

滑面開水路における境界層内の流速分布 に関する実験的研究

松 並 仁 茂*・奥 村 卓 史**

Experimental Study on the Velocity Distribution in the Boundary Layer of Smooth bed in Open Channel

Hitoshige MATSUNAMI ・ Takashi OKUMURA

In the study for boundary layer of open channel, it is important to get the velocity distribution. Up this time, the equation of velocity distribution of pipe flow has been used for the equation of open channel flow, which has not been studied sufficiently. As the open channel flow has free water surface, complicated problems take place on various aspects. So, we think that the equation of velocity distribution of pipe flow is not able to use for the equation of the open channel flow, at it is. Therefore, we have examined and confirmed them.

In this study, new equations of velocity distribution in turbulent flow of smooth bed in open channel are induced besides the usual one of pipe flow. And further, proper equations of velocity distribution of smooth bed in open channel flow are aimed to be selected through being compared and checked with the result of our experimental data. As a result of this study, we have got the proper equations to promote studies further.

1. はじめに

開水路流れの境界層問題¹⁾を取扱うにあたり、流速分布を知ることが重要であるが、従来より円管内流れの流速分布式をそのまま使用しているようであり、開水路に対する流速分布については、十分な検討が行われたことがなかった。開水路流れは自由水面をもつ流れであり、あらゆる面で問題を複雑にしていることから、円管内流れの流速分布式をそのまま利用できるとは考えにくく、一応の検討を行い、確認しておく必要があるものと思われる。

本研究は、開水路流れにおける境界層の研究を進めるうえで、最も基本的な層内の流速分布式について、従来の円管内流れのもののほかに、新たに分布式を誘導し、さらに、これらを実験結果と比較照合し、適切な流速分布式を選定することを目的とするものである。最近、開水路水流の研究において、乱流の組織構造に関する研究²⁾が盛んに行われ注目されているが、ここでは、従

*建設工学科 土木工学専攻 **元大学院生

来の流体力学にみられる立場にたつて研究を進める。なお、本研究では、滑面矩形断面の開水路の乱流における流速分布を取扱うが、以後、単に、開水路の流れといい、また、流速の時間的平均値のことを、単に、流速という。

2. 開水路の境界層内の流速分布式の誘導

流速分布式については、円管内流れでは対数則と Kármán の実験式および Blasius の1/7乗則が広く知られている。これらの式をそのまま開水路流れに使用すると、かなりの違いがみられるので、予め検討を行い確認しておく必要がある。

開水路の流れの流速分布式を誘導する方法は、従来からよく知られている円管内流れに対して行われたのと同様の方法によることにした³⁾。すなわち、対数型の流速分布式を求める場合は、Prandtl の運動量輸送理論のせん断応力の式 $\tau = \rho l^2 (du/dy)^2$ と水流内のせん断応力の分布式および混合距離 l の式の3式から導いている。水流内のせん断応力の分布式は、適切な式を実験などによって定めるのであるが、ここでは、 $\tau = \tau_0 (1-y/\delta)^m$, $m \geq 0, 1/2, 1, 2$ の4通りを考えた。これについては、中川・辻本ら⁴⁾が行った一般の開水路流れでの実測結果があるが、これによれば、およそ、 $m = 1$ と考えてよいようである。また、混合距離 l は Kármán の相似性仮説や実験結果などから適切な式を見出すのであるが、ここでは、表-1に示すように、7通りの式の混合距離を考慮することにした。それゆえ、これらの組合せより、合計28の流速分布式が誘導の対象となった。

一方、Blasius の1/7乗公式に代表される指数則は $u/u_0 = (y/\delta)^{1/n}$ とおき、 n の値を実験結果と比較することにした。

2-1 流速分布式の誘導方法とその予測

流速分布式の誘導の過程で、まず、Prandtl の運動量輸送理論と水流内のせん断応力の分布式より、 du/dy の無次元式をえる。すなわち、

$$\frac{\delta}{u^*} \frac{du}{dy} = \frac{\delta}{l} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^{\frac{m}{2}} \dots\dots\dots (8)$$

この式を検討することにより、流速分布の特性を予知することができる。すなわち、これらの各式の曲線形状としては、下に凸で、かつ、 y/δ の増加にしたがって一方減少するものが理想的な流速分布式をえるものと思われる。検討の結果、せん断応力の分布式の指数 m が0から2と大きくなるにつれて、曲線形状の安定の度合いがより確なものになっていることが分かった。ここでは、 $m = 2$ の場合が最も安定しており、適切な流速分布式をより多く得ることができると推察された。流速分布式は式(8)をおのおの積分することによって求めることができる。

2-2 流速分布式の誘導

流速分布式は、従来から広く知られている5式を含め、新たに18式を導きだしたので、全体で23式について検討することになった。表-1はこれらの流速分布式をとりまとめ示したものである。これらの各式は、実験結果と照合して適切な x や n の定数を選ぶことにより、適切な流速分

表-1 流速分布式の一覧表

() : 式の番号

混合距離	流速分布式	1) $\frac{u_0 - u}{u^*}$	$\tau = \tau_0$	3) $\frac{u_0 - u}{u^*}$	$\tau = \tau_0(1 - \frac{y}{\delta})$
κy
$\kappa \frac{du/dy}{d^2u/dy^2}$
$\kappa y \{ 1 - 1.1 \frac{y}{\delta} + 0.6 (\frac{y}{\delta})^2 - 0.15 (\frac{y}{\delta})^3 \}$
$\frac{\kappa y}{a + b y / \delta}$ (a=0.879, b=1.77)
$\frac{\kappa \delta}{\sqrt{1 - y/\delta}}$
$\kappa \delta \sqrt{\frac{y}{\delta}} \sqrt{1 - \frac{y}{\delta}}$
$\kappa \delta \sqrt{\frac{y}{\delta}}$
混合距離	流速分布式	2) $\frac{u_0 - u}{u^*}$	$\tau = \tau_0(1 - \frac{y}{\delta})^{1/2}$	4) $\frac{u_0 - u}{u^*}$	$\tau = \tau_0(1 - \frac{y}{\delta})^2$
κy
$\kappa \frac{du/dy}{d^2u/dy^2}$
$\kappa y \{ 1 - 1.1 \frac{y}{\delta} + 0.6 (\frac{y}{\delta})^2 - 0.15 (\frac{y}{\delta})^3 \}$
$\frac{\kappa y}{a + b y / \delta}$ (a=0.879, b=1.77)
$\frac{\kappa \delta}{\sqrt{1 - y/\delta}}$
$\kappa \delta \sqrt{\frac{y}{\delta}} \sqrt{1 - \frac{y}{\delta}}$
$\kappa \delta \sqrt{\frac{y}{\delta}}$
指数則	$\frac{u}{u_0} = (\frac{y}{\delta})^{1/n}$
...

布式に導くことができると考えられる。ここでは、上述のように、 $\kappa = 0.4$ としたときの流速分布式の結果を図-1にまとめて示したが、次のようにいうことができる。

(1) すべての流速分布式は、下に凸で、かつ、 y/δ の増加にしたがって一方減少の曲線形状を示している。ただ、式(14)だけは変曲点をもち、流速分布式としては不適当な曲線式であるといえる。

(2) すべての流速分布式において、 $y/\delta = 1.0$ で $u = u_0$ となっている。一方、 $y/\delta = 0$ では $u_0 - u$ が有限値を示すものが好ましいが、無限大の値を示すものが半数以上であった。

(3) 無次元 du/dy 式において変曲点を持つものであっても、誘導された流速分布式において、特に、不都合な結果を与えるものはなかった。

(4) $m = 0$ 、すなわち、 $\tau = \tau_0$ の場合において、無次元 du/dy 式が全体的U字型を示すものは、流速分布式においては変曲点を持つものとなるので、好ましい式とはいえない。

3. 実験方法と実験条件

実験用水路は、本学水理実験室にある幅30cm、高さ30cm、長さ10.5mの既存の開水路の下流部に、新たに、幅20cm、高さ20cm、長さ105cmで厚さ9mmの亚克力製の矩形滑面開水路を設けた。本水路は勾配を水平から1/5に変化させることができる。流入口部には、安定した水流を供給するため、導水板のほかに、整流装置(大)2台と(小)1台を取付けた結果、ほぼ望ましい流れをえることができた。実験のための計測装置は図-2に示した。

流速の測定はL型ピトー管とマンオメータで行った。ピトー管は外径3mmと4mmの2種類を使用した。大部分は4mm径を用い、底面近傍のみ3mm径を用いた。マンオメータは主に30度傾斜型を用い、倒立型は補助的に用いた。

測定的位置は、水平方向の流速分布の測定結果から水路の中央部が安

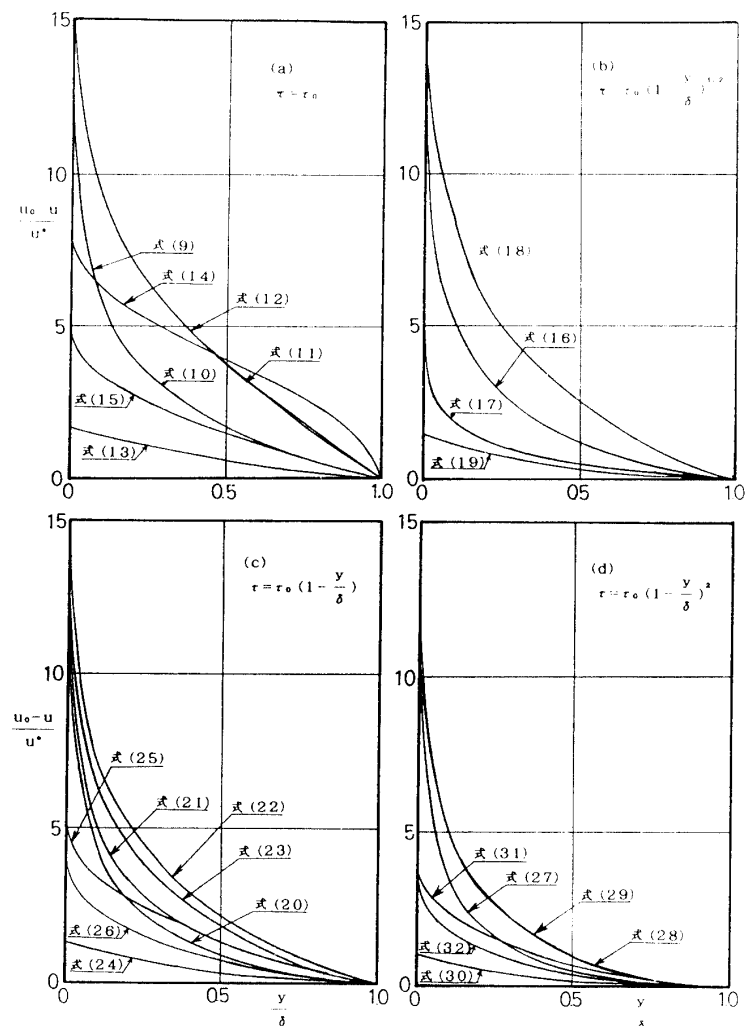


図-1 $\kappa = 0.4$ のときの対数型の流速分布式

定しているとして水路中央に決めた。

実験条件は、実験用水路や計測装置などを考慮して、勾配は1/4.7, 1/9.7, 1/1200の3通り、流量は2通りとし、5ケースとした。なお、

1ケースごとの計測位置は、流入口から20cmの位置から下流に向けて80cmの位置まで10cm間隔とした。

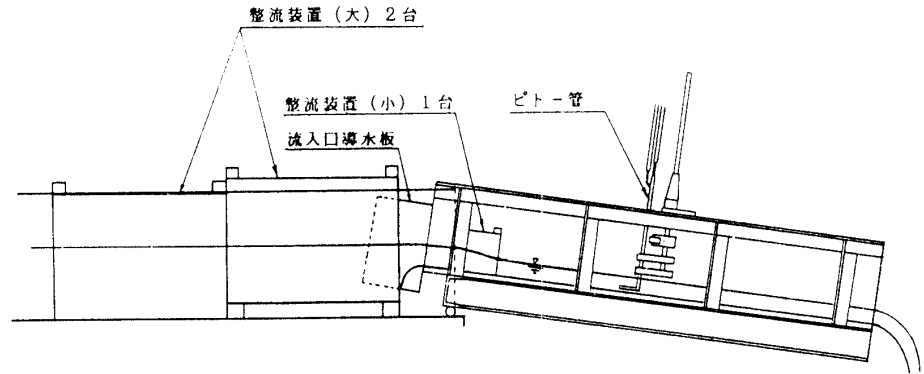


図-2 実験装置

4. 実験結果と流速分布式の照合

4-1 流速の測定値の補正

流速測定は実験水路底に直角の断面について行った。それゆえ、速度水頭一定の鉛直断面の流速分布に補正の必要があった。補正の方法としては、エネルギー保存則を適用し、図-3に示すように、

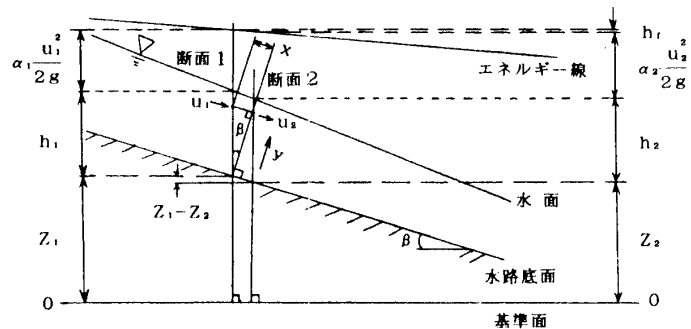


図-3 開水路のエネルギー水頭

実験水路に直角の計測断面2の流速を速度水頭一定の鉛直断面1の流速に換算する。すなわち、一般に式(34)をえるが、本実験の特性から式(35)を用いることにした。

$$u_1 = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1} u_2^2 - \frac{2gh}{\alpha_1} \left(\frac{1}{\cos \beta} - \cos \beta \right) - \frac{2g}{\alpha_1} (h_1 - h_2) + \frac{2gh_f}{\alpha_1}} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$u_1 = \sqrt{u_2^2 - 2gh \left(\frac{1}{\cos \beta} - \cos \beta \right)} \quad \dots\dots\dots (35)$$

4-2 境界層の位置

境界層の位置はマノメータの読取りの精度から決めることにしたが、その結果、一般にいわれている主流の99%⁵⁾とは異なり、主流の99.8%とすることになった。図-4は境界層の発達の状況を示す。なお、図中のhは流入口より下流20cmの位置での水深である。

4-3 実測値と流速分布式の照合結果

実測値と流速分布式を照合する方法としては、対数型の流速分布式においては x 値、指数型の流速分布式においては n 値をおのおの適切な値を選ぶことによって、直接的に流速分布の一致の程度を目視評

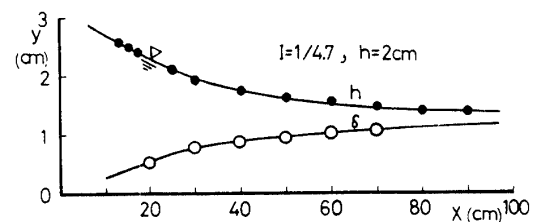


図-4 境界層の発達

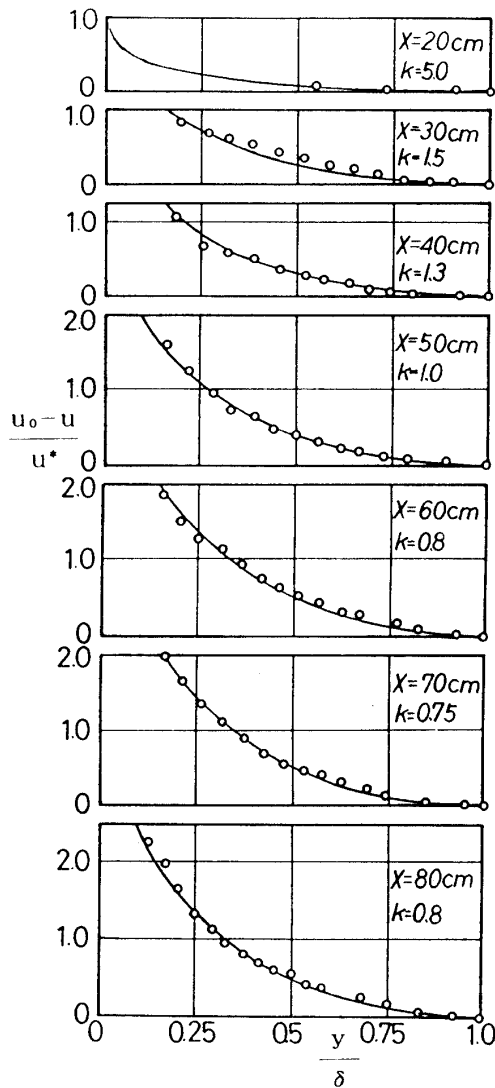


図-5 式(29)の照合
($I = 1/9.7$, $h = 3 \text{ cm}$)

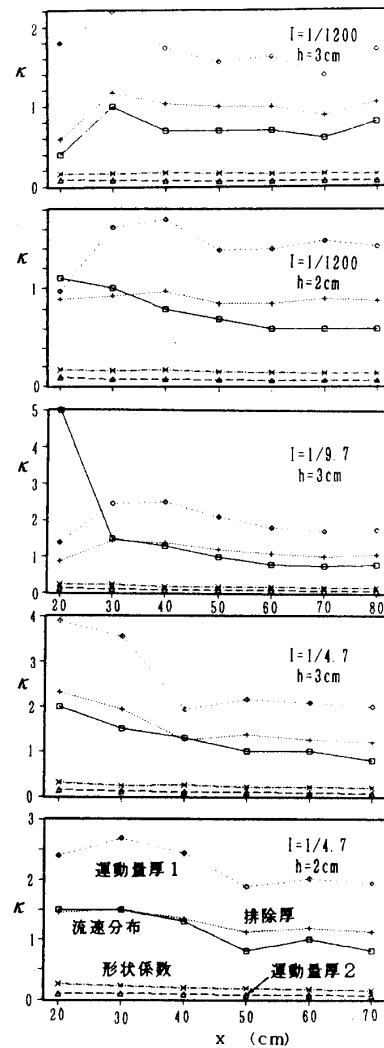


図-6 式(29)における
各要素の κ 値の関係

価するほか、排除厚 δ^* と運動量厚 θ および形状係数 $H = \delta^*/\theta$ の各要素についても安定した適切な値を示すかどうかについて検討することにした。図-5 と図-6 に対数型の例として式(29)の照合結果を示し、図-7 と図-8 および表-2 に指数則の照合の結果を例示した。なお、検討した合計23式については次のようにいうことができる。

a) 対数型の流速分布式の照合結果

(1) 流速分布の目視評価、排除厚、運動量厚および形状係数の各検討要素とその間において、得られた κ 値や n 値はばらつきの小さい安定した値を示すことが好ましいが、ここでは、各検討要素のばらつきは小さいものの、各要素の間で一致するケースはないうえ、殆どの場合、相違がかなり大きいものとなっている。

(2) 対数型の流速分布式においては、適切な κ 値を選ぶことにより、実測値にほぼ一致するものがかなりあることが確認できた。

(3) しかし、多くの場合、底面付近でかなりな違いが認められた。すなわち、底面に近い $y/\delta <$

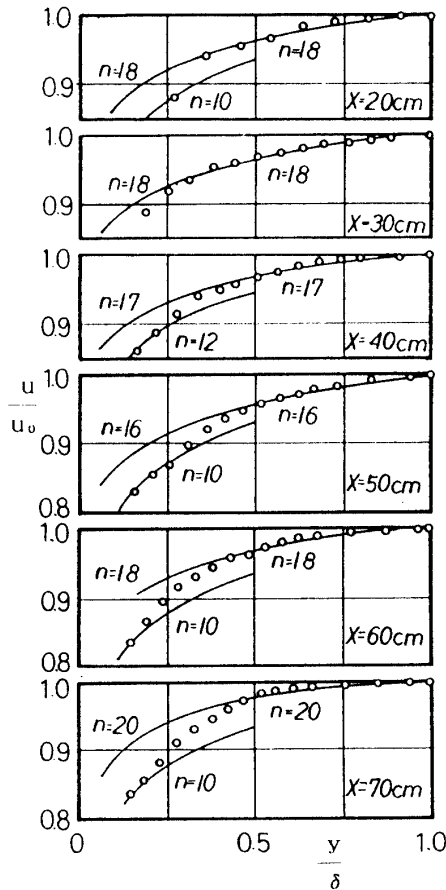
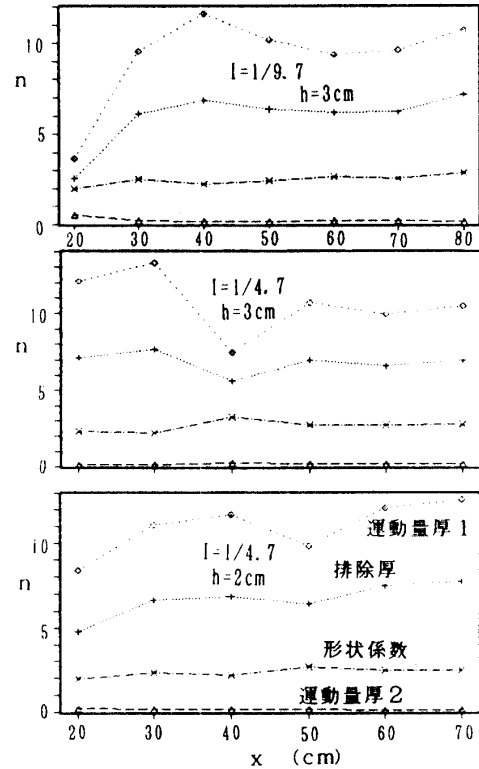

 図-7 指数則 式(33)の照合
($I = 1/4.7$, $h = 2\text{cm}$)

 図-8 指数則 式(33)における
各要素の n 値の関係

 表-2 指数則 式(33)における各要素の n 値
 $I = 1/4.7$, $h = 2\text{cm}$

測定位置	流 速 分 布		排除厚	運動量厚 1	運動量厚 2	形状係数
	0~0.5	0.5~1.0				
20cm	10~16	16~18	4.79	8.40	0.238	1.98
30	14~18	18	6.67	11.06	0.181	2.33
40	12~17	18	6.84	11.74	0.170	2.22
50	10~14	16	6.44	9.84	0.203	2.67
60	10~18	20	7.47	12.01	0.166	2.50
70	10~18	20	7.74	12.60	0.159	2.50

0.2の範囲では計測が殆どできなかったが、 $y/\delta \geq 0.2$ の範囲で実測値とほぼ一致する曲線の延長に対して、実測値がこの曲線と一致するケースは殆どなかった。

(4) せん断応力分布式の指数 m が 0 から 2 へと大きくなるにしたがい、実測値とほぼ一致する流速分布式が多くなることが分かった。

(5) 対数型の流速分布式の x 値は、下流に向けて境界層の発達とともに、ある一定値に向けて、減少しつつ漸近することが分かった。

b) 指数則の流則分布式の照合結果

(1) 流速分布の目視評価においては、殆どの場合、1つの n 値で表示することは困難である。

ここでは、 $y/\delta = 0 \sim 0.5$ と $0.5 \sim 1.0$ とに分割したうえで、さらに、ある範囲の値をもって示すことにした。これらの n 値は下流に向かうにしたがい、若干上昇の傾向にあるが、ほぼ一定の値を示すことが分かった。

(2) つぎに、排除厚、運動量厚および形状係数においては、各要素間の n 値を異にしつつ、(1)と同様な結果を示した。

(3) 指数則の場合、すべての実測値において好ましい結果を得ることができなかった。しかし、指数則は簡単な算式であるので、精度がある程度劣ることを認めたうえでも、その利便性からしばしば使用するときがある。例えば、植松⁶⁾によれば、「管水路の場合は R_e 数の変化により $n = 6 \sim 10$ を用いるのがよい。」としているが、本実験からは、 $n = 10 \sim 16$ の適切な値を選べばよいことが分かった。

5. 結 言

開水路の乱流境界層の研究を進めるにあたり、適切な流速分布式を必要とするので、その選定のための研究を行った。ここでは、従来の円管内流れの式のほかに、新たに流速分布式を誘導し、さらに、実験結果と比較照合した。その結果、十分満足のいく流速分布式をえるにはいたらなかったが、今後の研究を進めるのに適切な式を選定するならば、式(28)、式(29)、式(30)そして式(32)の4式を挙げることができる。

今後の課題としては、まず、開水路の底面付近の $y/\delta < 0.2$ の計測が殆どできなかったが、この部分の流速計測法を開発し研究の充実をはかりたい。本研究では滑面開水路のみであったが、今後は粗面についても同様な研究を行いたい。そして、開水路の適切な流速分布式を見出し、境界層の研究を一層進めたいと考えている。

参 考 文 献

- 1) 例えば、岩佐義朗：朝倉土木工学講座3 水理学，朝倉書店，pp.61～68，1967.
- 2) 例えば、玉井信行・他5名：乱流における組織構造の役割，土木学会論文集，委員会報告，第423号/II-14，1990.
- 3) 例えば、生井武文・井上雅弘：機械工学基礎講座 粘性流体の力学，理工学社，1979.
- 4) 中川博次・辻本哲郎・清水義彦：相対水深の小さな流れの構造に関する実験的研究，土木学会論文集，第432号/II-14，pp.73～81，1990.
- 5) 例えば，参考文献 1) p.107.
- 6) 植松時雄：機械工学講座15 流体力学，共立出版，p.112，1976.

(平成5年9月20日 受理)