

カム線図のための八次曲線の検討

秋 田 晃

Consideration of 8th Order Equation Curves for Cam Chart

Akira AKITA

It is important to consider velocity, acceleration and its variation-rate i. e. jerk which cause shock, vibration and noise in the cam apparatus of power transmission.

This paper shows study on application of high order equation curve, particularly the 8th order polynomial equation curve, to the displacement curve of cam follower.

1. ま え が き

カム装置による動力伝達の際、従動節の速度、加速度及びその変化率、即ち衝撃、振動、騒音の原因となる躍動（躍度）を考慮する事が極めて大切である。速度、加速度、躍動等の曲線が、何れも滑らかに推移し、始点及び終点における各値がすべて零になる事が望ましい。この観点より、従動節の変位曲線に高次曲線を応用する事を考え、之等の検討と共に、七次曲線の応用についての考察を過去に、何回かに分けて発表した次第である。

今回は、変位曲線に八次多項式の曲線を応用した場合についての考察を示す。

使用する主記号は次の通り

θ : カムの回転角

h_0 : 従動節のリフト

θ_h : リフト h_0 に対するカムの回転角

t : 時 間

S : 従動節の変位

X : θ / θ_h の値

V : 従動節の速度

$a, b, c \dots$: 係 数

a : 従動節の加速度

ω : カムの角速度

j : 従動節の躍動（躍度）

T : 変位が最大となる迄の、カムの回転
所要時間 ($T = \theta_h / \omega$)

2. 従動節の運動

従動節の変位が八次多項式で表わされる場合の式を次の通りとする。

$$S = \left\{ a \left(\frac{\theta}{\theta_h} \right)^8 + b \left(\frac{\theta}{\theta_h} \right)^7 + c \left(\frac{\theta}{\theta_h} \right)^6 + d \left(\frac{\theta}{\theta_h} \right)^5 + e \left(\frac{\theta}{\theta_h} \right)^4 + f \left(\frac{\theta}{\theta_h} \right)^3 + g \left(\frac{\theta}{\theta_h} \right)^2 + h \left(\frac{\theta}{\theta_h} \right) + i \right\} h_0$$

$\theta / \theta_h = X$ とおけば

$$S = \{ aX^8 + bX^7 + cX^6 + dX^5 + eX^4 + fX^3 + gX^2 + hX + i \} h_0 \cdots \cdots (1)$$

カム装置の衝撃・振動・騒音等を少なくするために、従動節の始点及び終点における速度、加速度及び躍度等の何れもが零となるように計画をすれば

$X = 0$ に対し、変位 $S = 0$ ，速度 $V = 0$ ，加速度 $a = 0$ ，躍度 $j = 0$

又 $X = 1$ に対し、 $S = h_0$ ， $V = 0$ ， $a = 0$ ， $j = 0$

従って、上記の条件により 式(1)における係数の中

$$f = 0, \quad g = 0, \quad h = 0, \quad i = 0$$

を得るので、式(1)は

$$S = \{ aX^8 + bX^7 + cX^6 + dX^5 + eX^4 \} h_0 \cdots \cdots (2)$$

となる。更に、次の連立方程式が得られる。

$$\text{即ち, } \begin{cases} a + b + c + d + e = 1 \\ 8a + 7b + 6c + 5d + 4e = 0 \\ 14a + 21b + 30c + 40d + 48e = 0 \\ 28a + 21b + 15c + 10d + 6e = 0 \\ 56a + 35b + 20c + 10d + 4e = 0 \end{cases}$$

之を解くことにより、

$$a = 0, \quad b = -20, \quad c = 70, \quad d = -84, \quad e = 35$$

を得るので、変位を表わす式(1)、従って式(2)は、次の七次多項式となる。

$$S = \left\{ -20X^7 + 70X^6 - 84X^5 + 35X^4 \right\} h_0 \cdots \cdots (3)$$

即ち、八次多項式を予定したのであるが、始点及び終点における前記の条件を満たす八次多項式は得られず、上記(3)に示す七次多項式となった。

又、この変位の式から、速度、加速度、躍度等を表わす式は、次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} V &= \{-140X^6 + 420X^5 - 420X^4 + 140X^3\} h_0 \cdot \omega / \theta_h \\ a &= \{-840X^5 + 2100X^4 - 1680X^3 + 420X^2\} h_0 \cdot (\omega / \theta_h)^2 \\ j &= \{-4200X^4 + 8400X^3 - 5040X^2 + 840X\} h_0 \cdot (\omega / \theta_h)^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

上記(3), 及び(4)の各式は, 以前研究発表した「カム変位曲線に七次多項式を応用した場合」の次式において, $K=0$ の場合に相当する。

$$S = \{KX^3 + (-5K+35)X^4 + (9K-84)X^5 + (-7K+70)X^6 + (2K-20)X^7\} h_0 \dots\dots\dots(5)$$

但し, 上式(5)は $\theta / \theta_h = X = 0$ に対する $j = k$, 及び $X = 1$ に対する $j = k$ とし,

$$K = \frac{k}{6h_0} / (\omega / \theta_h)^3 \quad \text{とおいた場合の変位の式である。}$$

3. 従動節の運動の特徴的な値とその曲線

八次多項式を予定した結果得られた式(3)に示す七次多項式による運動の特徴を示す代表的な値を, 表1に示す。尚, 比較の参考に資するため, 以前研究発表した式(5)に示す七次多項式の場合の代表的な値をも表1に併記した。

又, 変位・速度・加速度及び躍度を表わす各曲線を図1～図3に示した。

表1 速度・加速度・躍度等の代表的な値

		始点と終点 での躍度	速度の最大 値($\frac{\theta}{\theta_h}-\frac{1}{2}$)	加 速 度				躍 度			
				最大値	その時の θ/θ_h	最 小 値	その時の θ/θ_h	最大値	その時の θ/θ_h	最 小 値	その時の θ/θ_h
今回の 場 合		0	2.19	7.40	0.3	-7.40	0.7	41.58	0.1 0.9	-52.5	0.5
△ 以前の 場合 ▽	K=¼	1.5	2.16	7.48	0.25	-7.70	0.87	41.0	0.13	-68.9	0.5
	K=½	3.0	2.20	7.24	0.25	-7.38	0.87	42.0	0.87	-51.0	0.5
	K=1	6.0	2.18	7.43	0.25	-6.00	0.75	39.6	0.13	-50.9	0.5

(注) 速度・加速度・躍度の単位は, それぞれ h_0/T , h_0/T^2 , h_0/T^3 とする。

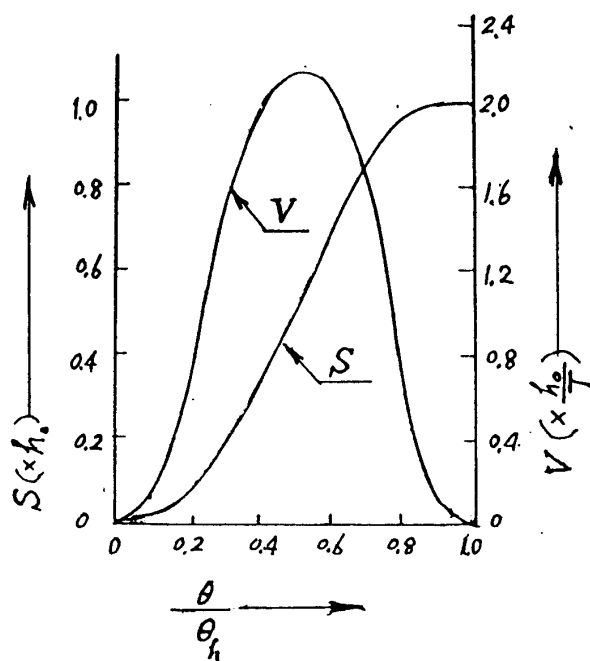


図1 変位線図
速度線図

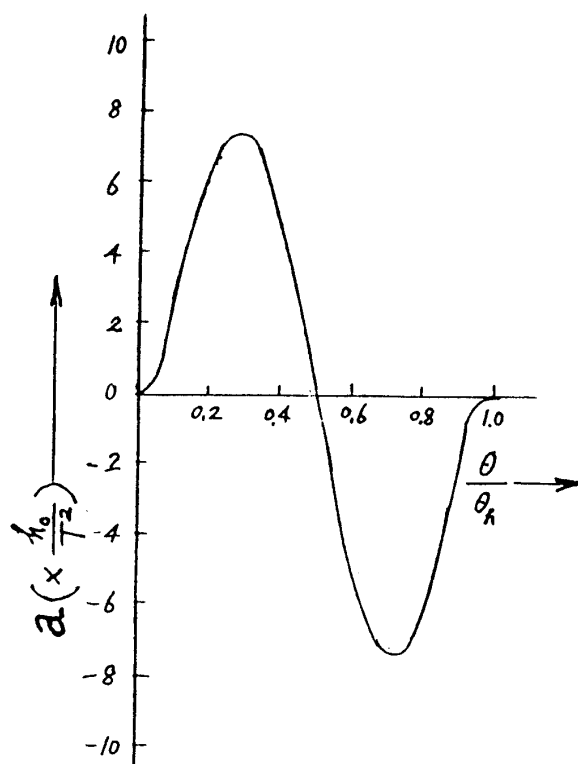


図2 加速度線図

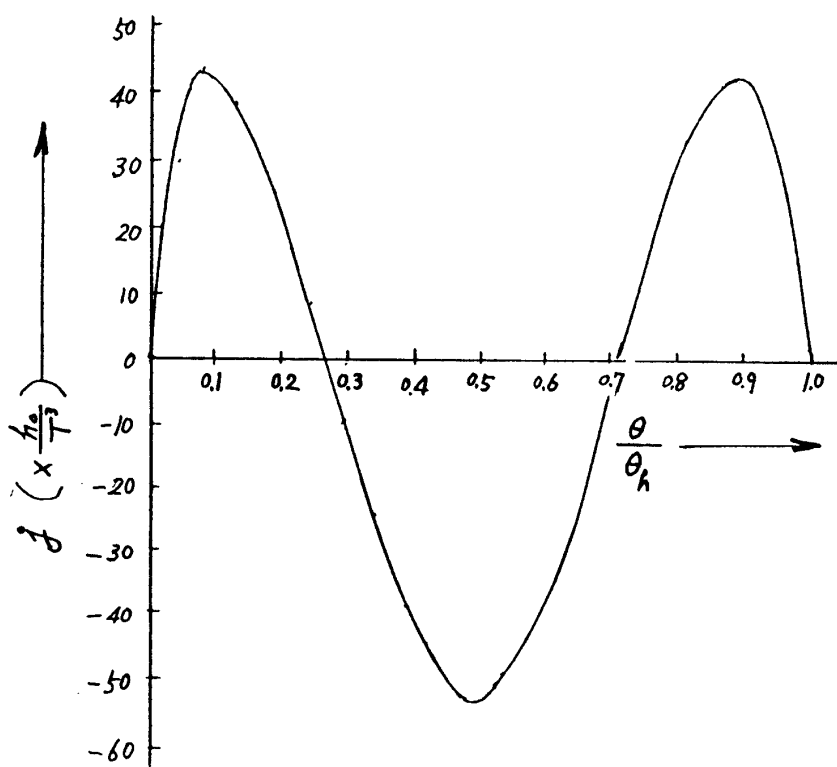


図3 躍度線図

4. 考 察

前記 2. 従動節の運動において求めた、従動節の変位を示す式(3)及び速度、加速度、躍度等を示す各式(4)につき、又表 1 及び図 1～図 3 に基づき、種々考察を行った結果を以下に記す。

4. 1 従動節の変位について

従動節の変位は、図 1 に示した通り、滑らかな曲線で表わされ、 $\theta/\theta_h=1/2$ の時、 $S=h_0/2$ となる。又 $\theta/\theta_h=1$ の時、 $S=h_0$ となる事は勿論であり、一見他の曲線を使用した場合と同様な変位線図となる。

4. 2 従動節の速度について

従動節の速度は、同じく図 1 に示した通り、連続で滑らかな曲線で表わされ、 $\theta/\theta_h=0$ 、及び 1 の時 $V=0$ となる事は勿論、 $\theta/\theta_h=1/2$ の時最大値 $2.19h_0/T$ となる。(但し、上記の $T=\theta_h/\omega$ である。)

速度は滑らかに変化し、その最大値も、表 1 に示す如く、以前の七次多項式の場合の最大値と大差なく、寧ろ $K=1/2$ の場合よりも、僅かに小さくなっている。

4. 3 従動節の加速度について

従動節の加速度は、図 2 に示した通り、極めて滑らかな、連続した曲線で表わされ、 $\theta/\theta_h=0$ 、及び 1 の時は勿論、 $1/2$ の時も、 $a=0$ となる。又、加速度の最大値は $7.40h_0/T^2$ で、以前の七次多項式の場合と大差なく、 $K=1/4$ 及び $K=1$ の場合よりも幾分小さい。即ち、始点と終点における作用力が零であり、その最大値も大きな値ではなく、又加速度も図 2 の如く、滑らかに変化するので衝撃的荷重は作用しない。

4. 4 従動節の躍度について

従動節の躍度は、図 3 に示した通り、 $\theta/\theta_h=0$ 及び 1 の時に $j=0$ となる。以前の七次多項式の場合や、他の曲線を変位曲線に応用した場合には得られなかった長所であり、大きな特徴となる。躍度の最大値は、少々大きくなるが、以前の式の場合の $K=1/2$ 、 $1/4$ の場合と大体同じである。又、躍度の最小値（負の最大値）は、 $K=1/4$ の場合より大であり、始点及び終点での躍度が共に零であって、連続した滑らかな変化を示す事は、図 3 により明らかである。従って、本研究による八次多項式（結果的には、七次式となった）を、従動節の運動、即ち変位曲線に応用した場合には、衝撃・振動等を防止するために、極めて有効である事がわかる。

5. あとがき

カム装置において、振動・衝撃・騒音等を防止するために、上記の如く以前にも、従動節の変位曲線に七次多項式の曲線を応用したが、本研究では八次多項式の曲線を応用する事を試みた次第である。始点及び終点における加速度及び躍度の両方共を零にし、しかも、それ等の最大値が過大とならず、又連続して滑らかな変化を示す点で所期の目的を達成する事が出来た。特に始点、終点における躍度が零となる特性は、他の変位曲線では得られない長所と思われる。結果的に、八次式が七次式に落着したが、之は八次式よりも却って簡単な式であり、処理上好都合というべきである。

参 考 文 献

- 1) 北郷 薫他3名：機構学，朝倉書店
- 2) 窪田雅男：機構学，森北出版
- 3) 小川 潔：リンク・カム設計，オーム社
- 4) 機械設計便覧，丸善
- 5) 木内 石：機械設計便覧，朝倉書店
- 6) 秋田 晃：カム設計法に関する考察，福井高専研究紀要第4号
- 7) 秋田 晃：カム設計に関する考察(2)，福井高専研究紀要第5号
- 8) 秋田 晃：カム設計に関する考察，日本機械学会九州支部講演論文集

(平成2年9月17日 受理)