

# 周辺単純支持された補剛矩形板の塑性座屈

望 月 力 男\*

## Plastic Buckling of Stiffened Rectangular Plates Simply Supported Around Edges

Rikio MOCHIZUKI

The width-to-thickness ratio limitations for plate elements of steel sections to insure the plastic deformation capacity are prescribed in standards or manuals mainly based on the experimental researches. In this paper, considering strain-hardening state, plastic buckling formulas are induced theoretically for the longitudinally stiffened simply supported rectangular plates subjecting axial compression and bending or combined axial compression and bending.

The width-to-thickness values for the non-stiffened plates calculated by the induced formulas are compared with the existing recommended values, and also the effects of the longitudinal stiffeners for plastic buckling at strain-hardening state are investigated.

§ 1 序 鉄骨部材の塑性変形能力を確保するに必要な板要素の幅厚比に関しては、既に多くの実験的研究がなされその成果は各種の規準類に反映されているが、理論的研究は単純な応力状態の場合に限られその理論体系も未だ確立されていない。本論は軸方向圧縮・曲げまたは軸方向圧縮と曲げの共存により板長方向に全塑性応力が作用している周辺単純支持矩形板が十分な変形能力を確保できる目処として、ひずみ硬化開始まで座屈しないとしたときに必要な板幅厚比を異方性板のエネルギー法から誘導した座屈理論式より求め、既往の文献と比較検討しさらに塑性座屈に対する板長方向スチフナの効果を具体的に考察したものである。

### § 2 塑性座屈解析と設定条件

2.1 解法原理 一般に外力が作用しているつり合い系に仮想変位を与えたときの内外のポテンシャルエネルギーの変化量は3次以上の微小量を見捨てること  $\Delta U = \delta^1 U + \delta^2 U$

---

\*建設工学科 建築学専攻

であり、ここに  $\delta^1 U$  は存在応力の仮想変位によるポテンシャルエネルギー変化量、 $\delta^2 U$  は仮想変位により生じた仮想応力のポテンシャルエネルギー変化量である。仮想変位を

$$w = \sum_i \sum_k a_{ik} \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{d} \text{ とすれば座屈条件式は } \frac{\partial (\delta^2 U)}{\partial a_{mn}} = 0 \quad (2.1)$$

(2.1)式は  $a_{ik}$  に関する多元連立方程式となり、これが  $a_{ik}=0$  以外で成り立つ条件よりその係数行列式を 0 とおいた座屈条件式より座屈応力度または板座屈係数の最小値を求める。

2.2 剛性諸係数と理論式の誘導順序 異方性板に置換して解析するため、剛性諸係数と理論式の誘導順序を以下のように設定する。

板長方向の曲げ:  $E_x = E_{ST} = p E$  ( $p=0.02 \sim 0.03$ )      板幅方向の曲げ:  $E_y = E$   
せん断:  $G_{xy} = q G$  ( $q=0.5$ )

Step 1: 剛性に関する係数を総て弾性の  $q$  倍の等方性板とみなし、仮想変位による内外のポテンシャルエネルギーを求める。

Step 2: 異方性板とするため Step 1 のポテンシャルエネルギーを以下のように修正する。

- a) 剛性係数を  $(q-p)E$  としたときの板長方向の曲げ内部ポテンシャルを減じる。
- b) 剛性係数を  $(1-q)E$  としたときの板幅方向の曲げ内部ポテンシャルを加える。

2.3 全塑性応力分布と軸方向力、曲げモーメントの関係 曲げモーメントと軸方向力が同時に作用しているときの応力分布を図-1に示す。図で応力の正負が変わる位置を  $rd$  とすれば

$$N_U = (2r - 1 + \delta) d t \sigma_y$$

$$M_U = \{ (1-r)r + \delta(0.5-\eta) \} t d^2 \sigma_y$$

$$N_P = (1 + \delta) d t \sigma_y$$

$$M_P = \{ 0.25 + \delta(0.5-\eta) \} t d^2 \sigma_y$$

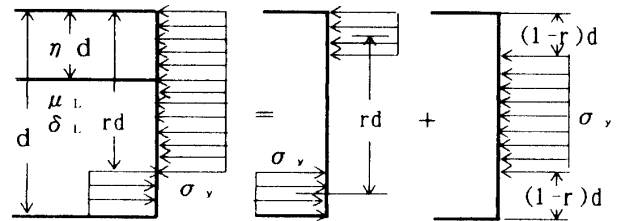


図-1 全塑性応力と分解 (a)

$$\frac{N_U}{N_P} = \frac{2r - 1 + \delta}{1 + \delta} \quad (2.2)$$

$$\frac{M_U}{M_P} = \frac{(1-r)r + \delta(0.5-\eta)}{0.25 + \delta(0.5-\eta)} \quad (2.3)$$

$$r = 0.5 \{ (1 + \delta) \cdot N_U / N_P + (1 - \delta) \} \quad (2.4)$$

板長方向スチフナがないときは (2.2)式～(2.4)式より

$$\frac{M_U}{M_P} = 1 - \left( \frac{N_U}{N_P} \right)^2 \quad (2.5)$$

$$r = \frac{1}{2} \left( \frac{N_U}{N_P} + 1 \right) \quad (2.6)$$

### § 3 座屈条件式の誘導

#### 3.1 剛性が弾性の $q$ 倍の等方性板とした場合 (Step 1)

##### a) 曲げと捩れによる内部ポテンシャル

$$\delta^2 U_{P1} = \frac{q N}{2} \left[ \int_0^a \int_0^d \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} dx dy + \int_0^a \int_0^d \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \nu \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} dx dy + \int_0^a \int_0^d 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\}^2 dx dy \Big] \\
 & = \frac{q N}{2} \int_0^a \int_0^d \left[ \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right\} \right] dx dy \\
 \frac{\partial (\delta^2 U_{P.})}{\partial a_{mn}} & = q N \sum_i \sum_k a_{ik} \left\{ \int_0^a \int_0^d \pi^4 \left( \frac{i^2}{a^2} + \frac{k^2}{d^2} \right) \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{d^2} \right) \sin \frac{i \pi x}{a} \cdot \right. \\
 & \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{k \pi y}{d} \sin \frac{n \pi y}{d} dx dy - 2(1-\nu) \int_0^a \int_0^d \frac{\pi^4}{a^2 d^2} \left( k^2 m^2 \sin \frac{m \pi x}{a} \cdot \right. \\
 & \sin \frac{n \pi y}{d} \sin \frac{i \pi x}{a} \sin \frac{k \pi y}{d} + n^2 i^2 \sin \frac{i \pi x}{a} \sin \frac{k \pi y}{d} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{d} \\
 & \left. \left. - 2 i k m n \cos \frac{i \pi x}{a} \cos \frac{m \pi x}{a} \cos \frac{k \pi y}{d} \cos \frac{n \pi y}{d} \right) dx dy \right\} \\
 & = \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} q (m^2 + \beta^2 n^2)^2 \quad \cdots i = m, k = n \\
 & = 0 \quad \cdots \text{その他} \quad \cdots (3.1)
 \end{aligned}$$

b) 板長方向スチフナの内部ポテンシャル

$$\begin{aligned}
 \delta^2 U_{L.} & = \frac{q E I_L}{2} \int_0^a \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=\eta d}^2 dx \\
 \frac{\partial (\delta^2 U_{L.})}{\partial a_{mn}} & = \\
 q E I_L \frac{i^4 \pi^4}{a^4} \sum_i \sum_k a_{ik} \int_0^a \sin \frac{i \pi x}{a} \sin(k \pi \eta) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin(n \pi \eta) dx \\
 & = \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} 2 q \mu_L m^4 \sin(k \pi \eta) \sin(n \pi \eta) \quad \cdots i = m \\
 & = 0 \quad \cdots i \neq m \quad \cdots (3.2)
 \end{aligned}$$

c) ウェブの外部ポテンシャル

応力分布を一樣圧縮と部分引張に分けて、それぞれのポテンシャルエネルギーを加算する。

$$\begin{aligned}
 \delta^2 U_{P.0} & = \\
 & - \frac{1}{2} t \sigma_y \int_0^a \int_0^d \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \\
 & + t \sigma_y \int_0^a \int_{rd}^d \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy
 \end{aligned}$$

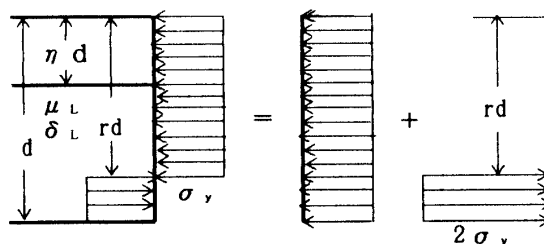


図-2 全塑性応力と分解 (b)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial (\delta^2 U_{P.0})}{\partial a_{mn}} & = \\
 & - \frac{i m \pi^2 t \sigma_y}{a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} \int_0^a \int_0^d \cos \frac{i \pi x}{a} \cos \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{k \pi y}{d} \sin \frac{n \pi y}{d} dx dy \\
 & + \frac{2 i m \pi^2 t \sigma_y}{a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} \int_0^a \int_{rd}^d \cos \frac{i \pi x}{a} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{k \pi y}{d} \sin \frac{n \pi y}{d} dx dy
 \end{aligned}$$

$t \sigma_y = \pi^2 N k_l / d^2$  として

$$\begin{aligned}
 &= - \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} m^2 \beta^2 k_l \left\{ 2r - 1 - \frac{\sin(2kr\pi)}{k\pi} \right\} \cdots i=m, k=n \\
 &= - \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} \frac{2m^2 \beta^2 k_l}{\pi} \left\{ \frac{1}{k-n} \sin \{ (k-n)r\pi \} - \frac{1}{k+n} \sin \{ (k+n)r\pi \} \right\} \\
 &= 0 \cdots i=m, k \neq n \\
 &\cdots \text{その他} \cdots (3.3)
 \end{aligned}$$

d) 板長方向スチフナの外部ポテンシャル

スチフナ位置を  $\eta d$  とし  $\eta \leq r$  (圧縮側配置) とする。

$$\begin{aligned}
 \delta^2 U_{L0} &= - \frac{F_{L0} \sigma_y}{2} \int_0^a \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_{y=\eta d}^2 dx \quad \frac{\partial (\delta^2 U_{L0})}{\partial a_{mn}} = \\
 &= - F_{L0} \sigma_y \sum_i \sum_k a_{ik} \frac{i^2 \pi^2}{a^2} \int_0^a \cos \frac{i\pi x}{a} \sin(k\pi\eta) \cos \frac{m\pi x}{a} \sin(n\pi\eta) dx \\
 &= - \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} k_l 2 m^2 \beta^2 \delta_{L0} \sin(k\pi\eta) \sin(n\pi\eta) \cdots i=m \\
 &= 0 \cdots \text{その他} \cdots (3.4)
 \end{aligned}$$

### 3.2 異方性とするための内部ポテンシャルの補正 (step 2)

a) 板のポテンシャルの補正 (板長方向減少、板幅方向増加)

$$\begin{aligned}
 &\int_0^a \int_0^d \left[ -\frac{q-p}{2} N \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} + \frac{1-q}{2} N \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \right] dx dy \\
 &= \int_0^a \int_0^d \left\{ -\frac{q-p}{2} N \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{1-q}{2} N \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + \frac{1-2q+p}{2} N \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} dx dy
 \end{aligned}$$

(1) 第1項

$$\begin{aligned}
 \delta^2 U_{Px} &= - \frac{q-p}{2} N \int_0^a \int_0^d \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx dy \quad \frac{\partial (\delta^2 U_{Px})}{\partial a_{mn}} = \\
 &= - (q-p) N \sum_i \sum_k a_{ik} \frac{i^2 m^2 \pi^4}{a^4} \int_0^a \int_0^d \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{d} \sin \frac{n\pi y}{d} dx dy \\
 &= - \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} (q-p) m^4 \cdots i=m, k=n \\
 &= 0 \cdots \text{その他} \cdots (3.5)
 \end{aligned}$$

(2) 第2項

$$\begin{aligned}
 \delta^2 U_{Py} &= \frac{N(1-q)}{2} \int_0^a \int_0^d \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 \right] dx dy \quad \frac{\partial (\delta^2 U_{Py})}{\partial a_{mn}} = \\
 &= N(1-q) \frac{k^4 \pi^4}{d^4} \sum_i \sum_k a_{ik} \int_0^a \int_0^d \sin \frac{i\pi x}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{k\pi y}{d} \sin \frac{n\pi y}{d} dx dy \\
 &= \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} (1-q) n^4 \beta^4 \cdots i=m, k=n \\
 &= 0 \cdots \text{その他} \cdots (3.6)
 \end{aligned}$$

(3) 第3項

$$\begin{aligned} \delta^2 U_{PXY} &= \frac{1}{2} (1-2q+p) N_v \int_0^a \int_0^d \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dx dy \quad \frac{\partial (\delta^2 U_{PXY})}{\partial a_{mn}} = \\ &= \frac{(1-2q+p) N_v \sum_i \sum_k a_{ik}}{4 \beta a^2} \frac{i^2 k^2 \pi^4}{a^2 d^2} \int_0^a \int_0^d \sin \frac{i \pi x}{a} \sin \frac{i \pi x}{a} \sin \frac{k \pi y}{d} \sin \frac{k \pi y}{d} dx dy \\ &= \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} (1-2q+p) i^2 k^2 v \beta^2 \quad \cdots (3.7) \end{aligned}$$

b) 板長方向スチフナのポテンシャルの補正 (減少)

$$\begin{aligned} \delta^2 U_{LX} &= - \frac{E I_L (q-p)}{2} \int_0^a \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=\eta d}^2 dx \quad \frac{\partial (\delta^2 U_{LX})}{\partial a_{mn}} = \\ &= - E I_L (q-p) \sum_i \sum_k a_{ik} \frac{i^4 \pi^4}{a^4} \int_0^a \sin \frac{i \pi x}{a} \sin(k \pi \eta) \sin \frac{m \pi x}{a} \sin(n \pi \eta) dx \\ &= - \frac{N \pi^4}{4 \beta a^2} \sum_i \sum_k a_{ik} \cdot 2(q-p) \mu_{L, m^4} \sin(k \pi \eta) \sin(n \pi \eta) \quad \cdots i=m \\ &= 0 \quad \cdots i \neq m \quad \cdots (3.8) \end{aligned}$$

3.3 座屈行列式の  $a_{ik}$  に関する係数

等方性のときの係数    ウェブプレート:  $P_w = P_v \cdot k_1$     スチフナ:  $S_w = S_v \cdot k_1$

異方性とする補正係数    ウェブプレート:  $-P_x + P_y + P_{xy}$     スチフナ:  $-S_x$

とおけば各記号は (3.1) ~ (3.8) 式より共通項  $N \pi^4 / (4 \beta a^2)$  を消去して

$$\begin{aligned} P_w &= q (m^2 + \beta^2 n^2)^2 \quad \cdots i=m, k=n \\ &= 0 \quad \cdots \text{その他} \quad \cdots (3.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_v &= m^2 \beta^2 \left( 2r-1 - \frac{\sin(2kr\pi)}{k\pi} \right) \quad \cdots i=m, k=n \\ &= \frac{2m^2 \beta^2}{\pi} \left( \frac{1}{k-n} \sin\{(k-n)r\pi\} - \frac{1}{k+n} \sin\{(k+n)r\pi\} \right) \quad \cdots \begin{cases} i=m \\ k \neq n \end{cases} \\ &= 0 \quad \cdots \text{その他} \quad \cdots (3.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_w &= 2q \mu_{L, m^4} \sin(k \pi \eta) \cdot \sin(n \pi \eta) \quad \cdots i=m \\ &= 0 \quad \cdots i \neq m \quad \cdots (3.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_v &= 2 \beta^2 m^2 \delta_{L, \sin(k \pi \eta) \cdot \sin(n \pi \eta)} \quad \cdots i=m \\ &= 0 \quad \cdots \text{その他} \quad \cdots (3.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_x &= (q-p) m^4 \quad \cdots i=m, k=n \\ &= 0 \quad \cdots \text{その他} \quad \cdots (3.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_y &= (1-q) n^4 \beta^4 \quad \cdots i=m, k=n \\ &= 0 \quad \cdots \text{その他} \quad \cdots (3.14) \end{aligned}$$

$$P_{xy} = (1-2q+p) i^2 k^2 v \beta^2 \quad \cdots \text{制限なし} \quad \cdots (3.15)$$

$$\begin{aligned} S_x &= 2(q-p) \mu_{L, m^4} \sin(k \pi \eta) \cdot \sin(n \pi \eta) \quad \cdots i=m \\ &= 0 \quad \cdots i \neq m \quad \cdots (3.16) \end{aligned}$$

本論では座屈数値解析には波形成分として  $a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}$  を考慮したが、 $k_1$  が

分かれれば次式よりひずみ硬化まで座屈しない限度の無次元化した板幅厚比  $R$  が求まる。

$$\sigma_{cr} = \sigma_y = \pi^2 N_{k1} / t d^2 = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{d} \right)^2 k_1$$

$$R = d / t \cdot \sqrt{\sigma_y / E} = \pi \sqrt{k_1 / [12(1 - \nu^2)]} \quad \cdots (3.17)$$

#### § 4 数値解析結果

4.1 スチフナの無い場合  $N_U / N_P$ ,  $\beta$  の組合せに対する  $k_1$  値と、 $\min k_1$  でのひずみ硬化まで座屈しない無次元化板幅厚比  $R = d / t \cdot \sqrt{\sigma_y / E}$  の値を示すと表-1 表-2 となる。

##### 4.2 スチフナのある場合

$N_U / N_P$ ,  $\beta$ ,  $\mu_L$ ,  $\delta$  の組合せに対する  $k_1$  値と、 $\min k_1$  のときひずみ硬化まで座屈しない無次元化板幅厚比  $R$  の値の計算結果の一部を表示する。

表-3, 表-4 はスチフナが中央の場合、表-5, 表-6 は全塑性曲げでスチフナが圧縮側に偏在の場合である。

$\frac{N_U}{N_P}$	$\beta$						$R$
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	
1.0	1.79	1.43	1.35	1.37	1.45	1.57	1.11
0.5	2.07	1.67	1.61	1.63	1.73	1.87	1.21
0	3.59	3.35	3.53	3.91	4.43		1.74

表-1  $k_1$ ,  $R$  ( $p = 0.03$ )

$\frac{N_U}{N_P}$	$\beta$						$R$
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	
1.0	1.55	1.32	1.30	1.33	1.43	1.53	1.08
0.5	1.79	1.55	1.53	1.59	1.69		1.17
0	3.25	3.17	3.45	3.83			1.69

表-2  $k_1$ ,  $R$  ( $p = 0.02$ )

$\frac{N_U}{N_P}$	$\mu_L$	$\delta_L$	$k_{1min}$	$\beta at$ $k_{1min}$	$R$
1.0	5	0	2.15	0.75	1.40
		0.1	1.79	0.75	1.27
	10	0	2.59	0.85	1.53
		0.1	2.17	0.90	1.40
	15	0	2.93	0.95	1.63
		0.1	2.45	0.95	1.49
0.5	5	0	2.57	0.75	1.53
		0.1	2.17	0.75	1.40
	10	0	3.11	0.85	1.68
		0.1	2.63	0.85	1.54
	15	0	3.51	0.95	1.78
		0.1	2.97	0.95	1.64
0	5	0	5.07	0.40	2.14
		0.1	5.23	0.40	2.18
	10	0	5.89	0.30	2.31
		0.1	6.03	0.30	2.33
	15	0	6.19	0.25	2.36
		0.1	6.27	0.20	2.38

表-3  $k_1$ ,  $R$  ( $\eta = 0.5$   $p = 0.03$ )

$\frac{N_U}{N_P}$	$\mu_L$	$\delta_L$	$k_{1min}$	$\beta at$ $k_{1min}$	$R$
1.0	5	0	1.96	0.70	1.33
		0.1	1.63	0.70	1.22
	10	0	2.29	0.80	1.44
		0.1	1.91	0.80	1.32
	15	0	2.57	0.85	1.53
		0.1	2.15	0.85	1.40
0.5	5	0	1.51	0.65	1.17
		0.1	1.95	0.65	1.33
	10	0	2.75	0.75	1.58
		0.1	2.33	0.80	1.32
	15	0	3.09	0.85	1.67
		0.1	2.61	0.85	1.54
0	5	0	4.57	0.35	2.03
		0.1	4.73	0.35	2.07
	10	0	5.31	0.35	2.19
		0.1	5.47	0.35	2.22
	15	0	5.73	0.25	2.28
		0.1	5.81	0.20	2.29

表-4  $k_1$ ,  $R$  ( $\eta = 0.5$   $p = 0.02$ )

$\frac{N_U}{N_P}$	$\mu_L$	$\delta_L$	$k_{lmin}$	$\beta_{at}$ $k_{lmin}$	R
0	10	0	7.27	0.65	2.56
		0.1	6.71	0.65	2.46
	20	0	9.20	0.8	2.89
		0.1	8.56	0.75	2.78
	30	0	10.7	0.9	3.11
		0.1	9.98	0.85	3.00

表-5  $k_L, R$  ( $\eta=0.25$   $p=0.03$ )

$\frac{N_U}{N_P}$	$\mu_L$	$\delta_L$	$k_{lmin}$	$\beta_{at}$ $k_{lmin}$	R
0	10	0	6.35	0.60	2.40
		0.1	5.85	0.60	2.30
	20	0	7.95	0.70	2.68
		0.1	7.39	0.70	2.59
	30	0	9.16	0.80	2.88
		0.1	8.52	0.75	2.78

表-6  $k_L, R$  ( $\eta=0.25$   $p=0.02$ )

## § 5 考察

5.1 諸規準の幅厚比の規定  $R = d/t \cdot \sqrt{\sigma_y/E}$  に換算した値を表-7 に示す。ただし SS400 と SM490 の値に若干の差がでる場合はその平均値とした。

	鋼構造 設計規準	塑性設計 指針	高層建築 技術指針	AISC SPEC. (Part II)
箱形断面材のフランジプレート	1.61	1.02	1.09	1.07
柱のウェブプレート	1.61	1.53	1.46	1.44
はりのウェブプレート	2.40	2.41	1.70	2.31

表-7 諸規準の幅厚比の規定 ( $d/t \cdot \sqrt{\sigma_y/E}$  に換算)

### 5.2 無補剛板の考察

a) 一様圧縮の場合 : 表-1, 表-2 より本論で導いた  $R = d/t \cdot \sqrt{\sigma_y/E}$  の値は  $p$  が 0.03 と 0.02 の場合の平均で 1.09 であり表-7 の塑性設計指針, 高層建築技術指針, AISC の箱型断面材フランジプレートの値と略等しい。なおこれは実験的に部材の降伏ひずみの略 4 倍以上の塑性変形が期待できる値である。

b) 全塑性曲げの場合 : 表-1, 表-2 より本論で導いた  $R = d/t \cdot \sqrt{\sigma_y/E}$  の値は  $p$  が 0.03 と 0.02 の場合の平均で 1.72 であり表-7 の高層建築技術指針のはりのウェブプレートの値と略等しい。一般にはりのウェブプレートはフランジとの相互作用により座屈は単純支持より有利となる上、フランジよりも要求される塑性変形量が小さいとの判断で、規準類では幅厚比を単純支持と仮定した場合よりも大きく許容している。

5.3 補剛板の考察 補剛板の全塑性座屈に関する研究は殆ど見当たらないが、板長方向のスチフナーが塑性変形可能な幅厚比の増大に有効なことは明らかである。以下に誘導式適用の具体例を述べる。

a) 一様圧縮の場合 :  $\sigma_y = 3.3 \text{ t/cm}^2$   $\eta = 0.5$   $\mu_L = 15$   $\delta_L = 0.1$  のとき  $p = 0.03$  と仮定すれば表-3 より  $R = 1.49$  となる。ひずみ硬化まで座屈しない  $d/t$  は (3.17) 式より 37.6 である。  $t = 1.2 \text{ cm}$  とすればスチフナーの所要  $I_L = \mu_L t^3 d / 12(1 - \nu^2) = 107 \text{ cm}^4$  である。例えば PL-8×60 両側配置 ( $I_L = 115 \text{ cm}^4$ ) でよい。なおスチフナーの剛性を増しても  $d/t$  の限度は 2 等分されたパネルの座屈できまり、表-1 の  $R = 1.11$  のときの値の 2 倍約 5.6 である。

b) 全塑性曲げの場合 :  $\sigma_y = 2.4 \text{ t/cm}^2$   $\eta = 0.25$   $\mu_L = 20$   $\delta_L = 0.1$  のとき  $p = 0.02$  と仮定すれば表-6 より  $R = 2.59$  となり、 $d/t$  は(3.17)式より76.6 となる。 $t = 1.5 \text{ cm}$  とすれば  $d = 115 \text{ cm}$  となり、スチフナの所要  $I_L = \mu_L t^3 d / 12(1 - \nu^2) = 711 \text{ cm}^4$  で、例えば PL-10×105 両側配置 ( $I_L = 772 \text{ cm}^4$ ) でよい。なお  $d/t$  の限度は圧縮パネルの座屈よりきまり表-2 で  $R = 1.08$  のときの値の4倍約128である。

## § 6 結 び

本論は局部座屈により部材の変形能力が支配される問題として、板長方向に純圧縮力から全塑性曲げに至る応力を受ける周辺単純支持矩形板が、ひずみ硬化まで座屈しないために必要な板幅厚比を求めるための理論式を異方性板としてのエネルギー法で誘導した。この場合既往の研究資料を参考として、異方性板の板長方向の塑性流後の圧縮・曲げ係数はひずみ硬化係数を取り、 $E_{ST}/E = 0.02$  または  $0.03$  とし、弾性が維持される板幅方向の圧縮・曲げ係数はヤング係数とし、また塑性域でのせん断係数  $G_p$  はせん断弾性係数の0.5倍とした。

無補剛板では上記理論式から求まる一様圧縮の場合の所要幅厚比は、塑性設計指針、高層建築技術指針の箱形断面材のフランジの規定値と略等しく、また全塑性曲げの場合の所要幅厚比は高層建築技術指針のはりのウェブプレートの規定値と略等しくなる。これは降伏応力時の4倍以上の塑性変形が実験結果より期待できる値に相当する。

また補剛板の塑性座屈や変形に関する研究は殆ど見当たらないが、本論では材軸方向のスチフナが特にせいの高いはり材の塑性座屈にも有効であることを具体例で示した。なお省略したが誘導式による数値解析を系統的に行うことにより補剛に関する実用式の提示も可能である。

— 記号 — 単位：力，長さは  $t$ ， $cm$

$x, y$ 座 標	$a, d$ 板 長，板 幅	$\eta$ スチフナの圧縮縁からの距離 / $d$
$t$ 板 厚	$\beta = a / d$	$\mu_L = E I_L / Nd$
$\sigma_{cr}$ 座屈応力度 = $\sigma_y$	$\sigma_y$ 降伏応力度	$I_L$ 板長方向スチフナ断面2次モーメント
$\sigma_o$ オイラー応力度 = $\pi^2 N / t d^2$		$k_L$ 曲げ圧縮板座屈係数 = $\sigma_{cr} / \sigma_o$
$q =$ 塑性域せん断係数 / $G = G_p / G$		$p =$ ひずみ硬化係数 / $E = E_{ST} / E$
$M_p$ 軸力が共存しない場合の全塑性モーメント	$N$ 板曲げ剛さ = $E t^3 / 12(1 - \nu^2)$	
$M_u$ 軸力との共存で全塑性となる曲げモーメント	$N_u$ 曲げとの共存で全塑性となる軸方向力	
$F_L$ 板長方向スチフナ断面積	$N_p$ 曲げが共存しない場合の全塑性軸方向力	
$\delta_L = F_L / d t$	$G$ せん断弾性係数 = $E / 2(1 + \nu)$	
$R$ ひずみ硬化まで座屈しない無次元化限界幅厚比 = $d / t \cdot \sqrt{\sigma_y / E}$		
$i, k$ $x, y$ 方向座屈波形要素の半波形数	$m, n$ $i, k$ の特定値	

— 参考文献 —

- 1) 日本建築学会：鋼構造塑性設計指針，1975.11
- 2) 日本建築学会：高層建築技術指針，1973.3
- 3) 望月力男：矩形ウェブ板縦方向スチフナの研究，日本建築学会論文報告集，第43号1951.7
- 4) 井上哲郎・加藤勉：四縁支持鋼板の塑性座屈，日本建築学会構造系論文報告集第396号，1989

(平成5年11月24日受理)