

室内気流の数値解析に関する研究

(その1 MAC法による気流数値解析の問題点)

西岡哲平・北詰茂憲

Study on Numerical Analysis of Room Air Flow

(No.1. A Consideration on Problems about MAC Method)

Tetsuhira NISHIOKA, Shigenori KITAZUME

We made various types of air flow simulation program by MAC method and tried numerical experiments with them. In this paper all calculation are 2-dimensinal and without any consideration about turbulent flow effect to enable us to use 32bit computers and to examine fundamental characteristics of them. The outline of conclusions are as follows:

- 1) Eaven under very low Reynolds Number Condition, it is impossible to neglect non-linear flow effect.
- 2) Adams-Bashforth difference sheme is quite effective to attain acuracy and stability of calculation.
- 3) Although less accuracy, up-wind defference sheme can maintain remarkable stability in very high Reynolds Number flow.

1. はじめに

建築工学における気流の研究は古くは、外部風と建物の受ける風圧の問題に限定されていた感があったが1960年代に入り、大規模室内空間の空調方法の研究が本格的に始められてから、室内気流の問題が注目されるようになった。その後、1970年代に入って、超高層ビルディングが続々と建設され、それらの巨大建築物によって引き起こされる局地風(ビル風と呼ばれる)による風公害が問題化すると建物周辺の気流そのものに対する研究も活発化している。

建物内外の気流は、もちろん各々に独立性を持っているが、建物の自然換気や火災時の排煙など、両者に密接に関連のある研究テーマも数多く存在する。これらの建物周辺気流の研究には従来、縮尺模型を用いた実験に依存してきたが、近年CFD(Computational Fluid Dynamics)の分野での研究の成果を応用したコンピューターシミュレーションによる方法が採り入れられつつある。本論文では、これらの建築工学と気流に関する研究の基礎となる室内気流分布を対象としてCFDの手法を用いた数値シミュレーションの方法を研究してゆく。

2. MAC法による基礎方程式の数値シミュレーション

室内気流のような非圧縮性流体を対象とするシミュレーションの基礎方程式は流体の運動方程式である Navier-Stokes 方程式（以下 N-S 式と略す）と連続の式で、各々 (1) ~ (2) 式のように表わされる。これらのうち N-S 式は左辺第 2 項に非線型な移流項を含んでいる。この移流項の非線型性が乱流の不規則性と密接な関連を持っていることは Reynolds によって早くから明らかにされており、極めて重要な点であると考えられる。

$$\frac{\partial u_a}{\partial t} + \frac{\partial u_a u_b}{\partial x_b} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_a} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_a}{\partial x_b^2} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_b}{\partial x_b} = D = 0 \quad (2)$$

ここで、 u : 流体の速度、 t : 時間、 P : 圧力、 a, b : Tensor添字、 ρ : 流体の密度
 ν : 流体の動粘性係数

(1) ~ (2) 式の数値解法として、有限差分法の一つである MAC 法を使用する事とした。

MAC 法の骨子は N-S 式の divergence に連続の条件を入れた圧力に関する Poisson 方程式 ((3) 式) を導き、N-S 式の数値積分によって差分メッシュ各部の速度を、Poisson 方程式でそれらに対応する各部の圧力を求めるという操作を繰り返して、流れの定常解を求める所にある。Poisson 方程式の数値解法としてよく用いられるのは SOR (逐次加速緩和法) である。

$$\nabla^2 P = \mu \nabla^2 D + \rho \left(\frac{D}{\tau} - \nabla \frac{\partial u_a u_b}{\partial x_b} \right) = R \quad (3)$$

ここで、 μ : 粘性係数、 ∇^2, ∇ : ラプラシアン及びナブラ演算子、 τ : 差分時間間隔

SOR による (3) 式の数値解法で問題となるのは圧力の境界条件が複雑な Neumann 型となる点で、Hirt らによる圧力・速度同時緩和法 (参考文献 7 参照) が、これらのプログラミング上の問題を避けるために考案されている。SOR が (4) 式のような緩和式を用いるのに対して、Hirt らの方法では (5) ~ (6) 式を用いて圧力と速度を修正しながら連続の条件 $D = 0$ を満足する値へ収束させてゆく。

$$P_{i,j}^{M+1} = P_{i,j}^M + \frac{\alpha}{4} (P_{i-1,j}^{M+1} + P_{i+1,j}^{M+1} + P_{i,j-1}^M + P_{i,j+1}^M - h^2 R_{i,j} - 4 \cdot P_{i,j}^M) \quad (4)$$

$$P_{i,j}^{M+1} = P_{i,j}^M - \frac{\beta \cdot D_{i,j}}{4\tau} \cdot h^2 \quad (5)$$

$$u_{i,j}^{M+1} = u_{i,j}^M + \frac{\beta \cdot D_{i,j}}{4} \cdot h \quad (6)$$

ここで、 M : 反復回数の添字、 i, j : x 及び y 方向の座標添字、 h : 空間差分間隔
 α 及び β : 各々加速係数 (一般に 1 ~ 2 の間の定数)

プログラムを作成して比較すると、両者ともほぼ同じ解が得られる事が確かめられる。

同時緩和法はプログラムが簡単で記憶容量についても、かなり節約できるが、反復計算回数が多く計算時間も長くなる事から、本論文ではSORの方を利用する事とした。

3. 差分スキームに対する検討

①差分スキームと近似精度 N-S式のような偏微分方程式の差分近似スキームは目的によって様々なものが考案されている。差分スキームの近似精度は対象とする変数のTaylor級数展開によって評価され、最も基本的な差分スキームである前進差分及び後退差分は1次精度、中心差分は2次精度の差分スキームである。ここで、N次精度とはTaylor級数の第N+1階微分項以下を誤差として含む事を意味し、次数が高い程、近似精度が高くなる。

②移流項の差分スキーム 4で述べる通り一般に非線型の移流項は中間差分などの2次精度のスキームか風上差分スキームを使用する必要がある。特に、風上差分スキームは各メッシュの風向きによって前進差分と後退差分を使い分けるもので、計算の安定性を高めるのに有効である。

③時間項の差分スキーム 時間項の差分スキームは計算の安定性ばかりでなく計算効率にも大きな影響を与えるため、様々な差分スキームが考案されている。これらの差分スキームには、陽解法と陰解法があり、計算速度の面から本論文では陽解法を用いる事とする。

4. 数値計算結果

①使用した計算機とソフトウェア 数値計算は32bitの富士通FMR-70及びEPSON PC-386V (何れも数値演算プロセッサ装着)で行なった。使用した言語はMS-DOS版RM-FORTRANである。

②差分メッシュと境界条件 差分メッシュには図-1に示す通り、MAC法で最も多く用いられるStaggeredメッシュを用いた(メッシュ間隔 0.12m)。各変数の境界条件は図-2に示すように一般的なStokesの条件(境界面流速は0)によった。

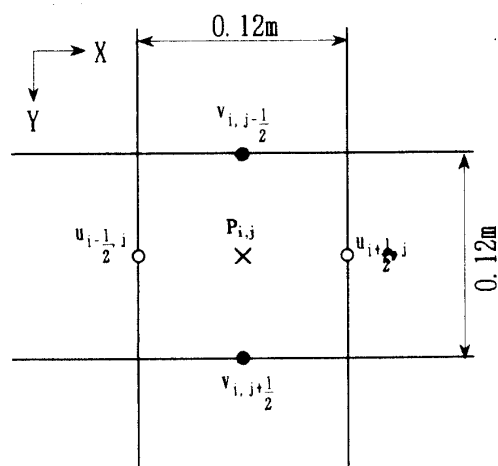


図-1 従属変数の定義点

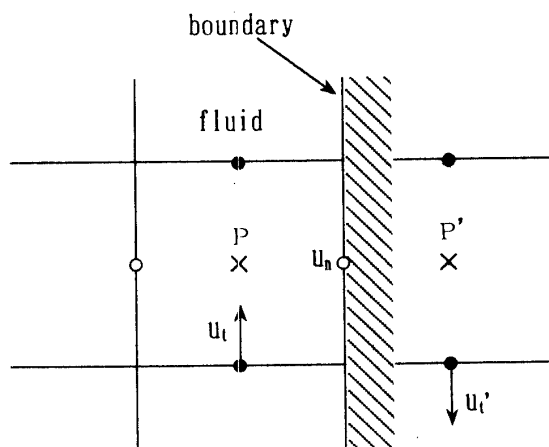


図-2 境界セルの従属変数

③ 計算モデル 数値計算を行なった3つの室内モデルを図-3に示す。何れも高さ2.4m、幅3.6mの2次元室(20×30メッシュ)で、給排気口(図中矢印)が異なる位置に配置されている。Reynolds数(以下Re数と略す)はメッシュ間隔を代表長、流速は給排気口通過流速、空気の動粘性係数を $1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ として計算している。又、給排気は全て等温強制流で、Re数100は通過流速約0.012 m/s、Re数1000は、流速約0.12 m/sを意味する。

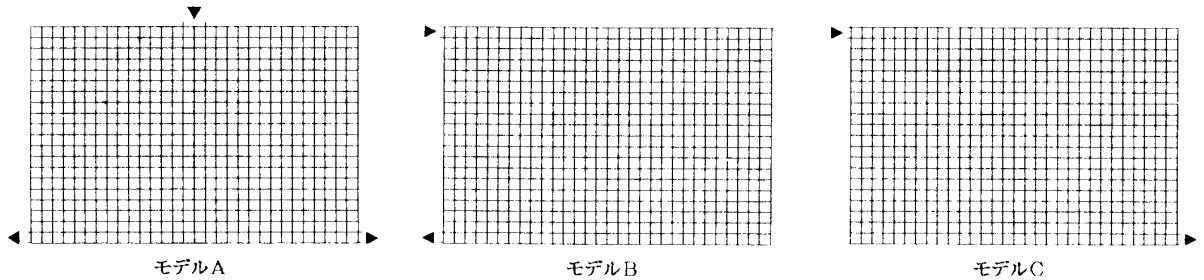


図-3 計算モデル(縦20×横30メッシュ)

④ 差分スキームと定常解 計算を行なった差分スキームの組み合わせは表-1に示す通りである。時間項のAdams-Bashforth差分(以下A-B差分と略す)は2次精度のスキームであり、移流項の風上スキームは1次精度スキームである。6通りの組み合わせについて計算を行なった結果、移流項に前進差分を使用する組み合わせでは、極く低いRe数域でしか定常解が得られない事、反対に、移流項に風上差分を使用すると数値粘性によって安定性が著しく増し、乱流に移していると考えられるRe数域でも定常解が得られる事が判明した。しかし、風上差分のこのような解は後で述べるように実験とは、ややかけ離れたものとなる。又、移流項に中心差分を用いると高Re数域での定常解は得られないが比較的、実験に近い流れが再現される。

⑤ 計算時間について 図-4にRe数150における3つの差分スキームとRe数300における風上差分(時間前進差分)の運動エネルギーの計算上の時間変化を示す。風上差分による計算の立ち上がりはA-B差分に比べて、早く安定している事が判る。(図中の横軸はN-S式による時間積分回数を示しており、実際の計算時間を示すものではない。)

実際の定常解が得られるまでの計算時間はRe数によって、少し変化するが、およそ次の通りである。最も早い時間前進・風上差分ではRe数千以下で約30分、A-B差分は前進差分との組み合わせで約2時間、中心差分との組み合わせで、約5時間であった。また、以上の計算結果について3つのモデル間では、大きな差は認められなかった。

表-1 層流MAC法各差分スキームの定常解の範囲(2次元モデル)

移流項差分 時間項差分	前進差分 (1次精度)	風上差分 (1次精度)	中心差分 (2次精度)
前進差分(1次精度)	Re = 5以下	Re = 1000 以上も可	Re = 150以下
Adams-Bashforth スキーム(2次精度)	Re = 5以下	Re = 700以下	Re = 300以下

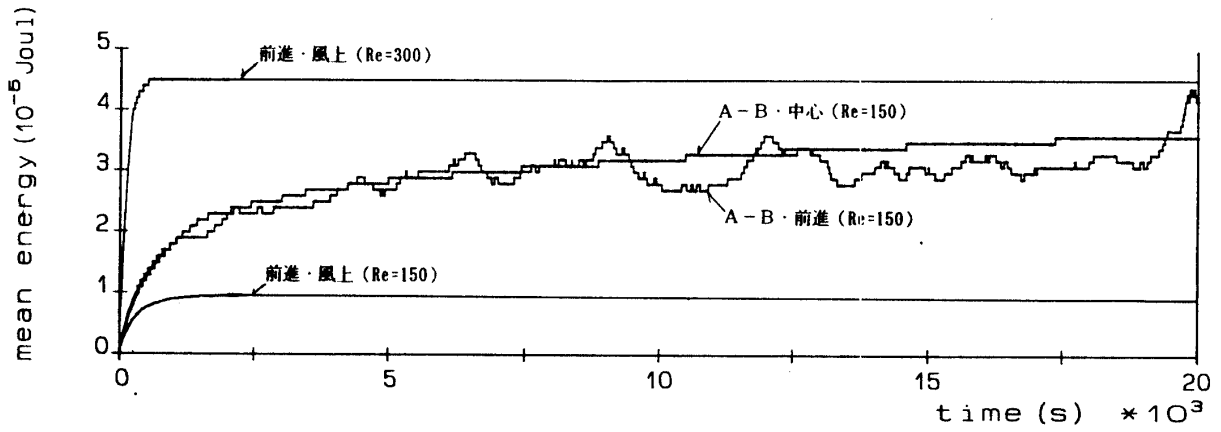


図-4 平均運動エネルギーの時間変化

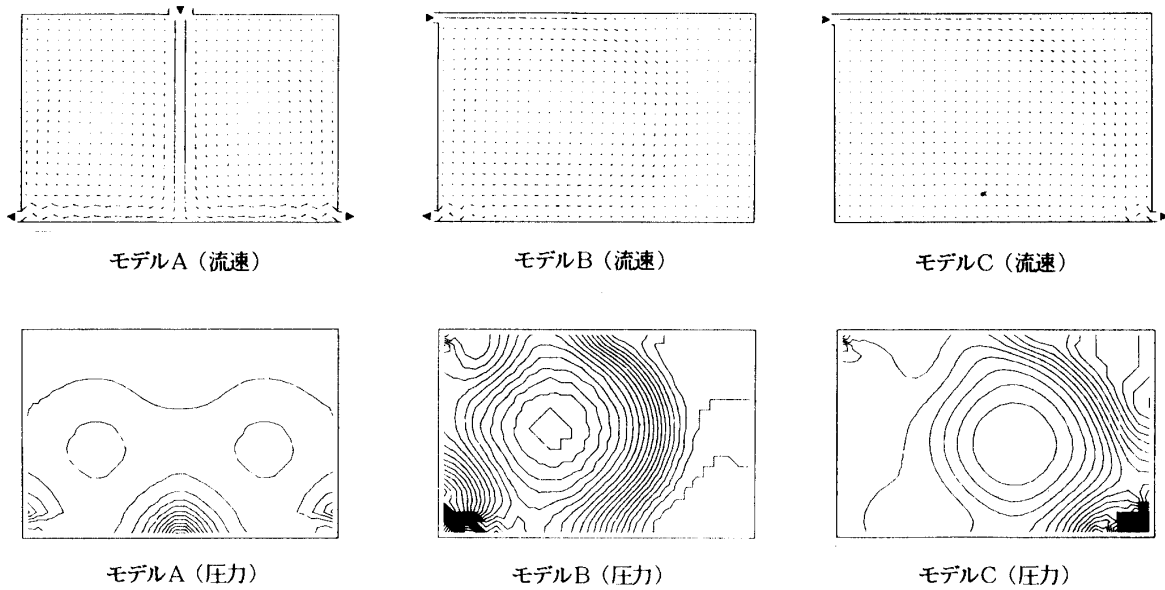


図-5 低レイノルズ数における計算結果 (A-B, 中心差分, $Re=50$)

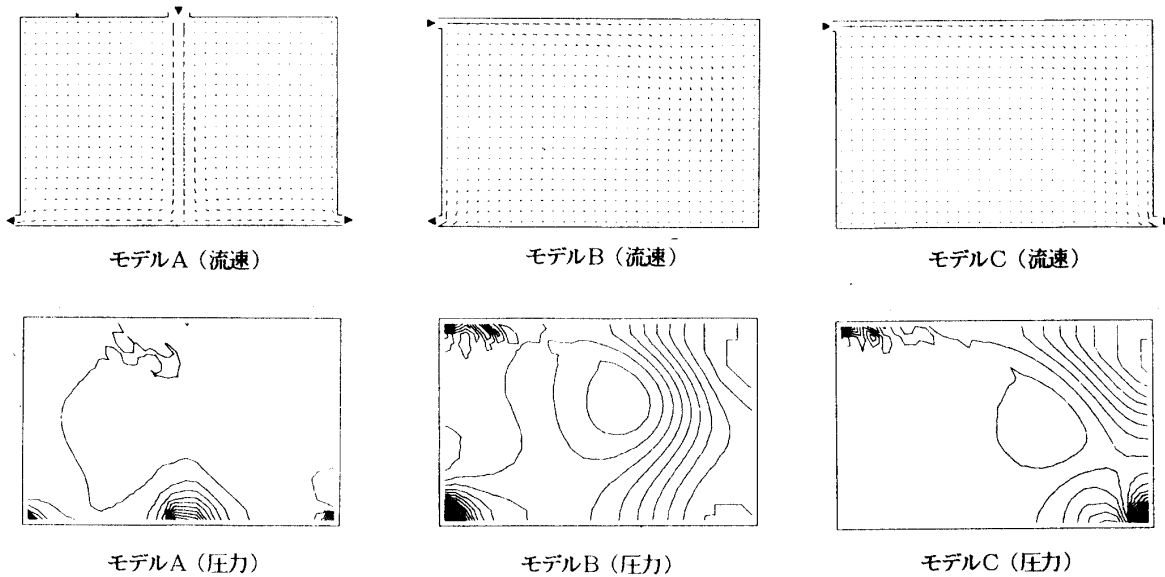


図-6 低レイノルズ数における計算結果 (A-B, 風上差分, $Re=50$)

⑥低 Re 数における数値解の状態 計算の結果得られた定常解の例を図-5~6に示す。何れも Re 数50の計算結果で、通常の測定器では測定が困難な微風速領域である。幸い参考文献14に水を使った同じ Re 数のほぼモデルBと相似な形状の実験結果が掲載されているので、比較を行なってみる事とする。図は何れも残念ながら縮小コピーで詳細が不鮮明であるが、図-5のA-B+中心差分による計算結果は排気口付近の乱れを除けば比較的实验結果をよく再現している。

とくに給排気口の反対側の隅角部に発生する剥離渦 (Corner Vortex) がうまく再現されている。それに対して、図-6のA-B+風上差分による計算結果では給気口から吹き出された気流が実験より遠方まで到達し、隅角部の剥離渦も著しく小さい。ただ、排気口周辺の気流については後者の方が実験に近い。図には示していないが、より高い Re 数域まで安定な定常解④得られた前進+風上差分の計算結果では、このような傾向がより顕著であり、室内中央部の気流が隅角部まで進入しており、その部分の剥離渦は全く再現されない。

これらの事は移流項に風上差分を使用した差分が高い Re 数域まで安定な計算が行なえるのは打ち切り誤差の一種である数値粘性によるもので、それらの数値解は実験などから得られる結果とはやや異なる流れである事を示している。反対にA-B+中心差分による計算は、かなり実験に近い数値解を与えるが、排気口付近に実際に存在しない流れの振動が発生することも重要な点である。これは、流れの非線型効果が関係する現象で中心差分では発生しやすい計算誤差である。

⑦高 Re 数における数値解の状態 図-7の左側は Re 数1000における前進差分+風上差分(何れも1次精度の差分スキーム)による計算結果である。この位の Re 数では通常流れは乱流に遷移しており、これと比較できる実際の2次元流は存在しない。そこで、筆者らが参考文献20において開発した $k-\epsilon$ モデルによる乱流数値解析結果と比較してみる。⑥と同様の傾向があり、流速、圧力分布とも右側の $k-\epsilon$ モデル(この位の Re 数域で比較的良好な精度を持つと言われている)による解析結果と異なっている。

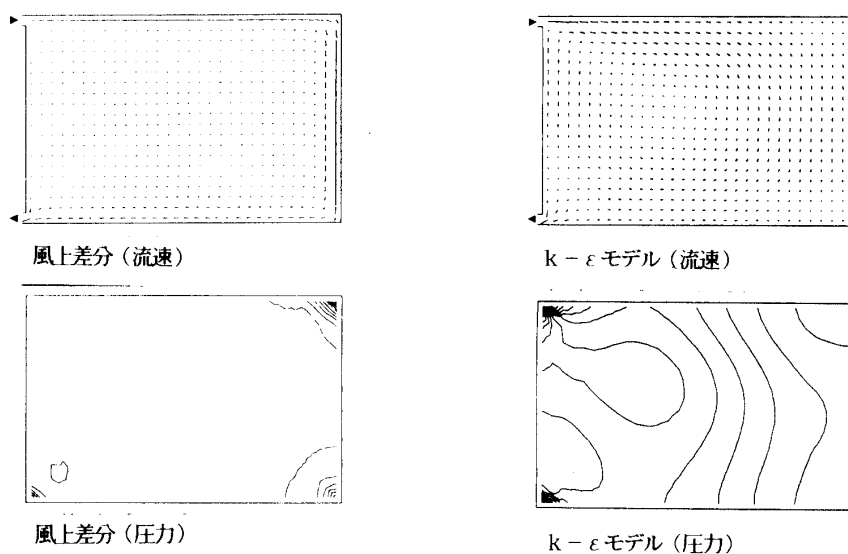


図-7 高レイノルズ数における計算結果 (モデルB, $Re=1000$)

5. 結語

以上の検討の結果を最後にまとめると次の通りである。

- ① 32bitクラスのパソコンでも2次元までの流体解析を行なえる。その際、計算に要する時間は、およそ30分から5時間である。
- ② 移流項の差分近似にはRe数の低い層流域でも、2次精度の差分スキームを使う必要がある。
- ③ 風上差分は1次精度のスキームでも数千のRe数域まで、定常解が得られる。計算が収束する時間も早い。数値粘性によって、その数値解は実際の流れとは様子が異なる場合が多い。
- ④ A-B差分+中心差分スキームはRe数の低い層流域において最も精度の高い計算スキームであるが、局部的に流れの非線型効果によると考えられる実際の流れにはない振動が起きやすい。

よって、汎用性の高い乱流の数値シミュレーションのための計算法に対する今後の研究方針として次の2点を指摘しておきたい。

- ① 基礎方程式の移流項の差分スキームは非線型効果を受けやすい中心差分ではなく、2次精度以上の風上差分を利用すべきである。（出来れば、Quickスキームなどの3次精度の差分）
- ② 1次精度の風上差分についても、さらに検討する余地が残されている。収束の早さや高Re数下での安定性など多くの特長を持っているからである。

参考文献

1. 寺井俊夫：室内熱対流について（2次元層流の場合）日本建築学会論文報告集 No. 59, 1958
2. Harlow, F. H. and J. E. Welch: Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *Phy. Fluids*, Vol. 8, No. 12, 1965
3. G. D. Smith, *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, Oxford University Press, 1965
4. J. Smagorinsky, S. Manabe, and J. L. Holloway, Jr.: Numerical Results from a Nine-Level General Circulation Model of the Atmosphere, *Monthly Weather Review*, Vol. 93, 1965
5. 勝田高司・土屋喬雄：室内気流分布の数値解法について，日本建築学会関東支部学術発表会梗概集，1968
6. James W. Deardorff: A Numerical Study of Three-Dimensional Turbulent Channel Flow at Large Reynolds Number, *J. Fluid Mech.*, Vol. 41, Part 2, 1970
7. C. W. Hirt and J. L. Cook: Calculating Three-Dimensional Flows around Structures and over Rough Terrain, *Journal of computational Physics*, Vol. 8, 1972
8. 山崎均・西田勝・浦野良美：室内気流流線の数値計算，日本建築学会大会学術講演梗概集，1972
9. 土屋喬雄：乱流を対象とした室内気流の数値計算，日本建築学会大会学術講演梗概集，1974
10. 土木学会編：土木工学における数値解析／流体解析編，1974

11. 日野幹男：流体力学，朝倉書店，1974
12. 吉川・山口克人：室内気流の数値解析（その1～7），空気調和・衛生工学会誌，1974～1978
13. 野村豪・松尾陽・貝塚正光・坂本雄三・遠藤清尊：室内空気分布の数値解法に関する研究1～3，
日本建築学会論文報告集，No. 231, 232, 238, 1975
14. 浦野良美・山崎 均・西田 勝・渡辺俊行・三木信博：二次元流れの数値解と可視化実験，日本建築学会論文報告集，
No. 240・1976
15. P.J.Roache:Computational Fluid Dynamics, Hermosa, 1976
16. 野村豪・松尾陽・加藤信介：MAC法の空間差分間隔に関する考察，日本建築学会論文報告集，No. 292, 1980
17. 野村豪・村上周三・加藤信介・佐藤正章：3次元乱流数値解析と模型実験，日本建築学会論文報告集，No. 298，
1980
18. 村上周三・持田灯・日比一喜：Large Eddy Simulationによる建物周辺気流の三次元数値解析，
日本建築学会計画系論文報告集，No. 360, 1986
19. 村上周三・加藤信介・近藤靖史：応力方程式モデルによる室内気流解析（その3～4），
空気調和・衛生工学会学術講演会講演論文集，1988
20. 西岡哲平・高橋宏行：パソコンによる室内気流分布の数値計算，日本建築学会大会学術講演梗概集，1990
21. 新版数値計算ハンドブック，オーム社，1990

（平成3年12月20日受理）