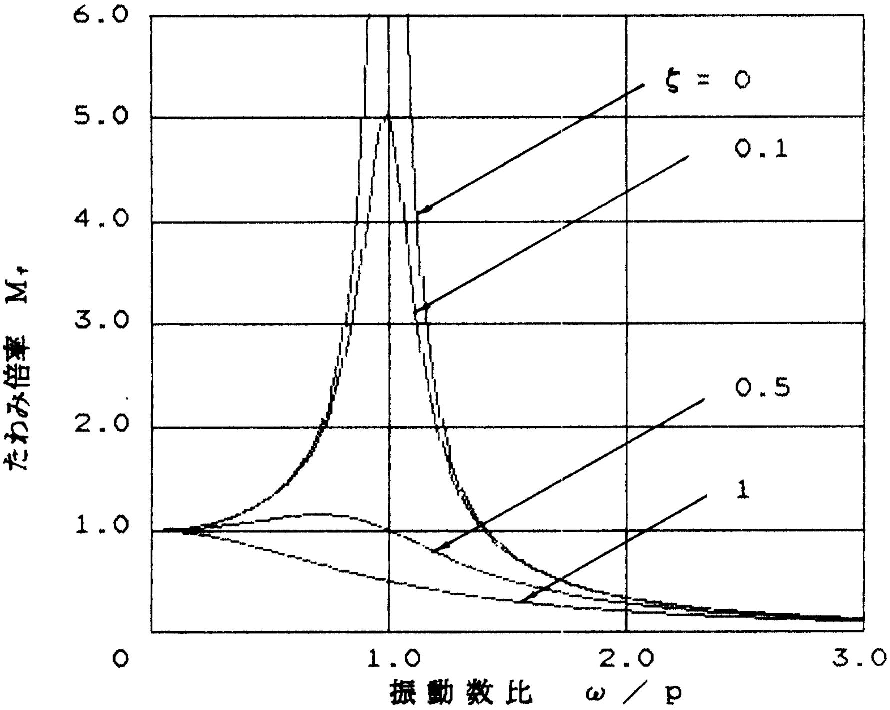

図 1　振動数比とたわみ倍率の関係

なお，縦弾性係数Ｅは 2.06×10^5 MPaとする。

直径とたわみ倍率の関係を明らかにするために式(5) を書き換え，さらに，たわみ倍率拡大係数Ｋを導入して誘導したたわみ倍率の表示式を次の式(7)に示す。

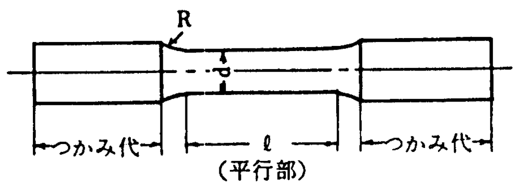

図２　段付丸棒

$$M_r = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{Knd\omega}{5\times10^6}\right)^2\right]^2+\left(2\zeta\frac{Knd\omega}{5\times10^6}\right)^2}} \quad \cdots\cdots (7)$$

ここで，$K = 10^2$，　$n = l/d$　である。

また，たわみ倍率比α及び寸法効果率ξを次式のように定義する。

$$\alpha = M_{r10}/M_{rd} \quad \cdots\cdots (8)$$

$$\xi = 1 - \frac{\zeta n \log_{10}\omega \log_{10}\alpha}{d^{1/2}} \quad \cdots\cdots (9)$$

ここで，M_{f10}：直径d＝ 10mm のたわみ倍率，M_{fd}：任意の直径のたわみ倍率 である。

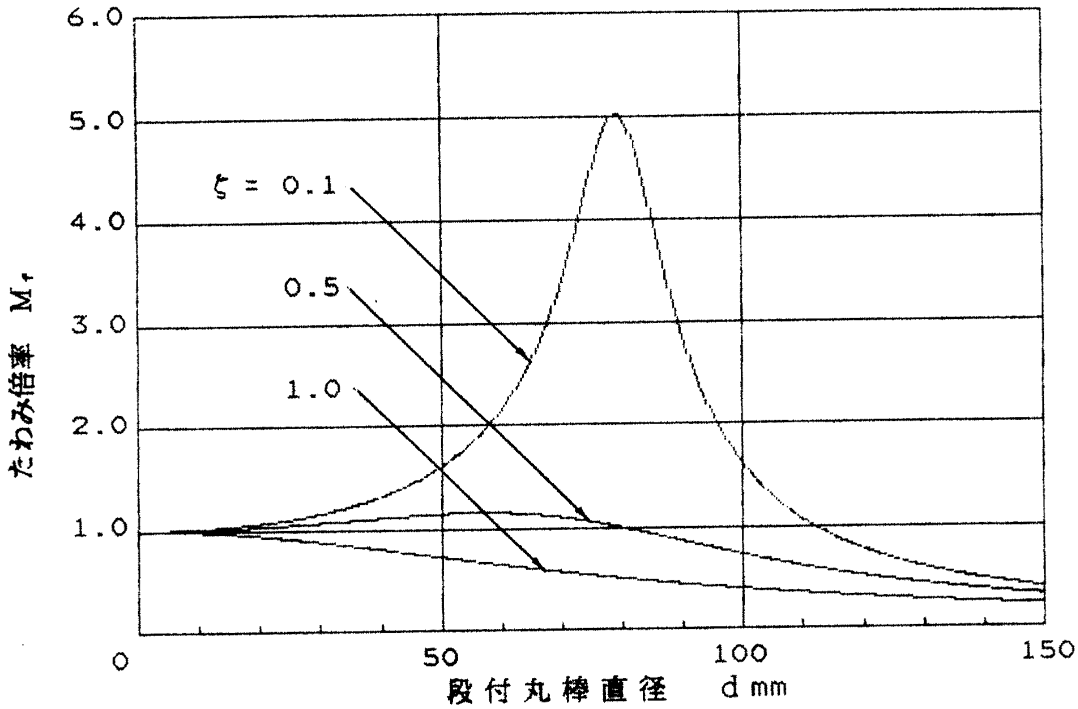

図 3　段付丸棒直径とたわみ倍率の関係

図3は，式(7) から，l/d = 5, ω = 125.6 rad/s の場合の,等価粘性減衰係数ζをパラメータとして計算した段付丸棒直径dとたわみ倍率M_f の関係である。図から同一直径でもζが大きいほどたわみ倍率は小さいことがわかる。すなわち，材料の内部摩擦抵抗の大きいものほど疲労限度は大きくなることが推定される。

図4，5及び6は，式(8)，(9) から計算した回転曲げにおける段付丸棒直径dと寸法効果率ξの関係を示す。

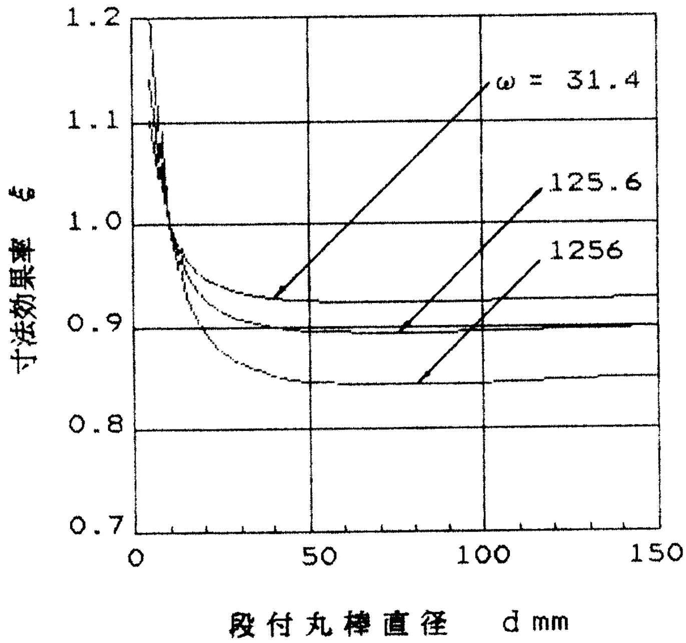

図 4　回転曲げの疲労限度寸法効果
(l/d=5, ζ=1.0)

図４は，l/d=5，ζ=1.0 の場合について，強制力の振動数ωの大きさの寸法効果に及ぼす影響を示すもので，ωが大になるほどξが小さくなっており，同一直径でも高速回転になるほど寸法効果に大きく影響を及ぼしていることがわかる。

図５は，ω = 125.6 rad/s, ζ=1.0 の場合について，長さ直径比 l/d の寸法効果に与える影響を示す。l/d が大きいほど，すなわち，固有円振動数の小さいものほど寸法効果率ξが小さい。

図６は，ω = 125.6 rad/s，l/d=5 の場合の，等価粘性減衰係数ζをパラメータとしたdと寸法効果率ξの関係を示す。同一直径でもζが大きいほどξが小さくなっている。

一般に回転曲げにおける寸法効果係数の値は，直径dが 50～100 mm 以上になるとほぼ一定になることがわかっている[5]。そこで，本報における図４～６に示した寸法効果率ξを寸法効果係数に対応させてみるならば，それらの値はいずれも，直径dが 50～100 mm 以上になると寸法効果係数の場合と同様にほぼ一定の値を示し，その傾向は定性的にはかなりよく一致しているものと考えられる。

なお，本報で定義した寸法効果率は，寸法効果係数と異なり[5]，式(8)で示したように計算の標準直径としては10mmを採用したが，疲労限度の代わりにたわみ倍率値を用いた。

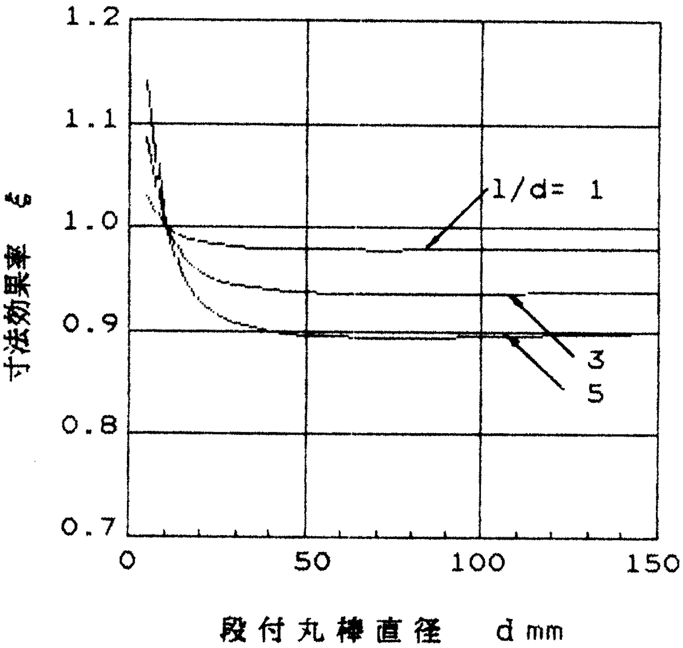

図５　回転曲げの疲労限度寸法効果

(ω=125.6 rad/s, ζ=1.0)

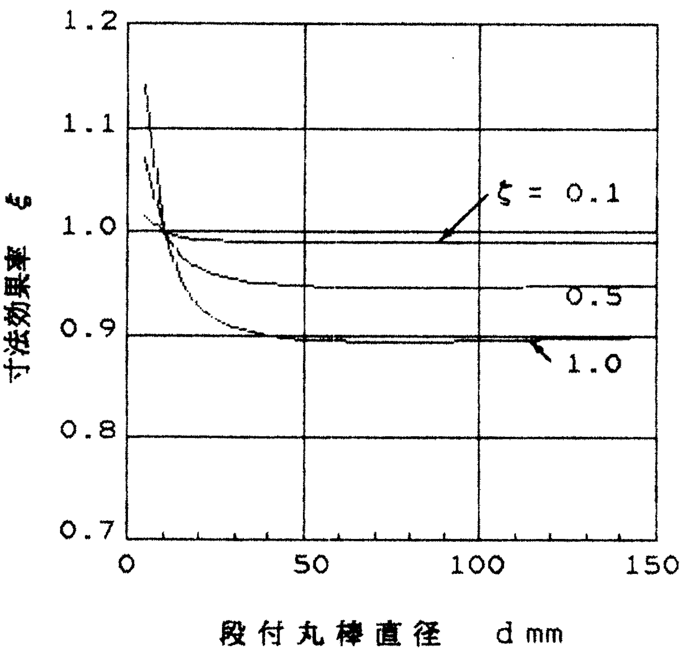

図６　回転曲げの疲労限度寸法効果

(ω=125.6 rad/s, l/d=5)

4．結論

金属材料の回転曲げの場合における疲労強度の寸法効果について，振動論の立場から考察を行った．その結果を要約すると次のとおりである．

（1）材料の内部摩擦によるすべり抵抗を等価粘性減衰係数に置き換えることによって，その影響を検討したところ，回転曲げにおける寸法効果に影響を与えていることが明きらかに出来た。

（2）本報では，寸法効果係数に対応させた寸法効果率を定義して，回転曲げにおける疲労強度を検討した結果，強制力の振動数が及ぼす影響を具体的に説明することが出来た。

（3）さらに，本報で定義した寸法効果率は，回転曲げにおける寸法効果係数と定性的にはかなりよく一致することから，回転曲げの寸法効果に及ぼす影響の説明に有効であることがわかった。

文献

(1)　日本機械学会，金属材料疲労強度の設計資料　I，(1988)，162，日本機械学会．

(2)　鵜戸口英善・ほか２名，材料力学，下，(1968)，562，裳華房．

(3)　田知清夫，疲れ強さの振動論的考察，富山工業高専紀要，6-1(1972)，47．

(4)　中原一郎，材料力学，下，(1980)，75，養賢堂．

(5)　日本機械学会，金属材料疲労強度の設計資料　I，(1988)，154，日本機械学会．

(平成４年12月19日受理)