

ウェーブレットによる心電図波形解析の試み

山口千里*・山西輝也*

A Simulation of Wavelet Analysis of Electrocardiogram

Chiri Yamaguchi and Teruya Yamanishi

Fourier analysis is an established method for frequency analysis and practically used in various fields. Fourier analysis, however, is not an appropriate method to handle frequencies that change according to time. Recently, wavelet analysis has drawn much attention from engineers as well as mathematicians. In this paper, Fourier analysis, including short time Fourier analysis, and wavelet analysis have been briefly reviewed, and wavelet analysis has been applied to time-frequency analysis of electrocardiogram (ECG) signals.

1. 緒言

理工学分野に於る周期的現象を数学的に表現し解析するための方法として、Fourier 解析が広く用いられている。音、光、機械振動、熱伝導、電圧変動、その他、波として捉えられるあらゆる現象はFourier 解析の対象となり得る。Fourier 級数やFourier 変換は純粋及び応用数学の分野で既に確立された方法である。しかし、Fourier 解析では信号の周期性を重んじて位相情報を消去するために、時刻に関する情報が失われる。例えば、時刻と共に周波数が単調に変化する単純な場合でも、スペクトルと局所的現象の対応関係を見つけるのは非常に困難である。

最近、「ウェーブレット解析」と呼ばれる新しい手法が、数学、情報処理、画像処理、医学物理、地球環境問題、等、幅広い分野で注目を浴びており、ウェーブレットに関する教科書や解説書が多数現れている [1~11]。現在のウェーブレット理論は1980年代初頭にMorlet が「wavelet of constant shape」を用いて時間周波数解析を行ったことに始るとされている[9]。Morlet の時間周波数解析は、Fourier 解析のように正弦波の重ね合わせで信号を表現する代わりに、短い波 (wavelets) の重ね合わせで信号を表現するものである。それよりずっと前の1946年に、Gabor は窓関数に Gauss 関数を用いてFourier 変換を行う「短時間Fourier 変換」という時間周波数解析の方法を示した [12]。以来、Gabor の方法は多くの工学分野で応用されて来た。Morlet もGabor 変換の方法を用いて、石油探査における音響信号解析を行っていたが、解析が非常に困難であった。これを克服するために、ウェーブレットによる時間周波数解析法を用いた。即ち、ウェーブレット解析は短時間 Fourier 解析の延長線上にある。ウェー

* 経営工学科

ブレット解析は Fourier 解析よりも柔軟性に富んでおり、周波数の分解能はさほど高くはないが、相関の局在性と相似性から、データに含まれる局所相似性の解析に非常に適しており、信号の局所的解析が可能である。ここで注意すべきことは、ウェーブレット解析が Fourier 解析に取って代るものではなく、それぞれに特徴があるということである。本論文では、生体信号の中で心電図を取り上げ、ウェーブレット解析の応用を検討する。第2節では Fourier 変換とウェーブレット変換の基礎を概説し、第3節では心電図データベースから得た心電図信号のウェーブレット解析を行う。

2. Fourier変換とウェーブレット変換

2. 1 Fourier 展開と Fourier 変換

関数 $f(t)$ の Fourier 展開と Fourier 変換および Fourier 逆変換は以下のように表される。

$$\text{Fourier 展開} \quad C_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-i\omega_n t} dt \quad (1)$$

$$\text{Fourier 変換} \quad G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2)$$

$$\text{Fourier 逆変換} \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (3)$$

Fourier 変換の定義は幾つかあり、上の式は電気工学で一般に用いられる標記であるが、物理学で一般に用いられる式では指数関数の符号がこれと逆になる。又、係数 $1/\sqrt{2\pi}$ を含む定義もある。

2. 2 短時間 Fourier 変換 (Gabor 変換)

Fourier 変換の基底に用いられる指数関数 $e^{-i\omega t}$ は時間領域で無限に広がっているので、信号の時間的情報が失われる。この欠点を補うために、局在した窓関数を用いるのが短時間 Fourier 変換である。窓関数を $w(t)$ とするとき、 $f(t)\overline{w(t-b)}$ の Fourier 変換を f の窓関数 $w(t)$ による短時間 Fourier 変換と呼び、以下のように表す。 $\overline{w(t-b)}$ は関数 $w(t)$ を平行移動した関数 $w(t-b)$ の複素共役である。

$$\text{短時間 Fourier 変換} \quad G_b(\omega) = \int e^{-i\omega t} f(t) \overline{w(t-b)} dt \quad (4)$$

特に、窓関数 $w(t)$ に

$$\text{Gauss 関数} \quad \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} e^{-\frac{t^2}{4\alpha}} \quad (5)$$

を選んだ場合の短時間 Fourier 変換は創始者の名を冠して Gabor 変換と呼ばれる。

$$\text{Gabor 変換} \quad G_b^{\alpha}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{\pi\alpha}} e^{-\frac{(t-b)^2}{4\alpha}} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (6)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{G_b^a(t)} dt \quad (7)$$

Gabor 関数
$$G_b^a(t) = e^{-i\omega t} \frac{1}{2\sqrt{\pi a}} e^{-\frac{(t-b)^2}{4a}} \quad (8)$$

Fourier 変換に窓関数を用いることで、信号の時間周波数解析が可能になる。Gabor 変換以外にも色々の窓関数がいわれている。

2.3 連続ウェーブレット変換

アナライジング・ウェーブレット（又は、マザー・ウェーブレット） $\psi(x)$ による関数 $f(x)$ のウェーブレット変換は次のように定義される [8]。ここでは、これまでの時間 t の代わりに、変数 x を用いる。

ウェーブレット変換
$$(W_\psi f)(b, a) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{a}} \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} f(x) dx \quad (9)$$

$\psi((x-b)/a)$ は $\psi(x)$ を b だけ平行移動（トランスレート）し、 a 倍伸縮（スケール）したものである。 a をスケール・パラメータと呼び、 $1/a$ は周波数に対応する。 $\psi(x)$ は実関数であるので、複素共役 $\overline{\psi(x)}$ と $\psi(x)$ の区別はいらない。又、ウェーブレット変換から元の信号を復元できる。このためのウェーブレット逆変換は次のように表される。

ウェーブレット逆変換
$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \iint_{R^2} (W_\psi f)(b, a) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \frac{dadb}{a^2} \quad (10)$$

図 1 a) は周波数と振幅が時間と共に変化する正弦波、図 1 b) はこの波の幾つかの部分のウェーブレットで切り出して、対応する位置に示したものである [8]。マザー・ウェーブレットには種々のものがあり、解析の対称となる信号により適切なものを選ぶ必要がある。良く用いられる基本ウェーブレットとして、Daubechies、Mexican hat、Meyer のマザー・ウェーブレットを図 2 に示した。Daubechies ウェーブレットの場合、自然数 N に対応した一連のスケール関数があり、 N と共に関数の滑らかさが増す。

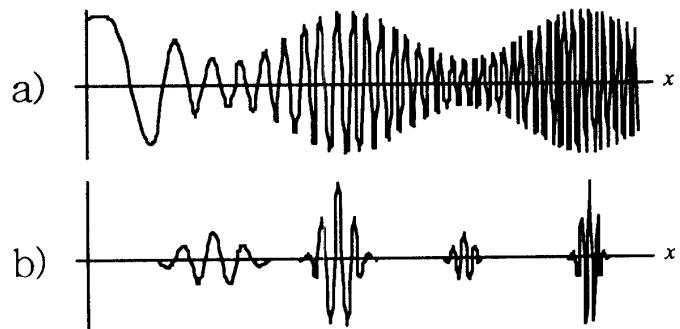


図1 a) 周波数が時間と共に変化する正弦波と、b) その波の幾つかの部分のウェーブレットで切り出したもの。

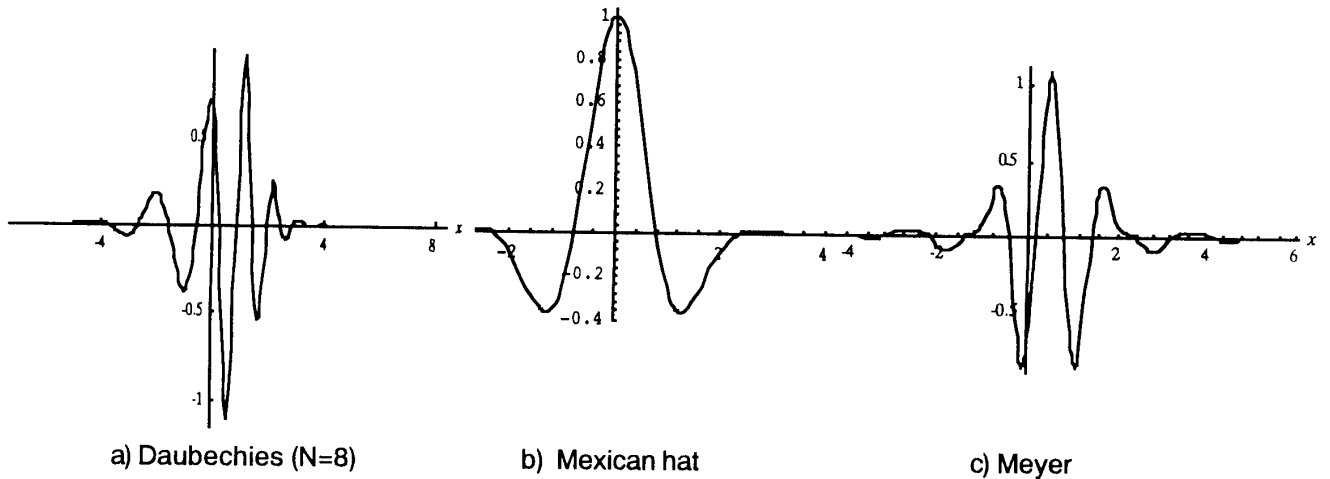


図2 種々のマザー・ウェーブレット。Daubechies の場合はNが大きくなる程滑らかになる。

2. 4 不確定性原理

信号 $f(x)$ は時間軸上のある点 x の周りに幅 Δ_f で広がっている。又、 $f(x)$ の Fourier 変換 $G(\omega)$ はその周波数軸上の点 ω の周りに幅 Δ_G で広がっている。 Δ_f を小さくすれば、 Δ_G は大きくなり、逆に Δ_f を大きくすれば、 Δ_G は小さくなる。即ち、 Δ_f と Δ_G を同時に小さくすることはできず、 Δ_f と Δ_G は以下の不確定性原理が成り立つ。

$$\text{不確定性原理} \quad 2\Delta_f\Delta_G \geq 1 \quad (11)$$

2. 5 離散ウェーブレット変換

ウェーブレット変換の式 (9) を直接積分することは困難で、実際の信号処理においては、離散データによる

Fourier 変換の場合と同様に、離散ウェーブレット変換が用いられる。離散化は二つの整数 j, k を用いて、 $(b, 1/a) = (2^{-j}k, 2^j)$ とおいて実現される。ウェーブレット変換 $(W_\psi f)(2^j k, 2^j)$ を d_k^j と書けば、(9) 式は以下のようなになる。

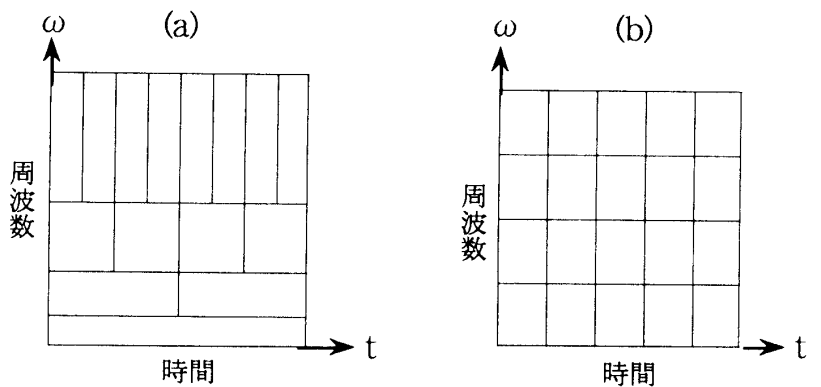


図3 (a) ウェーブレット変換と、(b) 短時間 Fourier 変換によるサンプリング

$$\text{離散ウェーブレット変換} \quad d_k^j = 2^{j/2} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\psi(2^j x - k)} f(x) dx \quad (12)$$

$$\text{離散ウェーブレット逆変換} \quad f(x) = \sum_j \sum_k d_k^j \psi(2^j x - k) \quad (13)$$

離散ウェーブレット変換の時間 - 周波数信号平面上的表示（サンプリング）は、良く知られた図3(a)のようになる。信号平面は幅（時間） $1/2^j$ 、高さ（周波数） $\alpha 2^j$ の長方形のセルに分割され、夫々のセルには番地（ k, j ）が対応し、 d_k^j の値をセル（ k, j ）に対応させると良い。各セルの面積は一定（ $= \alpha$ ）である。これに対し、短時間 Fourier 変換による時間 - 周波数サンプリングは図3(b)のように表され、時間と周波数の窓の幅が場所によらず一定である。

ウェーブレット展開による時間周波数解析では、 $j \rightarrow -\infty$ で時間周波数窓が時間方向に伸びてしまい、局所的時間解析ができなくなる。この問題を解決するためにウェーブレットパケットという方法が考えられている [15]。ウェーブレット変換（WT）ではより低い周波数部分に対応する空間を分解するのに対し、ウェーブレットパケット変換（WP）では高低両方の周波数に対応する空間を分解する。

芦野らはウェーブレット解析と Gauss 関数を用いた短時間 Fourier 解析（Gabor 変換）との性能を詳しく比較している [9]。ウェーブレット解析は周波数領域での変化をスケール因子 j を動かすのみで検出できるので、窓幅と周波数の両方を指定する必要のある Gabor 変換よりも操作が簡単である。しかし、雑音の中から不連続信号を検出する場合に、窓幅と周波数を適切に選ぶことができれば、その検出能力は S/N 比の観点から見ると、Gabor 変換の方が優れている。環境の変化に敏感な短時間 Fourier 変換に比べ、ウェーブレット解析は環境の変化に対し頑強であるので、異常信号の発生の監視には向いている。従って、連続監視にはウェーブレット解析を用いて不連続波形を検出し、より精密にこれを見るときに短時間 Fourier 解析を用いると有効だとしている。

3. 心電図の解析

3. 1 心電図の基本波形

人体は組織から微弱な電気信号や磁気信号を発生している。中でも良く知られ、体外から測定できて診断に広く用いられているのは心電図、脳波、筋電図、脳磁図、等である。心筋の細胞内に超微小電極を挿入して電位を測定すると、細胞膜の分極と脱分極により、膜電位が測定できる。心電図は各心筋細胞内における活動電位を、心臓全体について体表面で記録したもので、その基本波形は誘導部位により異なるが、一般的波形は図4に示すようなものである。P波は心房の電氣的興

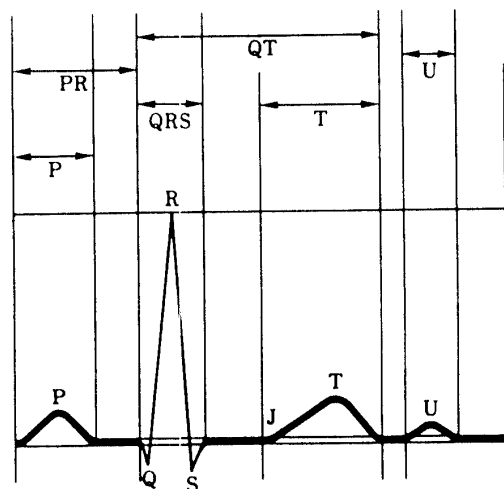


図4 心電図の基本波形。各部の意味は本文を参照のこと。

奮過程、Q波は心室中隔の興奮過程、RS波は左右心室の興奮過程、T波は心室興奮の消退を示す。P波、QRS波、ST波、T波、U波等の呼称はアルファベットのPから6文字を取ったもので、心電図の発明者 Einthoven (1903年) に由来する [13]。PQ間隔は房室間興奮伝導時間、QRS間隔は心室内興奮伝導時間、QT間隔は電気的心室収縮時間を表す。

3. 2 心電図のウェーブレット解析

Massachusetts Institute of Technology の心電図データベースMIT-BIHから得た心電図サンプルデータ [14] を用いて、ウェーブレット解析の可能性を検討した。BIHデータベースはCD-ROMに収められて有料で提供されている。ここでは、X_100.datという無料のバイナリファイルをインターネットを通して取込み、Mathematica [16] で解析した。X_100.datはほぼ図5に示すような正常の心電図記録であるが、本論文では14本のパルスのうち2本を故意に消去して不整脈を模擬した。全データ数は4096 ($= 2^{12}$) である。また、図6は任意の一パルス波形を取り出したもので、データ数は256 ($= 2^8$) である。ここでは前節で紹介したWTとWPの両方で解析をした。

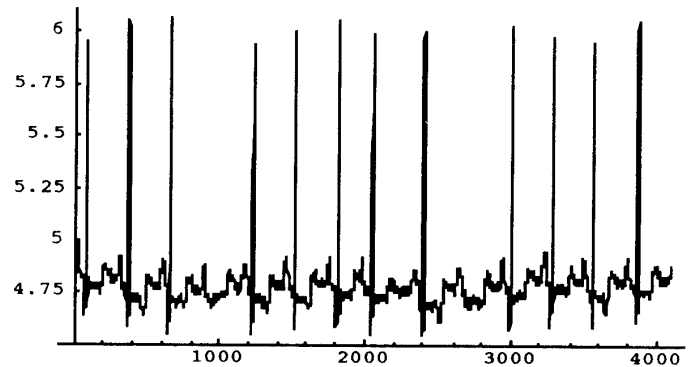


図5 MIT-BIHから得た心電図データから、2本のパルスを消去して作った不整脈模擬データ。縦軸の原点に注意。

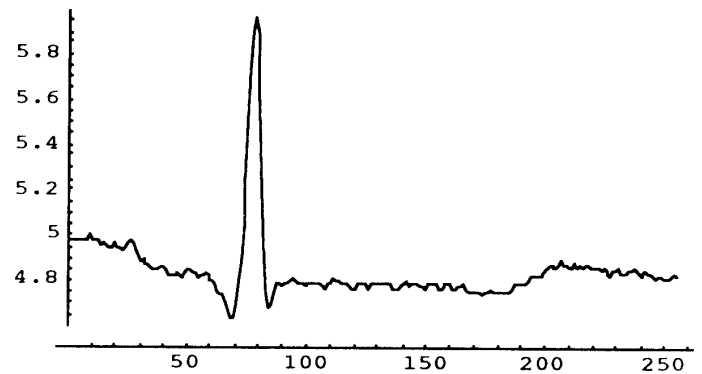


図6 心電図記録のパルス一つを取り出したもの。図の縦軸の下の部分は省略してあることに注意。

図7はDaubechiesのマザー・ウェーブレット (フィルタ) を用いて解析した結果である。上段がウェーブレット係数の時間 - 周波数位相空間におけるプロット図で、上に行くほど j の値が増し (周波数が高くなり)、縦の間隔が急速に広がる (図3参照)。下段は各 j に対する係数を示しており、レベルが上に行くほど周波数が高い成分を表す。右方向は時間の進む向きである。入力信号が周期的で単純な波形のために、 $N=2$ と $N=8$ で有意の差は見られないが、パルスの欠けている様子がよく分かる。このことはウェーブレット解析が心電図パルスの連続監視に向いていることを示している。WTとWPの結果に目立った差異は認められない。図8は一つの心電図波形に対するWTとWPによる時間周波数位相空間プロットを比較したものである。解析に用いた波形が比較的単純であるせいか、フィルタの次数 $N=2$ の方が $N=5$ や $N=8$ よりも鮮明な時間 - 周波数位相プロットを示している。これは、解析に用いた波形が $=5$ よりも

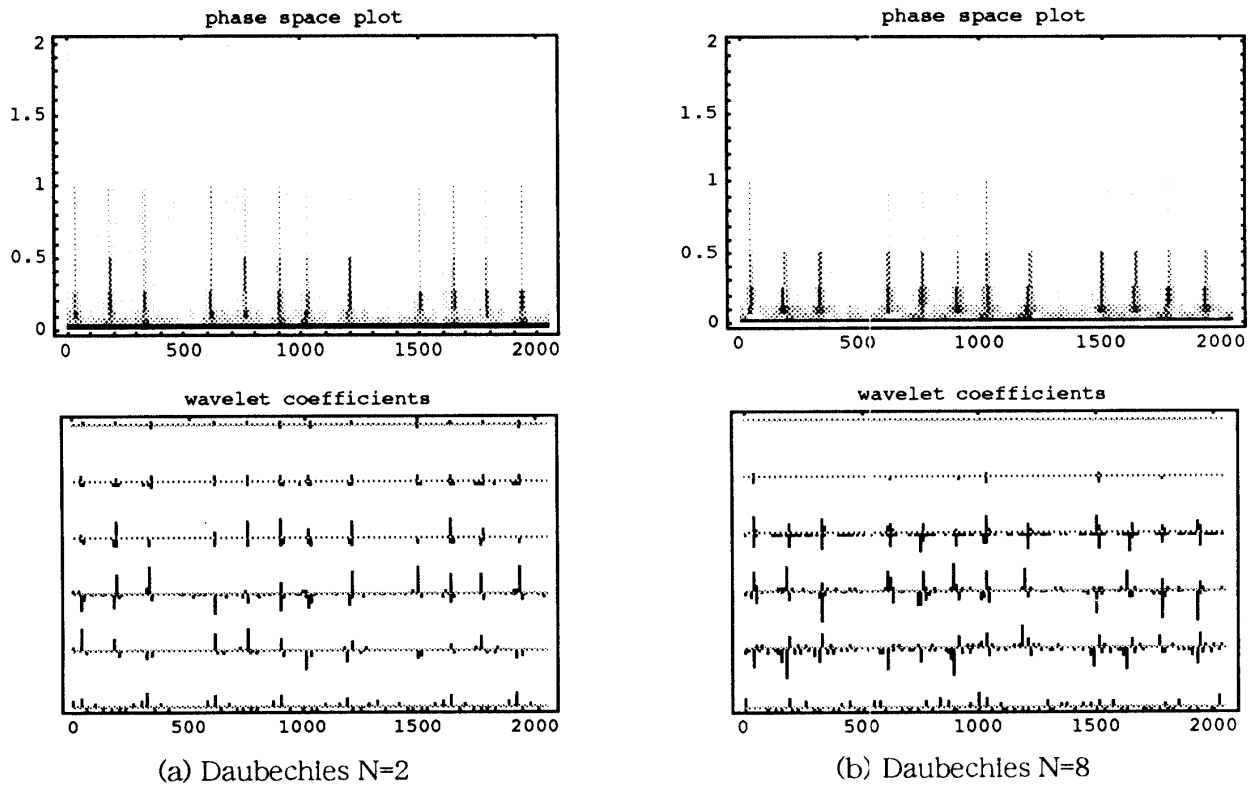


図7 心電図パルス列のDaubechiesフィルタを用いたウェーブレット変換による解析結果。
 (a) $N=2$ 、(b) $N=8$ 。上段は時間周波數位相空間、下段はウェーブレット係数を示す。

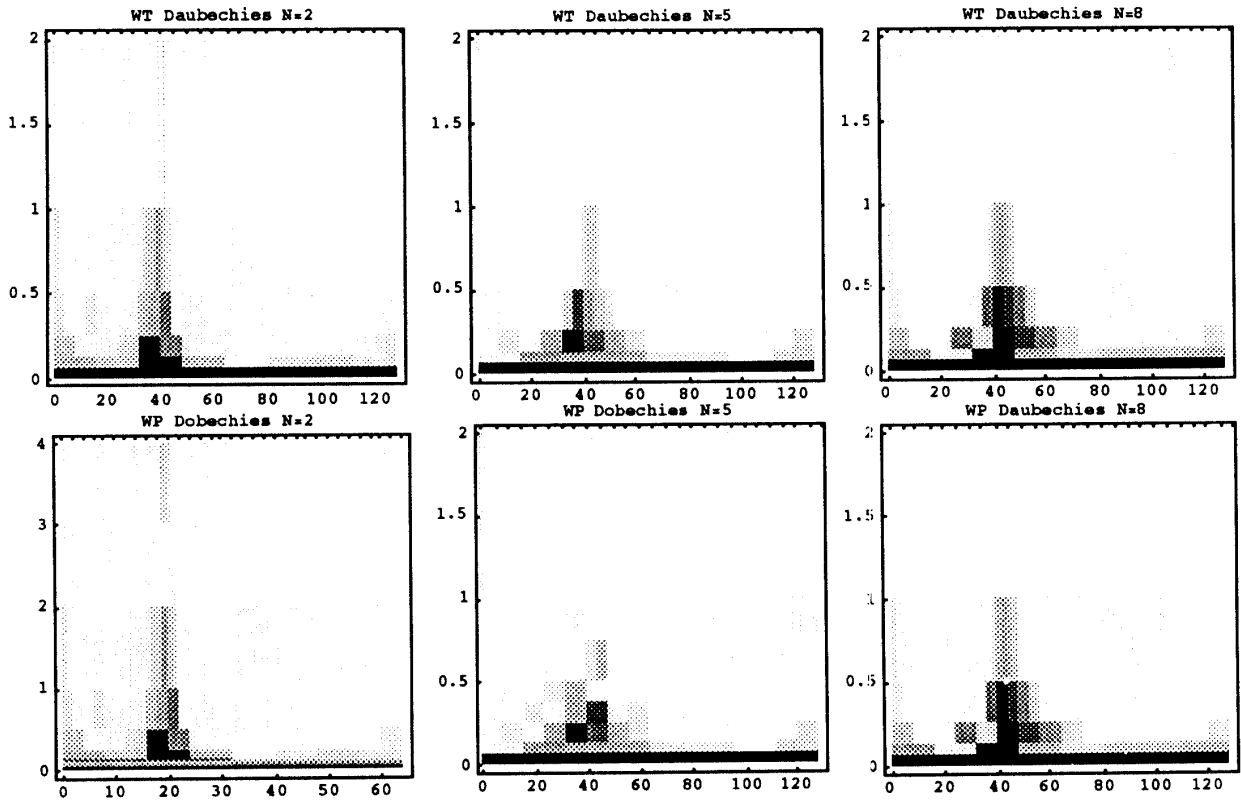


図8 上段はウェーブレット変換 (WT)、下段はウェーブレットパケット変換 (WP) によるウェーブレット係数の時間周波数区間でのプロット図。右からDaubechies $N=2$ 、 $N=5$ 、 $N=8$ 。

$N=2$ のマザー・ウェーブレットに似ていることを示す。即ち、解析の良し悪しはマザー・ウェーブレットの選択に強く依存する。又、 $N=2$ のWP解析では、他の場合よりも高い周波が分解されている（縦軸に注意）。

より多数のパルスを含む心電図データのウェーブレット解析も試みたが、用いた心電図データベースが単調であったために、長時間の心電図の変動のウェーブレット解析の有効性は確認できなかった。将来は、種々のタイプの心電図データ及び心電図よりも複雑な信号波形を示す脳波の解析を行う予定である。

4. 結語

ウェーブレット解析の方法を用いて、心電図データベースから得た心電図パルス信号列及び任意の一個のパルスの時間周波数解析を行った。時間 - 周波数位相空間のプロット図には心電図パルスの系列が明確に現れ、不連続波形の検出に有効であった。解析した心電図パルス列及び各パルス波形は単純であったため、マザー・ウェーブレットは単純なものが適しているように見られた。今後はより複雑な状況の心電図データ及び複雑な時間 - 周波数特性を持つ脳波等の解析も行う予定である。

文献

- 1) C. K. Chui, "Introductin to wavelets", Academic Press, New York, 1992.
- 2) 桜井明、新井勉、訳、「ウェーブレット入門」東京電機大学出版局、1993.
- 3) I. Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", SIAM, Philadelphia, 1992.
- 4) G. Kaiser, "A Friendly Guide to Wavelets", Birkhauser, Boston, 1994.
- 5) Y. Meyer, "Wavelets: Algorithms and Applicatins", SIAM, Philadelphia, 1993.
- 6) C. K. Chui and J.Z. Wang, "On compactly supported spline wavelets and a duality principle", Trans. Amer. Math. Soc. 330, 903-915 (1992).
- 7) I. Daubechies, "Orthonormal bases of compactly supported wavelets", Comm. Pure and Appl. Math. 41, 909-996 (1988).
- 8) 榊原進、「ウェーブレットビギナーズガイド」、東京電機大学出版局、1995.
- 9) 芦野隆一、山本鎮男、「ウェーブレット解析」、共立出版、1997.
- 10) 斉藤雅昭「ウェーブレット理論の数学的基礎Ⅰ」、日本音響学会誌、47、405 - 415 (1991)、「ウェーブレット理論の数学的基礎Ⅱ」、同、47、416 - 423 (1991) .
- 11) 山口昌哉、他、「特集「ウェーブレット」信号の新しい表現」、数理科学、12月号 (1992) .
- 12) D. Gabor, "Theory of communication", J. IEE (London), 93, 429-457 (1946).
- 13) 兼本成斌「グラフィック心電図」廣川書店 (1988) .
- 14) MIT-BIH Database, [http : //ecg.mit.edu/](http://ecg.mit.edu/)
- 15) M.V. Wickenhauser, "Advanced Wavelet Analysis from Theory to Software", A.K. Peters, Wellesley, MA (1994).
- 16) S. Wolfram, Mathematica ver.3.01:Wolfram Research, Illinois, USA., <http://www.wolfram.com/>

(平成10年12月10日受理)