

# X線応力測定におけるゴニオメータ小型化に伴う測定誤差

後 藤 徹\*

## Stress Errors Associated with Miniaturization of Goniometer in X-ray Stress Analyzer

Toru Goto

The problems associated with miniaturization of the goniometer are discussed from the viewpoint of the stress error caused by mis-setting of the specimen and misalignment of the collimator and detector for the  $\Omega$  assembly X-ray stress analyzer using a position sensitive detector. The stress errors were calculated using a model and a simulation method. It was found that they tend to increase with the decrease in goniometer radius and collimator effective length. Therefore, the minimum size of the analyzer was investigated for a given value of total error. In conclusion, it is believed that the size for the goniometer radius and the collimator effective length could possibly be optimized.

For the total stress error of about 40MPa in the case of stress measurement of a ferritic steel using Cr target, a set of the goniometer of 30mm in radius and the collimator of 30mm in effective length and 0.5 mm in width could be a minimum size of the analyzer.

### 1. はじめに

管内面など、残留応力を測定して強度評価の確認をしたい機械・構造物の部材は多いが、X線応力測定装置が大きすぎて測定できない場合が少なくない。それゆえ、X線応力測定装置の小型化は工業的に重要な課題であると考えられる。

これまで、X線管球および検出器の小型化により装置のコンパクト化は着実に進んできたが、一方、ゴニオメータ寸法（X線焦点から測定物照射位置そして検出器に至る間の光路）を縮少すれば測定上どのような事象が生じるかと言う基本的な疑問に対する回答は文献には見当たらない。

筆者らは、これまで位置敏感型検出器 PSD を用いた並傾法X線応力測定装置について、装置のモデル化と測定のシミュレーションを行い、系統的な誤差、すなわち試料のミスセッティング、<sup>(1)</sup> コリメータ<sup>(2)</sup> および検出器<sup>(3)</sup> のミスアラインメント、X線入射法<sup>(4)</sup> が測定応力に与える影響について検討してきた。影響する因子として、試験片の応力および半価幅、X線焦点形状、コリメータ形状およびゴニオメータ半径などを取り上げた。そして、影響因子をパラメータとして、系統的誤差が生じる測定応力誤差を式化して表示することを試みてきた。<sup>(1-4)</sup>

本報では、X線応力測定装置のいっそうの小型化を検討する一つの足がかりを得ることを目的として、上記の装置のモデル化と測定のシミュレーションによる研究成果を用いて、X線焦点・測定物照射位置・検出器の間の光路を短縮することに伴う測定誤差の変化を明らかにし、装置小型化の限界

---

\* 機械工学科

を探索を試みを行った。取り扱う測定法は PSD を用いる並傾法 X 線応力測定で、日本材料学会 X 線応力測定法標準<sup>(5)</sup>に準拠したフェライト・マルテンサイト系鉄鋼の Cr 管球による測定を例にする。

## 2. X 線応力測定のモデル化とシミュレーション

### 2・1 PSD を用いた並傾法 X 線応力測定装置<sup>(1,5)</sup>

PSD を用いた並傾法 X 線応力測定装置の X 線光路を Fig.1 に示す。同図(a)は、ゴニオメータ中心を

点  $O$  として、試料面法線と測定する応力の方向が作る面  $xOx$  (測定方向面) 内の  $Oz'$  方向 (試料面法線  $Oz$  に対して角度  $\psi$  をなす) のひずみを測定している状況を示す。同図(b)は、入射 X 線と回折角  $2\theta$  を測定する方向の回折 X 線を含む面 (検出器走査面) が面  $xOx$  内にあることを示している。すなわち、並傾法では測定方向面と検出器走査面は一致している。

無応力状態の試料の回折角を  $2\theta_0$  とすると、X 線は  $Oz$  軸に対して角度  $\eta$  ( $=\pi/2 - \theta_0$ ) の方向から点  $O$  に入射される。並傾法では、 $\psi_0 = \psi - \eta$  を X 線入射角と呼ぶが、 $\psi_0$  は入射 X 線が試料面法線となす角度である。

PSD は、直線状の検出器で検出器走査面内にあり、測定可能な回折角度範囲を  $2\alpha$  とすると、その中心が回折角  $2\theta_0$  に対応し、その位置で回折 X 線に直交するように設定される。なお、PSD の中心とゴニオメータ中心  $O$  の間の距離をゴニオメータ半径として  $R_0$  で表わす。

### 2・2 モデル化<sup>(1)</sup>

入射 X 線側に装着されるコリメータには幅があるため、試験片表面で X 線は 1 点には収斂せず、面積を持っている。その影響をここでは面  $xOx$  に並行なコリメータ断面で検討する。

Fig.2 に、面  $xOx$  に並行なコリメータ断面 (幅は長さ方向に均一とする) を通る入射角  $\psi_0$  の入射 X 線束  $zO$  を示す。ただし、X 線の焦点はコリメータ入口面積よりも充分広い場合として、コリメータの入口がすべて見渡せる照射位置の X 線のみを扱うことにし、半影部は強度が弱いので無視する。試料は  $L$  だけミスセッティングされている ( $L$  の符号は  $z$  軸のそれと同じ) とし、照射位置での X 線束の中心を点  $O'$  とする。

今、1 本の入射 X 線  $UD$  を考える。コリメータの幅を

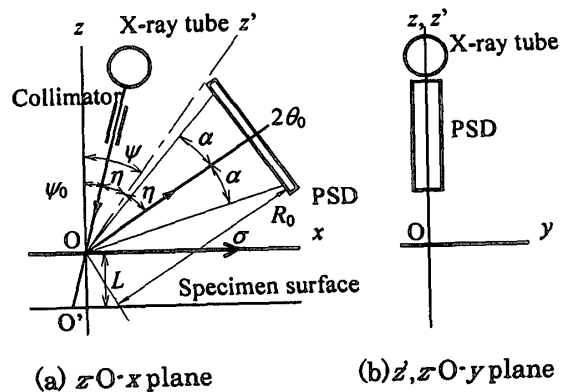


Fig.1  $\Omega$  assembly X-ray stress analyzer

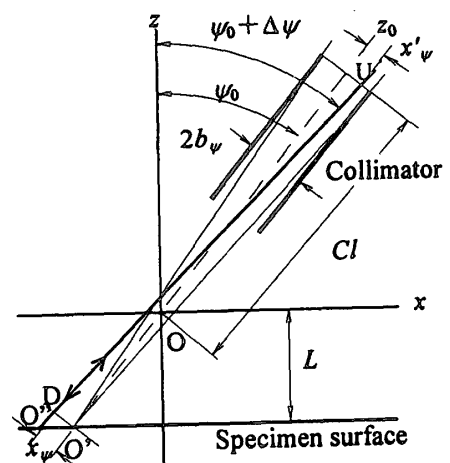


Fig.2 X-ray path through collimator

$2b_{\psi}$ とし、コリメータの入口で中央から  $x'_{\psi}$  離れた位置の点 U, 照射位置中心 O' で X 線束の中心線  $z_0$  に垂線を立てその線上で O' から  $x_{\psi}$  離れた点 D を通るとする。なお,  $x'_{\psi}$  および  $x_{\psi}$  の符号は紙面上で X 線束の中心より右方向を正とする。また試料表面の照射位置を点 O'' とする。この X 線の入射角を  $\psi_0 + \Delta\psi$  と表すと,  $\Delta\psi$  は, コリメータ先端からゴニオメータ中心 O までの距離を有効コリメータ長さ  $Cl$  として,

$$\Delta\psi = \tan^{-1} \frac{x'_{\psi} - x_{\psi}}{Cl - L / \cos \psi_0} \quad (1)$$

で表される。

また, 応力  $\sigma$  と主応力  $\sigma_1$  と  $\sigma_2$  を持つ試料の検出器上の回折角  $2\theta_0'$  は次式で示される。

$$2\theta_0' = \frac{\sigma}{K} \sin^2(\psi + \Delta\psi) + 2\theta_0 - \frac{\nu}{K(1+\nu)} \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) \quad (2)$$

ここで,  $K$  は応力定数,<sup>(5)</sup>  $\nu$  はポアソン比である。

すると, 検出器が示す入射 X 線 UD の回折角  $2\theta_1'$  は次式で与えられる。

$$2\theta_1' = 2\theta_0 + \tan^{-1} \frac{\Theta}{R_0} \quad (3)$$

ここで

$$\Theta = \frac{L \cdot \sin 2\eta}{\cos \psi_0} - \frac{x_{\psi} \cdot \cos \Delta\psi}{\cos(\psi_0 + x_{\psi})} \cdot \sin\left(2\theta - \frac{\pi}{2} - \psi_0\right) - R_0' \cdot \tan \Delta\psi + R_0' \cdot \tan(2\theta_0' - 2\theta_0) \quad (4)$$

なお,  $R_0'$  は照射位置 O'' から PSD までの距離である。

Fig.3 に UD と PSD の関係を示す。点 B を点 O からの無応力試料の回折位置 (PSD の目盛では  $2\theta_0$ ) とする。今, 任意の回折角  $2\theta$  に対応する点 C で, 回折 X 線の PSD への入射角度を  $\beta$  とすると,  $\beta$  は  $\angle B''O''C$  ( $O''B''$  は  $OB$  に平行) である。そして,  $2\theta_1'$  に対応する  $\beta$  角を  $\beta_1$  とする。また  $\angle BOC$  を  $\beta_0$  と表す。すると, 検出器上の回折角  $2\theta$  における X 線強度は次式で表示することができる。<sup>(1)</sup> ただし, ここでは X 線強度分布を PSD への入射角  $\beta$  について,  $\beta_1$  を中心にして Gauss 分布すると仮定した。

$$I_{2\theta} = I_0 \cdot \sec^2 \beta_0 \cdot \cos \beta \cdot \left( \frac{R_0 \cdot \cos \beta}{R_0'} \right)^2 \cdot \exp\left(-\mu\left(\frac{R_0'}{\cos \beta} - R_0\right)\right) \cdot \exp\left[-b^2(\beta - \beta_1)^2\right] \quad (5)$$

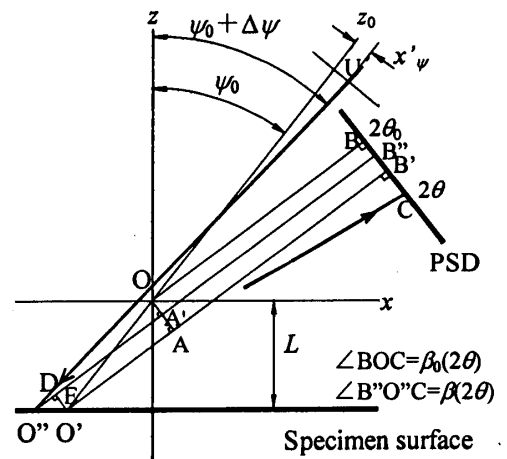


Fig.3 X-ray path to PSD

式(5)の右辺の  $I_0$  は  $\beta_0 = 0^\circ$  での検出器の単位角度あたりの X 線強度を示し,  $\mu$  は空気の X 線吸収係数である. また, 最終項に含まれる  $b$  は材料の持つ X 線回折強度分布の半価幅を支配するパラメータである.

X 線の焦点はコリメータ入口面積よりも充分広い場合として, コリメータの入口がすべて見渡せる照射位置の X 線のみを扱う

ことにし, 半影部は強度が弱いので無視するの

で, 以上のようにして得られる検出器上の回折

角  $2\theta$  における X 線強度  $I_{2\theta}$  を  $x'_\psi$  および  $x_\psi$  について  $-b_\psi$  から  $b_\psi$  まで積算すれば, 入射角  $\psi_0$  および幅  $2b_\psi$  と有効距離  $CI$  を持つコリメータでの, 応力を持つ試料がミスセッティングされたときの X 線回折強度分布曲線の  $2\theta$  強度を求めることができる. さらに, 各  $2\theta$  のそれを求めれば強度分布曲線が得られることになる.<sup>(1)</sup>

コリメータのミスアラインメント<sup>(2)</sup>は, Fig.4 に示すように, (b)平行移動, (c)回転そして(d)両者の組合せとして表せるが, 図中の下図に示すように, 各々の場合の X 線回折強度分布曲線は  $x'_\psi$  と  $x_\psi$  の積分範囲を適宜定義すれば求められることがわかる. なお, 平行移動の量を  $t$  で表し, 回転量をコリメータ入口の中央周りの回転角度  $\kappa$  で表すことにした.  $t$  の正方向は  $x'_\psi$  と  $x_\psi$  の正方向と同じとし,  $\kappa$  は時計回転方向を正とする.

検出器 PSD のミスアラインメント<sup>(3)</sup>は, Fig.5 に示すように, 次の三つの場合を想定した.

(1)ゴニオメータ半径方向誤差:  $r_d$  (ゴニオメータ中心から遠方方向への移動を正),

(2) 回折角方向誤差:  $t_d$  ( $2\theta$  の高角度側への移動を正),

(3) PSD 中心での回転誤差:  $\kappa_d$  (時計回転方向を正).

なお, あらかじめ PSD 上で次式により角度  $2\theta_d$  が目盛られているとする. すなわち,  $2\theta_0$  を中心として角度  $2\theta_d$  の位置  $\beta_{0d}$  ( $= 2\theta_d - 2\theta_0$ ) は,  $2\theta_0$  からの距離を  $x_d$  とすると次式となる.

$$\beta_{0d} = \tan^{-1} \frac{x_d}{R_0} \quad (6)$$

ただし  $x_d$  の符号は  $2\theta_d$  の高角度側へ正をとる. また, 位置  $\beta_{0d}$  における単位角度あたりの長さは,  $\beta_{0d} = 0$  のときを 1 とすると, 次式で与えられる.

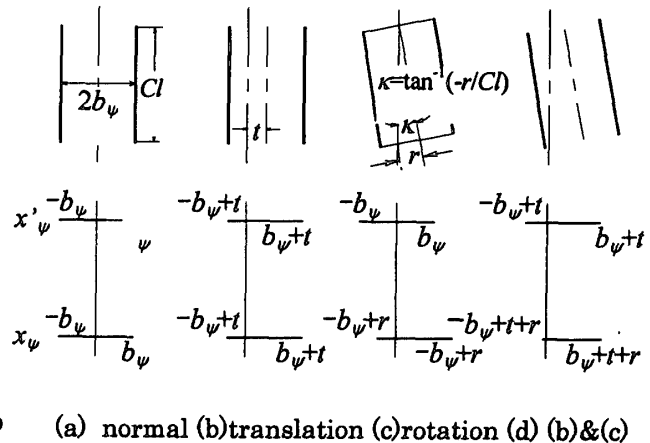


Fig.4 Collimator misalignment and its treatment

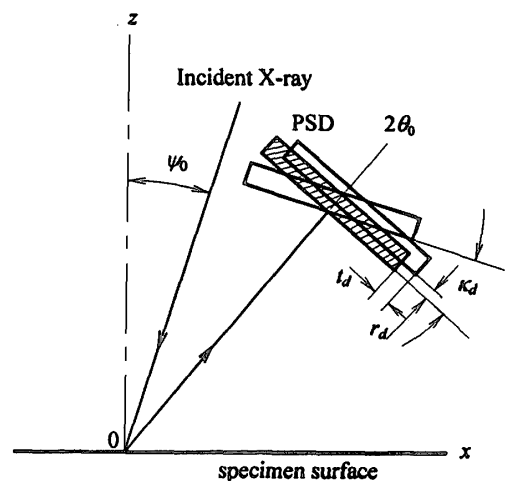


Fig.5 Detector misalignment

$$\sec^2 \frac{x_d}{R_0} \quad (7)$$

### 2・3 シミュレーション条件

X線応力測定法標準<sup>(5)</sup>に記載されている、フェライト・マルテンサイト系鉄鋼のCr管球による測定を想定した。ただし、X線入射角条件は0, 15, 30, 45degの4点入射とする。 $2\theta$ と $K$ の値は、それぞれ $156.4^\circ$ 、 $-318 \text{ MPa}^\circ/\text{g}$ である。また、PSDの測角範囲 $2\alpha$ は $28^\circ$ とした。

計算は、コリメータの中の入射X線束を100本のX線で構成されているとし、 $2\theta$ については $0.01^\circ$ ピッチで回折強度分布曲線を求め、バックグラウンドを直線で表して消去の後、半価幅法<sup>(6)</sup>により回折角度を決定した。X線応力 $\sigma_x$ は $\sin^2 \psi$ 法<sup>(6)</sup>により求めた。

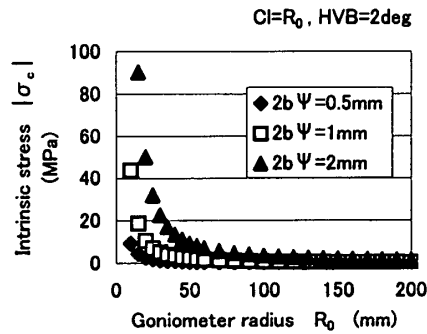


Fig.6 Intrinsic stress vs goniometer radius

### 3. ゴニオメータ小型化に伴う測定誤差

装置の小型化ではX線管球と検出器の大きさを考慮することが不可欠であるが、ここではゴニオメータの大きさに注目することとしているので、その寸法に見合うX線管球と検出器の可能性については別途検討してゆくこととする。また、コリメータの有効長さ $CI$ はゴニオメータ半径 $R_0$ に等しいと仮定する。各因子による測定誤差において、試料の半価幅 $HVB$ は影響するがその程度は小さいことが確認されている<sup>(1-4)</sup>ので、ここでは $HVB=2^\circ$ とした。

#### 3・1 固有応力

零応力の試料を正常な状態で測定しても、コリメータの幅が大きい場合や有効長さが短い場合には、X線応力 $\sigma_x$ は零にはならず、見掛けの応力が現れる。これをコリメータの固有応力 $\sigma_c$ と呼ぶ。<sup>(1)</sup> $\sigma_c$ のゴニオメータ半径 $R_0$ の縮小に伴う変化を計算した。計算範囲で値は負を示したが、絶対値で結果を図6に示す。

$\sigma_c$ は $R_0$ の縮小とともに値が大きくなり、特に $R_0$ が約50mm以下になると急激に増加することがFig.6から認められる。また、コリメータ幅 $2b_\psi$ が大きいほど大きくなっていることが認められる。

#### 3・2 試料ミスセティングによる誤差

試料にオフセット $L$ のミスセティングがあるとき、いろいろな条件で得られる測定誤差 $\Delta \sigma_L$ は

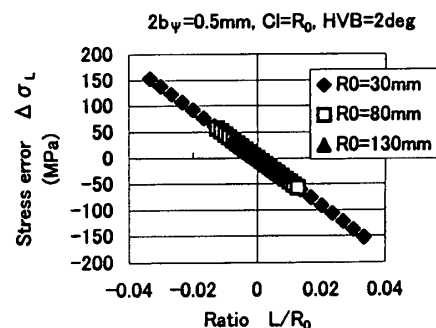


Fig.7 Stress error  $\Delta \sigma_L$  vs. ratio  $L/R_0$

次式でよく整理できることを既報<sup>(1)</sup>した。

$$\Delta\sigma_L = \sigma_x - \sigma - \sigma_c \quad (8)$$

ここで、 $\sigma_x$ はX線応力、 $\sigma$ は試料応力である。

コリメータ幅  $2b_\psi = 0.5\text{mm}$  として、いろいろなゴニオメータ半径  $R_0$  における  $\Delta\sigma_L$  を計算し、比  $L/R_0$  で整理した。結果を Fig.7 に示す。

$\Delta\sigma_L$  は次式で表すことができることを既報<sup>(1)</sup>したが、

$$\Delta\sigma_L = -4.59 \times 10^3 \cdot \left[ 1 - 0.41 \times \left( \frac{2b_\psi}{Cl} \right) - 8.39 \times \left( \frac{2b_\psi}{Cl} \right)^2 \right] \cdot \frac{L}{R_0} \quad (\text{MPa}). \quad (9)$$

Fig.7 でも、 $\Delta\sigma_L$  は  $L/R_0$  の一次式で近示され、 $L$  の絶対値  $|L|$  が大きいほど大きくなることが認められる。

Fig.8 は、可能性のある実験誤差の値として  $|L| = 0.1\text{mm}$  を想定した場合に生じる  $\Delta\sigma_L$  の  $R_0$  縮小に伴う変化を、数種のコリメータ幅  $2b_\psi$  で求めて示している。 $2b_\psi$  の影響は小さく、式(9)の妥当性が確認できる。また、 $R_0$  が約  $50\text{mm}$  以下になると  $\Delta\sigma_L$  は急激に増加することが認められる。

### 3.3 コリメータのミスアラインメントによる誤差

コリメータにミスアラインメントがあるとき、各種の条件で得られる測定誤差は式(8)の  $\Delta\sigma_L$  にそれらを代入すればよいことが確認された。<sup>(2)</sup>

コリメータ幅  $2b_\psi = 0.5\text{mm}$  として、数種の  $R_0$  におけるコリメータの平行移動  $t$  による測定誤差  $\Delta\sigma_t$  を計算し、比  $t/R_0$  で整理した。結果を図9に示す。

$\Delta\sigma_t$  は次式で表わされることを既報した<sup>(2)</sup>が、

$$\Delta\sigma_t = -1.1 \times 10^4 \cdot \frac{t}{R_0} \quad (\text{MPa}) \quad (10)$$

Fig.9 から、 $\Delta\sigma_t$  は比  $t/R_0$  の一次式で表され、

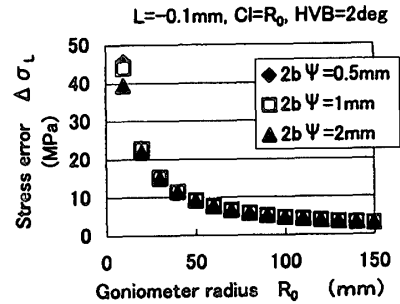


Fig.8 Stress error  $\Delta\sigma_L$  vs. goniometer radius for  $L = -0.1\text{mm}$

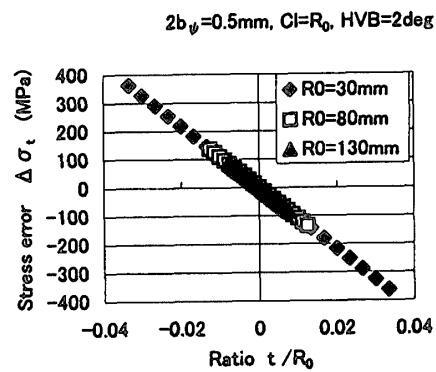


Fig.9 Stress error  $\Delta\sigma_t$  vs. ratio  $t/R_0$

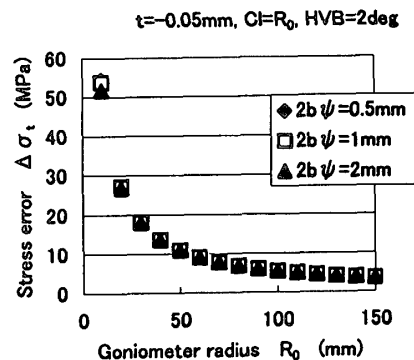


Fig.10 Stress error  $\Delta\sigma_L$  vs. goniometer radius for  $t = -0.05\text{mm}$

$|t|$  が大きいほど大きくなることが認められる。Fig.10に、可能性のあるミスアラインメントの値として  $|t| = 0.05\text{mm}$  を想定した場合に生じる  $\Delta\sigma_t$  の  $R_0$  縮小に伴う変化を、数種のコリメータ幅  $2b_\psi$  で求めて示している。 $2b_\psi$  の影響は小さく、 $\Delta\sigma_t$  表示の妥当性が確認できる。また、 $R_0$  が約  $50\text{mm}$  以下になると  $\Delta\sigma_t$  は急激に増加することが認められる。

コリメータ幅  $2b_\psi = 0.5\text{mm}$  として、数種の  $R_0$  におけるコリメータの回転  $\kappa$  による測定誤差  $\Delta\sigma_\kappa$  を計算し、結果を Fig.11 に示す。

$\Delta\sigma_\kappa$  は次式で表されることを既報<sup>(2)</sup>した。

$$\Delta\sigma_\kappa = 5.71 \times 10^2 \cdot (1 + 2.89 \times 10^{-1} \cdot Cl + 3.57 \times 10^{-4} \cdot Cl^2) \cdot \frac{\kappa}{R_0} \quad (\text{MPa}) \quad (11)$$

Fig.11 は、 $Cl = R_0$  の条件で  $2b_\psi$  を固定した計算結果であるので、 $\Delta\sigma_\kappa$  を  $\kappa$  を横軸にとり表した。同図から、 $|\kappa|$  が大きいほど大きくなることが認められる。Fig.12 に、可能性のある値として  $|\kappa| = 0.025^\circ$  を想定した場合に生じる  $\Delta\sigma_\kappa$  のゴニオメータ半径  $R_0$  縮小に伴う変化を、数種のコリメータ幅  $2b_\psi$  で求めて示した。 $2b_\psi$  の影響が現れているが、それは  $Cl = R_0$  の条件で計算し  $R_0$  に対して表示したためである。ただし、 $\Delta\sigma_\kappa$  は、ほぼ  $5\text{MPa}$  の、一定値を示すことが認められる。

### 3・4 検出器のミスアラインメントによる誤差

既報<sup>(3)</sup>したが、検出器のミスアラインメントによる測定誤差  $\Delta\sigma_{rd}$ 、 $\Delta\sigma_{td}$  および  $\Delta\sigma_{\kappa d}$  は、平行移動量が  $1\text{mm}$ 、回転量が  $1\text{deg}$  と言ったきわめて大きい量を与えてもほとんど無視できるほど小さい。

ここでは、比較的大きい測定誤差を示すゴニオメータ半径方向  $r_d$  の誤差を取り上げ、 $|r_d| = 0.05\text{mm}$  を想定した場合の  $\Delta\sigma_{rd}$  の  $R_0$  縮小に伴う変化を、数種のコリメータ幅  $2b_\psi$  で求めて Fig.13

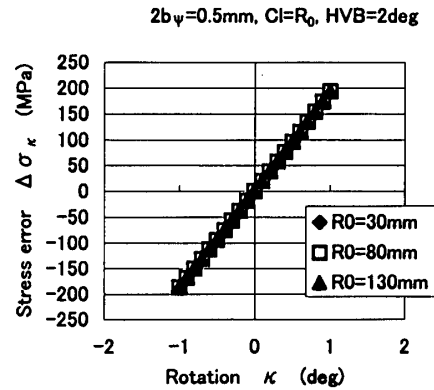


Fig.11 Stress error  $\Delta\sigma_\kappa$  vs. rotation  $\kappa$

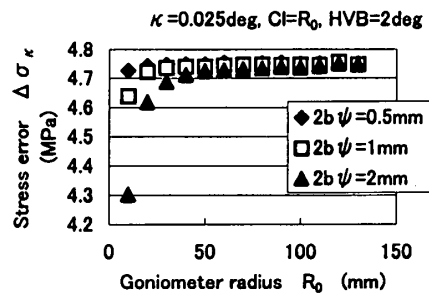


Fig.12 Stress error  $\Delta\sigma_\kappa$  vs. goniometer radius for  $\kappa = -0.025^\circ$

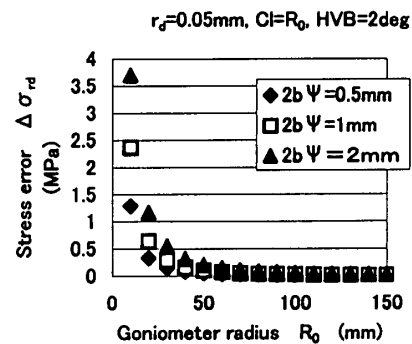


Fig.13 Stress error  $\Delta\sigma_{rd}$  vs. goniometer radius for  $r_d = 0.05\text{mm}$

に示しておく。

#### 4. まとめ

以上の誤差が重畳した場合に生じる測定誤差  $\Delta \sigma_{total}$  は、それらの総和で表示できることが確認されている。<sup>(3)</sup> すなわち、生じる測定誤差は

$$\Delta \sigma_{total} = |\sigma_c| + |\sigma_L| + |\sigma_t| + |\sigma_K| + |\sigma_{rd}| + |\sigma_{id}| + |\sigma_{kd}| \quad (12)$$

で求められる。Fig.14 に、コリメータ幅  $2b_\psi = 0.5\text{mm}$  として、各因子の誤差に上述の想定してきた値を与えた場合の測定誤差を総和とともに示す。ただし検出器のミスアラインメントによる測定誤差の図示は省略した。

各因子で想定した可能性のある誤差の量については検討する余地が残っているが、許容される測定誤差  $\Delta \sigma_{total}$  に対するゴニオメータ半径  $R_0$  が Fig.14 から求められる。例えば、 $\Delta \sigma_{total}$  を 40MPa とするとゴニオメータ半径は約 30mm となる。なお、適正なコリメータ幅は試料の結晶粒寸法などに依存するが、0.5~2mm は一般的な値であると考えられる。

本研究は福井工業大学特別研究費による。また、大学院学生として本学に滞在した北京理工科大学 龔 裕博士の寄与が大きい。

#### 参考文献

- 1) 後藤 徹, 龔 裕, 材料, 50, 1028 (2001)
- 2) 後藤 徹, 龔 裕, 材料, 50, 1400 (2001)
- 3) 後藤 徹, 龔 裕, 材料, 51, 764 (2002)
- 4) 後藤 徹, 龔 裕, 材料, 51, 344 (2002)
- 5) 日本材料学会標準 JSMS-SD-5-02, (2002)日本材料学会

(平成16年11月29日受理)

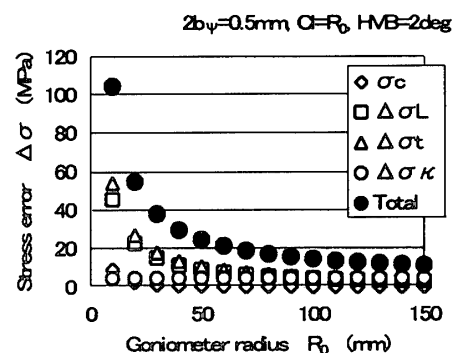


Fig.14 Stress error  $\Delta \sigma$  vs. goniometer radius for  $2b_\psi = 0.5 \text{ mm}$