

# 不等速伝動歯車の特性に関する考察

秋田 晃\*

## Characteristics of Special Gears for Inconstant Speed Transmission

Akira AKITA

It is often necessary to periodically change angular velocity or linear velocity of machining tool or handling part for saving of return time in machine tool and automatic transportation apparatus etc.

Application of special gears i.e. elliptical gear, eccentric gear and non-circular gear is very effective for periodical speed change in inconstant speed power transmission.

This paper shows characteristics, particularly angular velocity ratio of special gears.

### 1. ま え が き

加工機械による加工の際や自動搬送機械における搬送の際に、作業をしない戻り時間を出来るだけ節約して、無駄を省き生産性を高めるために、回転や直進の速度を周期的に変化させる事が屢々要求される。従って、楕円歯車、偏心歯車、非円形歯車のような特殊歯車を応用する事が、不等速伝動の際の速度を周期的に変化させるために、極めて有効である。この論文では上記のような特殊歯車の特性、特に角速度比等についての比較、変化状況、特徴を述べる。

### 2. 理論計算式

#### 2.1 使用する記号は次の通りである。

$\theta_1$ : 原動歯車の回転角	$a$ : 楕円歯車の長径, 非円形歯車の長径
$\theta_2$ : 従動歯車の回転角	$b$ : 楕円歯車の短径, 非円形歯車の短径
$\omega_1$ : 原動歯車の角速度	$e$ : 楕円歯車の離心率
$\omega_2$ : 従動歯車の角速度	$d$ : 偏心歯車のピッチ円直径
$i$ : 角速度比	$\delta$ : 偏心歯車の偏心量
$i_{\max}$ : 角速度比の最大値	$\varepsilon$ : 偏心歯車の偏心率
$i_{\min}$ : 角速度比の最小値	$f$ : 非円形歯車の扁平度
$k$ : 角速度比の変動率	$c$ : 原動歯車と従動歯車の中心距離

---

\* 機械工学科

## 2.2 非円形歯車・楕円歯車・偏心歯車における主要計算式

### 2.2.1 非円形歯車の場合

扁平度  $f$  は

$$f = \frac{a-b}{a+b}$$

中心距離  $c$  は

$$c = \frac{a+b}{2}$$

であるから、長径  $a$ 、短径  $b$  は

$$a = (1+f) \cdot c$$

$$b = (1-f) \cdot c$$

回転角  $\theta_1$  に対する動径  $r_1$  は

$$r_1 = \frac{c}{2} \cdot \frac{1-f^2}{1+f \cos 2\theta_1}$$

角速度比  $i$  は

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\sqrt{1-p^2}}{1+p \cos 2\theta_1}$$

ただし

$$p = \frac{2}{1+f^2} \text{ とする。}$$

$$i_{\max} = a/b, \quad i_{\min} = b/a$$

であるから、角速度比の変動率は

$$k = \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

### 2.2.2 楕円歯車の場合

離心率  $e$  は

$$e = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$$

中心距離  $c$  は

$$c = a$$

回転角  $\theta_1$  に対する動径  $r_1$  は

$$r_1 = \sqrt{\left(\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{2}\right)^2 + (r_1 \sin \theta_1)^2}$$

であるから、 $r_1$  は次式で表わされる。

$$r_1 = \frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{2 \cos \theta_1}$$

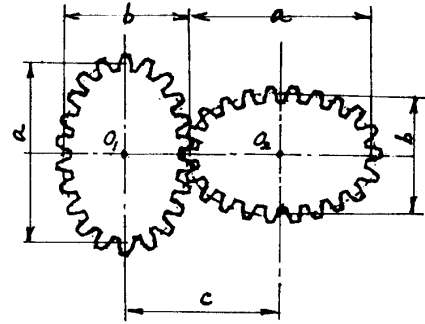


図1(a) 非円形歯車

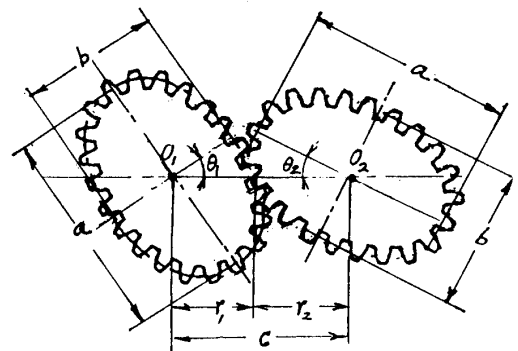


図1(b) 非円形歯車

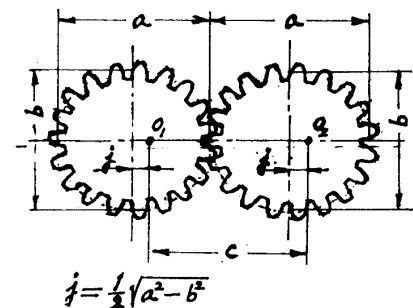


図2(a) 楕円歯車

角速度比  $i$  は

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{2 \cos \theta_1} \bigg/ \left( a - \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{2 \cos \theta_1} \right)$$

$$i_{\max} = \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}, \quad i_{\min} = \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{a + \sqrt{a^2 - b^2}}$$

角速度比の変動率  $k$  は

$$k = \left( \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} \right)^2 = \left( \frac{1 + e}{1 - e} \right)^2$$

### 2・2・3 偏心歯車の場合

偏心率  $\varepsilon$  は

$$\varepsilon = \frac{2\delta}{d}, \text{ 又 } c = d$$

回転角  $\theta_1$  に対する動径  $\gamma_1$  は

$$\gamma_1 = \frac{c}{2} \left\{ \sin \beta_1 + \varepsilon \sin (\beta_1 - \theta_1) \right\} \bigg/ \sin \beta_2$$

(ここで,  $\beta_1, \beta_2$  は圧力角の余角)

角度比  $i$  は

$$i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{\sin \beta_1 + \varepsilon \sin (\beta_1 - \theta_1)}{\sin \beta_1 - \varepsilon \sin (\beta_1 + \theta_2)}$$

又, 角速度比の最大値, 最小値は

$$i_{\max} = \frac{\frac{d}{2} + \delta}{\frac{d}{2} - \delta} = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

$$i_{\min} = \frac{\frac{d}{2} - \delta}{\frac{d}{2} + \delta} = \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}$$

従って, 角速度比の変動率  $k$  は

$$k = \left( \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^2$$

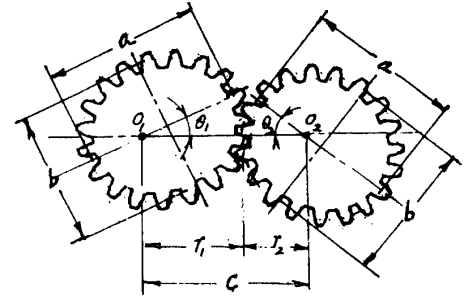


図 2 (b) 楕円歯車

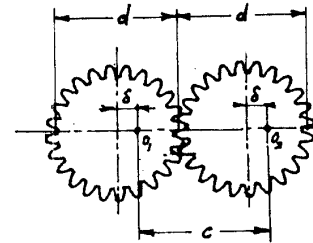


図 3 (a) 偏心歯車

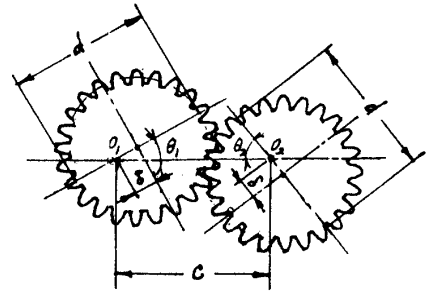


図 3 (b) 偏心歯車

### 3. 実験及び計算

#### 3.1 用意した各歯車の要目

実験、計算のために、製作し、用意した歯車の各要目は、モジュール=2，歯数=45枚で、インボルト歯形，圧力角=20°であり，扁平度・離心率・偏心率等の各値が互いに等しい非円形歯車・楕円歯車・偏心歯車の各10個について，実験及び計算により，角速度比，同変動率等を調査した次第である。

#### 3.2 実験方法

実験装置（詳細は省略）は，無段変速機内臓の電動機及びVベルト車により減速して回転させ，同軸上のピニオン及びラックを使用して回転運動を直線運動に変換し，変位センサー，増幅器，C-R回路，記録計等によって，角速度比の変動状況を調査研究した。

#### 3.3 調査結果

非円形歯車，楕円歯車，偏心歯車の各寸法と，それに対する角速度比及びその変動率等を表1～表3に示した。又回転角に対する角速度の状況を，各歯車（扁平度，離心率，偏心率=0.333）について調査した結果を，表4に示した。

又，各歯車についての角速度比の変動状況を示す曲線は，図4の通りである。（但し，扁平度，離心率，偏心率が共に代表的な，0.333，0.222，0.111の場合を表わす）。

表1 非円形歯車

非 円 形 歯 車						
番号	長 径 $a$ (mm)	短 径 $b$ (mm)	扁平度 $f$	角速度比 $i$		角速度比 変動率
				$i_{\max}$	$i_{\min}$	
1	90	72.02	0.111	1.249	0.800	1.561
2	90	68.87	0.133	1.307	0.765	1.707
3	90	65.84	0.155	1.367	0.732	1.867
4	90	62.80	0.178	1.433	0.698	2.053
5	90	57.99	0.222	1.552	0.644	2.410
6	90	54.69	0.244	1.646	0.608	2.707
7	90	52.07	0.267	1.728	0.579	2.984
8	90	49.64	0.289	1.813	0.552	3.284
9	90	47.36	0.311	1.900	0.526	3.612
10	90	45.03	0.333	1.999	0.500	3.998

表2 楕円歯車

楕 円 歯 車						
番号	長 径 $a$ (mm)	短 径 $b$ (mm)	扁平度 $f$	角速度比 $i$		角速度比 変動率
				$i_{\max}$	$i_{\min}$	
1	90	89.44	0.111	1.249	0.800	1.561
2	90	89.20	0.133	1.307	0.765	1.708
3	90	88.91	0.155	1.367	0.731	1.870
4	90	88.56	0.178	1.433	0.698	2.053
5	90	87.75	0.222	1.570	0.637	2.465
6	90	87.28	0.244	1.646	0.608	2.707
7	90	86.74	0.267	1.728	0.579	2.984
8	90	86.16	0.289	1.812	0.552	3.283
9	90	85.54	0.311	1.902	0.526	3.616
10	90	84.86	0.333	1.999	0.500	3.998

表3 偏心歯車

偏 心 歯 車						
番号	ピッチ円 直径 $d$ (mm)	偏心量 $\delta$ (mm)	偏心率 $\epsilon$	角速度比 $i$		角速度比 変動率
				$i_{\max}$	$i_{\min}$	
1	90	5	0.111	1.250	0.799	1.563
2	90	6	0.133	1.307	0.765	1.708
3	90	7	0.155	1.367	0.732	1.867
4	90	8	0.178	1.433	0.698	2.053
5	90	10	0.222	1.571	0.637	2.466
6	90	11	0.244	1.647	0.607	2.713
7	90	12	0.267	1.729	0.579	2.936
8	90	13	0.289	1.813	0.552	3.284
9	90	14	0.311	1.903	0.526	3.618
10	90	15	0.333	1.999	0.500	3.997

表4 各歯車についての回転角  $\theta_1$  と角速度比  $i$  の状況

	非円形歯車		楕円歯車	偏心歯車
0°	0.500	0°	0.500	0.500
10°	0.593	20°	0.593	0.565
20°	0.694	40°	0.694	0.719
30°	0.824	60°	0.824	0.882
40°	1.082	80°	1.082	1.005
50°	1.314	100°	1.314	1.229
60°	1.609	120°	1.609	1.593
70°	1.850	140°	1.850	1.781
80°	1.950	160°	1.950	1.905
90°	1.999	180°	1.999	1.999
100°	1.950	200°	1.950	1.912
110°	1.850	220°	1.850	1.794
120°	1.609	240°	1.609	1.532
130°	1.314	260°	1.314	1.237
140°	1.082	280°	1.082	1.001
150°	0.824	300°	0.824	0.802
160°	0.694	320°	0.694	0.682
170°	0.593	340°	0.593	0.542
180°	0.500	360°	0.500	0.500
190°	0.593	380°	0.593	0.565

(上表は、 $f = 0.333$ ,  $e = 0.333$ ,  $\epsilon = 0.333$  の場合の値を示す。)

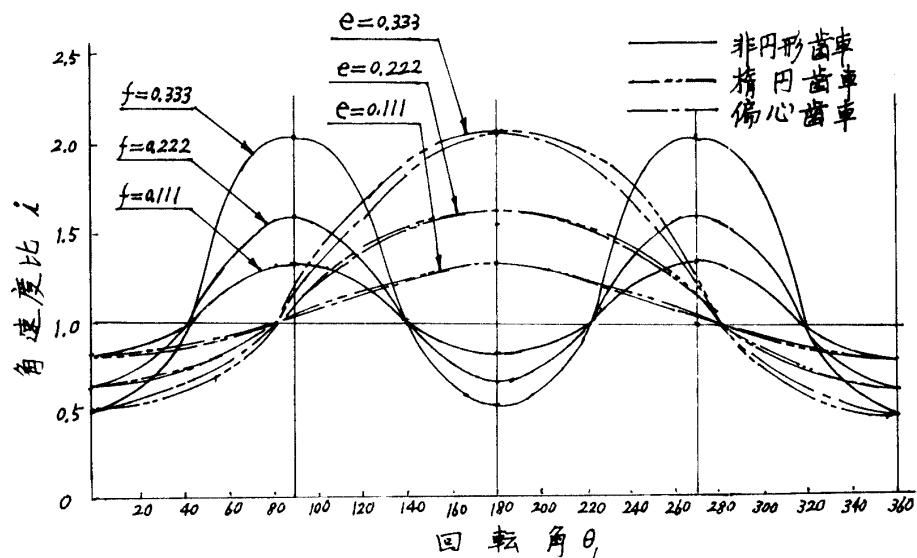


図4 各歯車の回転角  $\theta_1$  に対する角速度比  $i$  の状況

## 4. 考 察

### (1) 角速度比について

非円形歯車の扁平度，楕円歯車の離心率，及び偏心歯車の偏心率，の各値を何れも同じ値にした場合の角速度比を調査した結果，表1・表2・表3に示す通り，角速度比の最大値及び最小値は，それぞれ全く等しい値となり，従って角速度比変動率も等しい値となる事が判った。

回転角に対する角速度比の変化状況は，非円形歯車の扁平度，楕円歯車の離心率，偏心歯車の偏心率の各値が共に0.333である場合についての調査結果を表4に示し，又図4は扁平度，離心率，偏心率の各値が代表的な，0.333，0.222，0.111である三つの場合についての角速度比変化の状況を示したが，非円形歯車，楕円歯車，偏心歯車の何れについても，大差なく，ほぼ同様な状況である事を知り得た。

但し，楕円歯車と偏心歯車の場合，回転角 $360^\circ$ 毎に，角速度比の最大値・最小値があり， $360^\circ$ の周期で変化するが，非円形歯車の場合は，回転角 $180^\circ$ 毎に最大値・最小値があるので，1回転中に2回の変動があり， $180^\circ$ の周期で変化する事が異なる点である。

### (2) 製作上の問題点

非円形歯車及び楕円歯車の製作の際は，極めて特殊な歯切りを要するため，その装置及び加工者は，特別の工夫，技能が要求される。しかし，偏心歯車の製作の際は，普通の平歯車の回転中心，即ち軸穴を偏心させるだけであるので，簡単に製作する事が可能である。但し，偏心量を適切な値にしなければ，かみ合い率が小さくなり過ぎて，円滑な回転が期待出来なくなるので，絶えず，かみ合い率を考慮しながら設計する事が肝要である。又，設計者は軸心増加係数についても十分な配慮が必要となる。上記の点を別にすれば，偏心歯車の方が遙かに優位である訳である。

## 5. あとがき

回転中の角速度比を，周期的に変化させる事は，早戻り運動を始め，加工機械，作業機械，自動機械その他，各種の機械に於て，必要な場合が多々あるので，それに使用する確実な方法のために，非円形歯車，楕円歯車，偏心歯車等の特性を調査研究した次第であり，特に偏心歯車の使用が便利である事は，上記4の考察に記した通りである。又，同じ偏心歯車を3個，4個とかみ合せて回転させれば，前記の角速度比の自乗，三乗の角速度比を得る事が出来て，好都合であり，効果的となる。

## 参 考 文 献

- 1) 窪田雅男著；機構学 森北出版発行
- 2) 北郷 薫（他3名）著；機構学 朝倉書店発行
- 3) 小川 潔著；機構学 オーム社発行
- 4) 石田・三留著；機械学会論文集 日本機械学会発行
- 5) 木内 石著；機械設計便覧 朝倉書店発行
- 6) 編集委員会著；機械設計便覧 丸善発行

（平成4年10月5日受理）