

極超音速旅客機における時間及び エネルギーに関する最適マッハ数予測

木村 雄吉*・柳川 聡寛**

Estimation of Optimum Mach Number due to Time and Energy for HST

Takeyoshi Kimura, Toshihiro Yanagawa

Optimum Mach number of hypersonic transports has been estimated, where the energy cost becomes the lowest. The flight time and energy to reach a destination are obtained in cases of several flight types using several angles of attack and thrust powers. The model of a vehicle is a semi cone body with a triangle wing and its aerodynamic performances are calculated by considering the real gas effects. By considering the equivalent cost of consuming energy and flight time, an optimum flight Mach number can be obtained

1. 緒言

極超音速旅客機(Hyper-Sonic Transport)はその頭文字をとってHSTと呼ばれている。HST開発構想については、既に1960年ごろから研究が開始されていた。しかし、実現の可能性については全くの未知数であり、まさに夢の構想であるという程度のものであった。1981年4月、米国フロリダ州ケネディ宇宙センターからスペースシャトル・コロンビア号が打ち上げられた。このスペースシャトルは高度に訓練された搭乗員の乗り物であり、一般の乗客のためのHSTとしては、ほど遠い感はまだぬがれない。2004年に入りマッハ7の航空機の実験が米国で行われ成功し、さらにその半年後にはマッハ数10の速度に達した。これによりようやく極超音速旅客機の実現への可能性がでてきたといえる。極超音速機のマッハ数はどの程度が適当であるかを本研究では研究目標の一つとしている。1986年2月、米国のレーガン大統領が慣例の年頭教書演説で、20世紀末までにワシントン・ダラス空港から東京まで2時間で到達するマッハ数25の極超音速旅客機「新オリエント・エクスプレス」計画の研究を進めることを明らかにした。

極超音速とはマッハ数が極めて大きい速度を意味するが、一般的にいて飛行体においてはマッハ数5以上の場合を極超音速機という場合が多い。ただし、気体力学ではマッハ数 $M=\infty$ を極超音速というが、その近似として超音速ファクター $|M^2-1| \approx M^2$ のときをいう。また、実在気体力学では超高速による高エンタルピー流れが生じ、気体が振動、解離、電子励起、電離などの高エネルギーモードになる場合を極超音速といっている。

このように極超音速機の開発においては速度だけでなく高温問題や強度の問題など多くの困難がある。マッハ数についても $M=5$ から25まで、あまり根拠があるとはいえない計画が発表されている。本研究では極超音速機の消費エネルギーと飛行時間の関係から適切なマッハ数を求めることを目的とする。

* 機械工学科 ** 機械工学専攻大学院生

2. 実在気体効果^{1),2)}

超音速流れにおいて物体周りには必ず衝撃波が生ずる。超音速機・極超音速機はコンコルドやツポレフTU-144の機体のように先端のとがったスレンダーボディとなる。したがって発生する衝撃波も付着衝撃波となる。それでも通常の斜め衝撃波で計算するとマッハ数25、傾斜角0°の場合温度は一様流温度の30倍となる。定圧比熱および定容比熱の比 $\gamma = 1.4$ とした場合であるが、実際には実在気体効果のためエネルギーは解離・電離に費やされそれほど高温とはならない。

この比熱比は粒子の自由度によるもので、自由度を f とすると

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f} \quad (1)$$

で表される。一般に2原子分子では $f = 5$ を用いられるが、実在気体においては自由度はきわめて大きくなる。定圧比熱 C_p および定容比熱 C_v はエンタルピー h および内部エネルギー e を絶対温度 T で微分することによって得られ、2原子分子の振動モードにおいては次式で表される。

$$e = \left\{ \frac{5}{2} + \frac{h\nu/\kappa T}{e^{h\nu/\kappa T} - 1} \right\} \frac{\mathfrak{R}}{2m} T \quad (2)$$

$$h = \left\{ \frac{7}{2} + \frac{h\nu/\kappa T}{e^{h\nu/\kappa T} - 1} \right\} \frac{\mathfrak{R}}{2m} T \quad (3)$$

ここに h : プランク定数 $= 6.625 \times 10^{-27} [\text{erg} \cdot \text{s}]$ 、 ν : 振動数、 κ : ボルツマン定数 $= 1.380 \times 10^{-16} [\text{erg} \cdot \text{deg}^{-1}]$ 、 \mathfrak{R} : 普遍気体定数、 m : 分子質量である。

これらの式からわかるように温度 T が増加するに従い比熱比 γ は 1.4 より小さくなる。なお、 $h\nu/\kappa$ は振動特性温度であり、 N_2 の場合 3416 [K] を用いた。

解離モードにおいては

$$e = \left\{ \frac{5}{2} + \frac{\alpha}{2} + (1-\alpha) \frac{h\nu/\kappa T}{e^{h\nu/\kappa T} - 1} \right\} \frac{\mathfrak{R}}{2m} T + \alpha D \quad (4)$$

$$h = \left\{ \frac{7}{2} + \frac{3\alpha}{2} + (1-\alpha) \frac{h\nu/\kappa T}{e^{h\nu/\kappa T} - 1} \right\} \frac{\mathfrak{R}}{2m} T + \alpha D \quad (5)$$

ここに、 D : 解離エネルギーで N_2 の場合 $3.35 \times 10^4 [\text{J/g}]$ を用いた。

解離度 α は次式で表される。

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{\rho_d}{\rho} e^{-\frac{T_d}{T}} \quad (6)$$

ここに ρ_d : 解離特性密度 $= 130 [\text{g/cm}^3]$ 、

T_d : 解離特性温度 $= 113000 [\text{K}]$ を用いた。

なお、解離が進むと解離度が 1 に近づき、2原子分子が単原子になるため、一時的に比熱比 γ の値が単原子の 1.67 に近づく場合がある。

電離の場合は、ここでは2原子分子が解離して単原子になった分だけが電離するものとして計算した。電離度 ϕ は

$$\frac{\phi^2}{1-\phi^2} = \frac{RiT\rho_i}{p} \left(\frac{T}{T_i} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{T_i}{T}} \quad (7)$$

で表され、 R_i : 原子の気体定数、 ρ_i : 電離特性密度で窒素原子においては $187.26[\text{g}/\text{cm}^3]$ を用いた。

電離特性温度 T_i は電子軌道によって異なり、第1特性温度、第2特性温度、第3特性温度はそれぞれ $1.6874 \times 10^6[\text{K}]$ 、 $3.4363 \times 10^6[\text{K}]$ 、 $7.9984 \times 10^6[\text{K}]$ 、となる。結局、粒子の内部エネルギー e としては $\alpha \cdot I \cdot \phi$ を付加すればよい。ここに I は電離エネルギーで上述の軌道によって異なり、それぞれ $10.01298 \times 10^{11}[\text{erg}/\text{g}]$ 、 $20.3910 \times 10^{11}[\text{erg}/\text{g}]$ 、 $32.686 \times 10^{11}[\text{erg}/\text{g}]$ などとなる。

以上の諸式から温度および圧力（高度）を与えることによって C_p 、 C_v が求められ、比熱比 γ が得られる。極超音速で高高度を飛行するとき γ は 1.1 程度になる場合もある。

3. 飛翔体の空力特性

本研究での空力特性としては飛翔体の揚力および抗力の見積もり方についてのみを考える。

極超音速飛翔体はコンコルドやツポレフ TU-144 から類推されるように尖った先端を持つ細長物体を基本形にして三角翼あるいはアローウイングを取り付けているのが一般的である。このため衝撃波は付着斜め衝撃波となる。二次元くさび上の衝撃波は一様流マッハ数 M_1 くさび角 θ 、衝撃波角 β とするとき

$$\frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \theta)} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \frac{M_1^2 \sin^2 \beta}{M_1^2 \sin^2 \beta + 2} \quad (8)$$

で表される。ここで θ は小さく、 M_1 は大きいとき衝撃波角 β は θ に近づくことはよく知られている。さらに γ が 1 に近づくと $\beta \doteq \theta$ となる。実在気体効果により γ は 1 に近づくが 1 になることはない。そこで

$$\gamma = 1 + \varepsilon \quad (9)$$

ここに $\varepsilon \ll 1$ と置いて、式 (9) の高次の微小項を無視すると

$$\frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \theta)} = \frac{2}{\varepsilon} \quad (10)$$

となり、さらに各状態量は

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = 1 + \frac{2}{\varepsilon} \quad (11)$$

$$\frac{p_2 - p_1}{p_1} = \frac{2\varepsilon}{2 + \varepsilon} M_1^2 \sin^2 \beta \quad (12)$$

これらより、くさび上の圧力係数 C_p は

$$C_p = 2(\sin^2 \theta + \epsilon \sin \theta) \quad (13)$$

となる。

なお、三次元物体においても、 γ が1に近い場合は衝撃波層が極めて薄く二次元として取り扱えることは容易に確認できる。

よく知られた極超音速ニュートン理論は $\epsilon = 0$ とした場合にほかならない。

4. 極超音速飛翔体の揚抗力

本研究では極超音速旅客機をモデル化し、飛翔体として三角翼つき半円錐モデルを使用し、揚力および抗力を計算する。

図1に示すように飛翔体表面に向かう一様流速度 V_1 の延長線上の点Pとそこに立てた法線で作る平面（斜線部）が切断する交差線PP'がくさび面に相当する。従って、PP'と流線のなす角が θ となる。式(13)より局所圧力係数が求められる。この操作を飛翔体全面について行い、一様流方向成分と流れに垂直方向成分に分けることによって揚力および抗力が得られる。

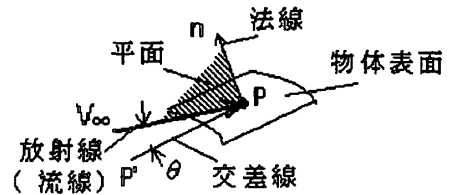


図1 物体表面の圧力係数

図2 は三角翼つき半円錐物体モデルを示しており、迎え角 α 、円錐半頂角 δ 、三角翼半頂角 β 、物体全長Lの記号が用いられる。

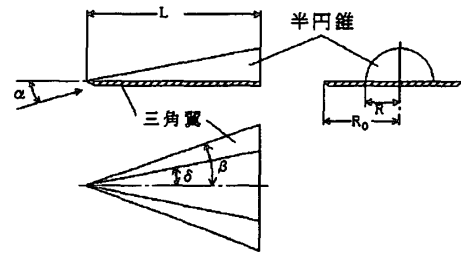


図2 三角翼つき半円錐物体

円錐半頂角 $\delta = 10^\circ$ 、三角翼半頂角 $\beta = 20^\circ$ における各迎え角に対する揚力・抗力の結果を図3に示す。

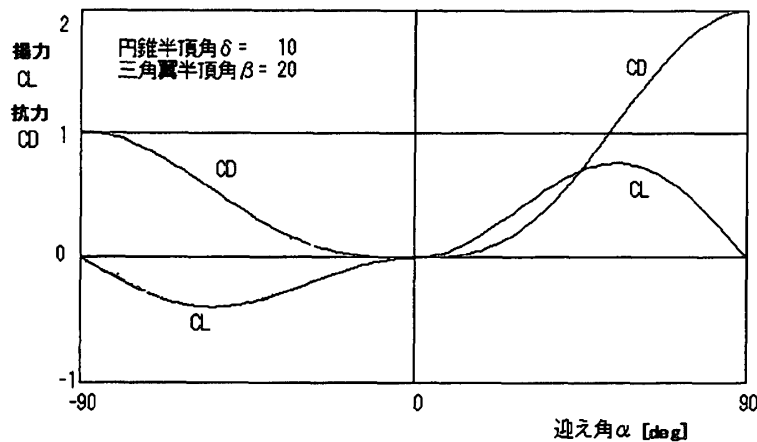


図3 三角翼つき半円錐物体の揚抗力

5. 飛行の力学

極超音速旅客機の巡航飛行時において、飛行経路は簡単化するため地球赤道上空を回るものとする。この理由は図4に示すように地球の回転と飛行速度によるコリオリの力によって生ずる経路の変化を簡単にするためである。

なお赤道周りのコリオリ力は飛翔体にとってかなり大きい影響があり、コリオリ力を考慮しない場合の地球周回速度は高度50[km]において時速28350kmであるのに対し、コリオリ力が働くとき、東回りでは時速26719kmに対し、西回りでは30085kmを要する。その差は3366kmにも達する。

飛翔体には上述のコリオリ力以外図5に示す種々の力がかかる。揚力L、抗力Dは速度、迎え角、大気密度、翼面積で表される。飛翔体質量をM、地球中心からの半径 r_0 、地球質量 M_0 、万有引力定数Gとすると重力は

$$Mg = M \frac{GM_0}{r_0^2} \quad (15)$$

で表される。

遠心力は MV_0^2/r_0' で、ここに r_0' は曲率半径で、

遠心力の方向は曲率半径接線に垂直方向である。

コリオリ力は $2MV_0\omega$ で、ここに ω は地球の回転角速度である。なお方向は遠心力と同方向であるが、その向きは飛翔体の赤道を東回りに進むか西回りに進むかによって正反対になる。これらの力より飛翔体経路の運動方程式を求め、軌道計算を行う。

ここで、揚力および抗力はそれぞれの係数 C_L および C_D から求められ、このとき密度が必要である。ここでは理科年表による高高度の大気の性質における値を引用した。³⁾

6. 飛行軌道

極超音速飛翔体として図6をモデル化し、胴体は半円錐形とし、主翼を三角翼のように簡単化した。胴体の半円錐は半頂角を 10° 、三角翼は半頂角を 20° とし全長は50[m]とした。総重量は1000000[N]とした。エンジン推力は抗力を考慮して最大2Gが得られるものとした。

本研究では一般の乗客を輸送する旅客機を想定し、滑走路から高度50[km]の高度まで上昇し、地球を半周、すなわち20000[km]を飛行して着陸するという航路について、種々の航法の消費エネルギーおよび飛行時間を比較する。また最適値問題については多くの研究者によって種々の問

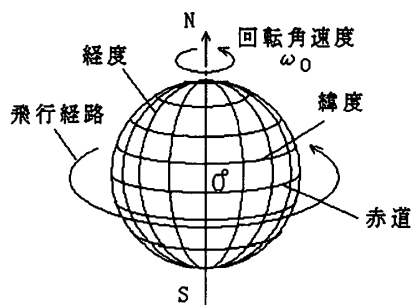


図4 地球周りの飛行経路

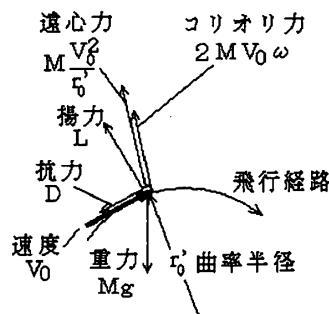


図5 飛翔体に作用する種々の力

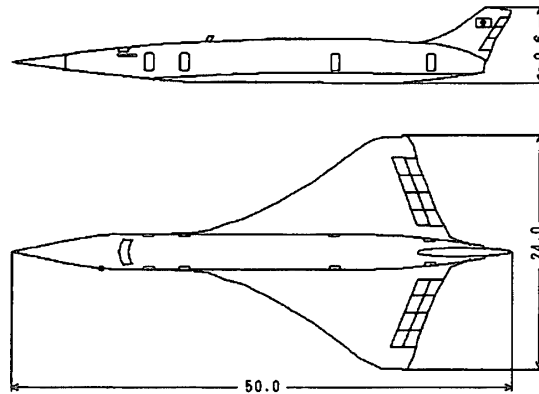


図6 極超音速機モデル

題がとりあつかわれているが^{4),5)}本論文の飛行経路問題は比較的単純経路であり解析的方法は用いない。ここでの研究方法はコンピュータによる計算機実験によって行うこととした。

極超音速飛翔体についての飛行方法については種々提案されている。滑走路から高度50[km]までの上昇はどの航法についても等しい条件とし1650[m/s]で水平飛行に入る。これよりジェット推進により宇宙速度付近まで加速し、その後は初速のみによって航行する方法、この場合高度50[km]程度では密度が大きく抗力が極めて大きくなるので衛星と同じような飛行は無理である。

グライディング航法は加速後慣性によって滑空し、重力による下降と加速から発生する揚力を利用して再び上昇する。この繰り返しによって飛行する方法であるが、上昇時に推進力を断続的に付加しながら飛行する。この方法は極超音速においては上昇時にきわめて大きい負の遠心力を生じ余分の推進エネルギーを必要とする。

地球周りの衛星軌道のように宇宙速度近くまで加速させ、その後は推力なしで目的地に到達する方法すなわち弾道軌道航法である。抗力のない場合は高度50kmで7875[m/s]すなわち時速28350kmで周回する。また、重力によって自然落下し地球の半周地点に到達するための初速は7867[m/s]すなわち時速2832kmである。この場合、初速にまで加速するためのエネルギーだけで他の航法より消費が大きくなる。

その他種々の飛行モデル実験を行ったが、結局高度50[km]の軌道を重力に対して揚力と正の遠心力を釣合わせながら、抗力に等しい推力を発生させて水平等速飛行する方法が最適であることを見出した。

水平飛行の場合、揚力係数が作用すると速度が大きいため極めて大きい揚力が発生しその制御が困難となる。本研究における三角翼つき半円錐モデルの場合、抗力係数 $C_D=0$ はあり得ないが、揚力係数 $C_L=0$ は迎え角0付近に存在する。前掲の図3の迎え角0付近の拡大図を図7に示す。

このモデルでは迎え角0では負の揚力係数となる。三角翼自体は迎え角0で揚力は発生しないが、胴体の

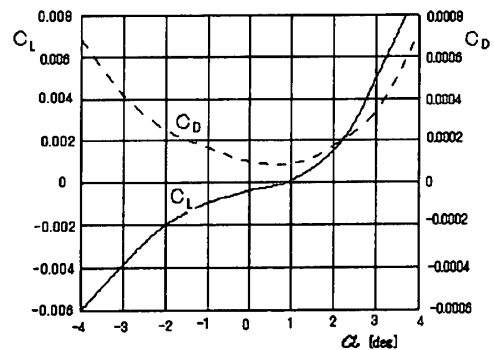


図7 揚力・抗力拡大図

半円錐部に生じる錐状衝撃波の圧力によってモデル全体としては負の揚力となる。従って、図7に見られるように $\alpha=0.9$ 付近で $C_L=0$ となる。最適飛行経路である水平飛行の場合、揚力が0で抗力が最小であることが望ましい。図7はこの条件をうまく満たしている。通常の航空機の巡航飛行の場合、抗力と推力が釣り合い、また揚力と重力が釣り合うのであるが、高度50kmにおけるほとんど宇宙飛行に近い軌道では、揚力ではなく遠心力と重力が釣り合うので、無揚力・最小抗力が最適飛行の条件となる。

図8は上述の飛行条件の下に、種々のマッハ数に対し高度50kmまで上昇し、各マッハ数に達するまでの加速エネルギーと所要時間を算出し、その後抗力に等しい推力で地球を半周するに要するエネルギーと到達時間を足し合わせたものをプロットしている。

この図において消費エネルギーの単位[J]と、所要時間の単位[sec]を等価なものに換算できれば最適マッハ数を見積もることができる。

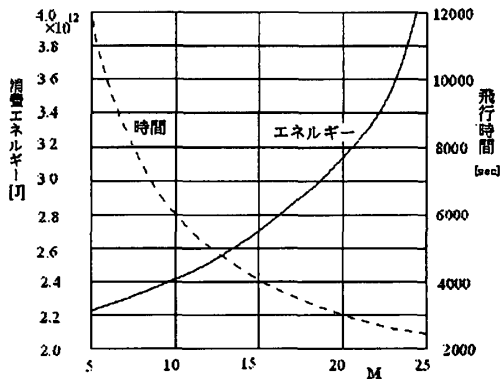


図8 マッハ数に対するエネルギー・時間曲線

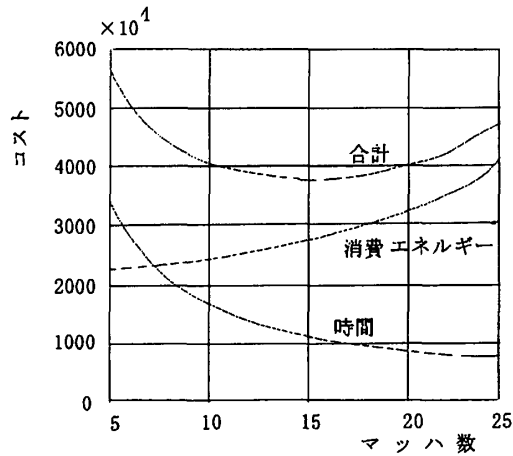


図9 時間コスト線図

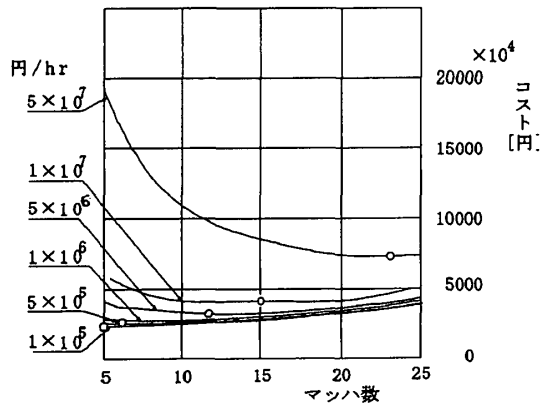


図10 最適マッハ線図

エネルギーおよび時間を金額に見積もることは可能である。ただし時間を金額への換算は重要度、緊急度などあまりにも多くのファクターがあるので換算は難しい。一般に時間価値関係は次式のように単純化されて、時間コストとエネルギーの等価比較が行われている⁶⁾。

$$W_{n,k} = W_{0,k} + V_k \times (C_{n,k} - C_{0,k}) + \delta_{n,k} \quad (16)$$

ここに $W_{n,k}$:属性 k の行動 n のコスト[円/分]、 V_k :属性 k のエネルギー価値[円/Kcal]、 $C_{n,k}$:属性 k の行動 n の単位時間当たりのエネルギー消費量[Kcal/分]、 $\delta_{n,k}$:属性 k の行動 n の心理コスト[円/分]、 n :行動($n=0, 1, 2, \dots$ ここに $n=0$ は行動におけるエネルギーの基底状態であり、 $n>0$ において高位のエネルギー状態となる)。ただし、今回は心理コストは考えない。

エネルギーは 1×10^{12} [J]= 1×10^7 [任意]、時間は1[hr]= 1×10^7 [任意]とすると、図9に示すように時間コストと消費エネルギーの次元が一致し最適なマッハ数を見積もることができる。種々の時間コスト換算値について最適マッハ数をプロットしたものが図10の丸印で上述の換算値ではマッハ数15のときが最小コストとなる。当然の結果ではあるが、時間当たりのコストの高価な属性では最適マッハ数は大きく、時間コストの低い属性は最適マッハ数は小さくなる。

7. 結言

過去に米国でマッハ数25の極超音速旅客機オリエントエクスプレス計画が発表され、また最近ではNASAでマッハ数7からさらに10極超音速機が飛行に成功したという情報が発表された。極超音速とはマッハ数が極めて大きい速度を意味するが、一般的にいて飛行体においてはマッハ数5以上の場合を極超音速機という場合が多い。このような極超音速機においてはその高速性から衝撃波問題、実在気体問題、推進器問題など多くの問題がいまだに解決されていない。一般人が搭乗できる極超音速旅客機についての飛行マッハ数についても7から25までの計画が種々話題となっているが、われわれはその目的に応じた最適マッハ数を知る必要がある。

高度50[km]で地球を半周する飛行のモデルについて最適航法を数値シミュレーションによって実験した結果、種々の飛行経路のうち、等速水平飛行が最も消費エネルギーが少ないことが明らかにされた。マッハ数5から25までの間ではマッハ数が低いほど消費エネルギーが少なくなることは当然であるが、時間とエネルギーを等価単位に換算することによって最適マッハ数を見積もることができる。

参考文献

1. 神元五郎;「高速流動」コロナ社、pp.250-319、1976
2. 濱本直樹、中村佳朗;「高速非平衡窒素流中における球頭物体澱み流線上の振動・回転温度」、日本航空宇宙学会論文集、Vol.49,No.574,pp.375-381,2001
3. 国立天文台編;「理科年表」丸善株式会社、1999
4. 横山信宏、鈴木信二、土屋武司;「スペースプレーンのISSへの上昇軌道最適化に関する研究」、日本航空宇宙学会論文集、Vol.49,No.570,pp.208-213,2001
5. 茨木俊秀、福島雅夫;「最適化の手法」、共立出版株式会社、2001
6. 佐藤寛之、青山吉隆、中川大、松中亮治、白柳博章;「京都駅における乗換抵抗の要因分析とその低減施策提案」、土木学会第56回年次学術講演会、2001

(平成16年12月1日受理)