

大学教育における「統計リテラシー」に関する研究 －「統計的仮説検定」の指導を中心にして－

白 澤 英 樹 *

A Research on Statistics Literacy in University Education Especially “Test of Statistical Hypothesis”

Hideki SHIRASAWA

Statistics literacy is not acquired during elementary and junior high schools. However, it is a skill required of all college students, and it is indispensable. Statistics education is not necessarily offered in either liberal arts education or professional basic education.

This report provides a study of the teaching of statistics literacy within the engineering foundation course offered by the faculty of technology. It shows content of learning and learning method, focusing on statistical instruction, especially a test of statistical hypothesis. Moreover, a curriculum which motivates students to acquire statistics literacy and appraisal method are considered.

1. はじめに ー統計学への誘いー

筆者は、「統計学Ⅰ」の最初の授業で学生に対して、『統計学は、あらゆる科学の文法である』これは、近代統計学の基礎理論を築いたカール・ピアソン（Karl, Pearson）の有名な言葉です。この意味について考えてみよう。」と発問した。しかし、学生からは全く反応がない。余りにも唐突であり、これまでに統計に関する基礎的な知識や技能を習得していない多くの学生にとっては当然かも知れない。授業の展開においては、その学習に必要とするレジネスや基礎的・基本的な事項の習得が重要である。ともすると教員は、授業の中で学生に対して平気でこのような心ない問い掛けをしているのではないかと反省させられる。

そこで、「お母さんは、朝食の食卓に出される味噌汁の味について小さなスプーン一杯でその味加減を判断される。これぞ正しくお母さんは素晴らしい統計学者です。この意味を考えてみよう。」と話を切り換えると途端、学生は話題に興味を示し、目を輝かせて互いの会話が弾むようになる。このように、授業の導入には、到達目標を達成するための具体的な事例や適切な教材を提供することが極めて大切である。

2. 「統計リテラシー」とは

現在、コンピュータの発達やインターネットの著しい進歩とその普及に伴って、毎日の生活の中にさまざまな情報が氾濫している。このような高度情報社会にあつては、当然ながらこれらの

* 経営情報学科

情報を巧く活用するための能力・スキルとして「統計的リテラシー」(Statistical Literacy)が要求される。従って、小・中学校や高等学校及び大学等の教育の中に「統計教育」を明確に位置づけ、少なくとも教養としての統計的な知識や技能、その活用能力の育成を図らなければならない。

伊藤・村上らは、学校教育における統計教育を次の5つのカテゴリーに分けている。即ち、

1. 小・中学校、高等学校及び大学等における教養としての統計リテラシー教育
2. 小・中学校、高等学校における統計教育を担当する教員養成のための統計教育
3. 将来、統計的方法を利用することを計画している学生のための統計教育
4. 統計を職業とする専門家育成のための統計教育
5. 大学やその他の研究機関における統計学専門の研究者養成のための統計教育

特に、大学における統計教育においては、学生の学ぶ意欲や要求水準によって、どのような統計の知識・技能及び活用能力を育成するかその到達目標を明確に定め、それぞれに対応した多様なカリキュラムを用意することが求められる。もちろん、「統計的な思考力」を育成することを終局の達成目標とすべきである。統計的なものの見方・考え方とともに、統計理論を的確に活用する能力やスキルを養成することが大切である。これが「統計リテラシー」(Statistics Literacy)である。つまり、「統計リテラシー」とは、さまざま情報及び統計的な資料や処理結果を正確に把握し、それを的確に判断し活用する能力・スキルであり、「統計学」の確かな学びによってその達成が可能である。藤井らは、「統計学」の達成目標や学習計画及び学習の展開とその評価を設定する上で、どのような能力・スキルを育成するかについて、3つの概念を次のようにまとめている。

「統計的リテラシー」(Statistical Literacy)

統計的な情報や統計的な研究結果を理解する際に用いられる基本的で重要な能力・スキル
「統計的推理力」(Statistical reasoning)

統計的アイデアを用いて、統計情報を十分理解し、その理由を説明できる能力・スキル。
「統計的思考力」(Statistical thinking)

問題の概要を的確に把握し、それに基づいて調査を計画し、その全体のプロセスを理解し、解決された問題の結果を批判的に評価し、活用できる能力・スキル。

これらの3つの概念を峻別することは非常に困難であり、「統計的思考力」を育成するには、その基盤となる「統計的リテラシー」と「統計的推理力」が必要かつ不可欠な要素である。

3. 小・中学校及び高等学校における統計教育の現状

現行の学習指導要領によると、小学校においては、三年生で資料を表やグラフで表示すること、棒グラフの読み方・書き方を知ること。四年生で目的に応じた資料の整理をすること。五年生で百分率の利用と円グラフ・帯グラフを作成すること。第六年生で平均の意味を知り、使うこととなっている。また、中学校では、わずか二年生で具体的な事象についての観察や実験を通して確率の概念を理解することとなっている。さらに、高等学校においては、「数学Ⅰ」(3単位)と「基礎数学」(2単位)のいずれか1科目を選択必修することになっているが、統計的な内容を取り扱

うのは後者のみであり、統計資料の整理と傾向の把握の指導に全体の三分の一の時間が配分されているに過ぎない。また、「数学A」（2単位）では順列と組み合わせ、確率とその基本的な法則、独立事象の確率を取り扱うことになっている。「数学B」（2単位）では度数分布、代表値、分散、標準偏差、相関図、相関係数を取り扱い、適宜、コンピュータの計算ソフトを活用することが明記されている。また、「数学C」（2単位）では資料の整理、代表値、分散、標準偏差、相関係数、コンピュータによる統計処理、さらに統計的推測の内容として、母集団と標本、二項分布と正規分布、標本平均とその分布、母平均の推定及びコンピュータを活用して確率分布を取り扱うことになっている。なお、回帰直線は発展的教材である。ところが、この「数学C」には、行列と連立1次方程式、いろいろな曲線、数値計算が含まれており、2単位の選択履修であることから、いずれの高等学校もこの統計教材をほとんど取り扱っていないのが現状である。

福井県内の高等学校における「数学」の統計教材の履修状況に関する実態調査（平成19年度）の結果は、「表1」のとおりであった。また、筆者が担当した学生における「数学」の統計教材の履修状況に関するアンケート調査（過去4か年）の結果は、「表2」のとおりであった。

「表1」統計教材の履修状況（福井県）

科目名	高校数	履修生徒数（%）
基礎数学	4	215（0.7%）
「統計」	3	181（0.6%）
数学B	28	16,720（56.2%）
「統計」	20	5,504（18.5%）
数学C	23	6,634（22.3%）
「統計」	14	2,469（8.3%）

「表2」統計教材の履修状況（本学）（人）

科目名	平成16年度	平成17年度	平成18年度	平成19年度
基礎数学	12	10	7	5
「統計」	7	6	1	2
数学B	15	10	13	14
「統計」	3	5	4	2
数学C	6	4	2	5
「統計」	3	1	0	0
不詳	8	12	8	7

調査対象とした福井県の高校は36校で、表中の「統計」は、各科目のうちで統計の内容を多少とも履修すると回答のあった高校数・生徒数（%）である。

筆者が担当した「統計学Ⅰ・Ⅱ」における受講学生数は、毎年平均して約35名である。そのうち、高校において統計の内容を多少とも履修したと回答している学生数は、極めて少ない。

4. 工学専門基礎としての「統計学」

本学の経営情報学科では、工学専門基礎として「統計学Ⅰ・Ⅱ」をカリキュラムに設定している。これは、学生が調査データの処理とその正しい解釈や判断能力、あるいは市場や社会調査・品質管理等における資料の活用能力の育成とスキルの養成を目指しており、2年次の前期と後期に各2単位の選択履修としている。高等学校までの統計教育の現状を踏まえて、そのねらいを主に「統計リテラシー」の育成においている。全学生にノートパソコンを入学と同時に持たせているので、データ処理や統計ソフトの利用にはさほど抵抗はない。また、その指導内容としては、「統計学Ⅰ」では、記述統計として資料の整理、相関・回帰、確率分布を中心に、「統計学Ⅱ」では、推測統計として標本分布、推定・検定、実験計画法等であり、「演習」を交えながら各担当者がそれぞれ創意工夫して指導に当たっている。さらに、その他の統計の関連科目としては「オペレーションズリサーチⅠ・Ⅱ」と「多変量解析」を3・4年次での選択科目として設定している。

工学基礎としての「統計リテラシー」の育成に必要かつ重要である「統計学」や統計の関連科目をカリキュラムに位置づけているのは、本学では経営情報学科のみであり、他の学科は「統計学」等をカリキュラムに位置づけていない。

5. 「統計的仮説検定」の授業展開について

ここで、「統計的仮説検定」に関する授業展開について論述したい。特に「検定」の授業においては、アルゴリズムとしての検定の手順と検定結果の解釈法に力点を置いて指導している。その例題や演習で用いるデータは、学生にとって身近で具体的なものを精選し、その活用を図っている。また、学習の経過や結果をレポートにまとめ、各授業の終了時にそれを提出させることにしている。このような授業を展開することによって、いわゆる「ポートフォリオ評価」が可能になるとともに、学生は「検定」に関する学習への興味・関心を高め、集中して授業に取り組み、内容の理解がより深まる。さらに、「統計的仮説検定」においては、「統計学」に関する用語と概念の理解が重要であることに鑑み、特にその意味や解釈を明確にして指導することになっている。統計的仮説検定の一般的な手順及び「検定」で用いられる用語は、次のとおりである。

《統計的仮説検定の一般的な手順》

手順① 帰無仮説と対立仮説を設定する。「検定」する内容により、対立仮説の立て方で両側検定か片側検定が決まる。

手順② 仮説に応じた検定統計量を選択する。

手順③ 有意水準 α の値を決める。 $\alpha=0.05, 0.01$

手順④ データを収集した後、データから検定統計量の実現値を求める。

手順⑤ 検定統計量の実現値が、棄却域に入れば、帰無仮説を棄却して対立仮説を採択する。

棄却域に入らなければ、帰無仮説を採択する。そして、判定結果から結論を述べる。

《統計的仮説検定で用いられる用語》

帰無仮説・対立仮説、検定統計量、有意水準、帰無分布（帰無仮説のもとでの検定統計量の標本分布）、棄却域、臨界値、P値、両側検定・片側検定、第1種の誤り・第2種の誤り、検定力（偽である帰無仮説を正しく棄却できる確率）等

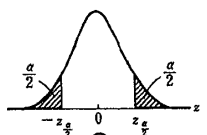
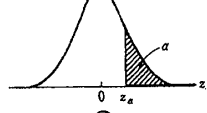
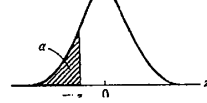
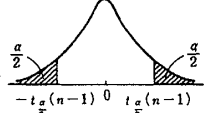
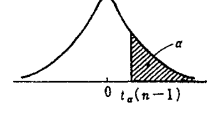
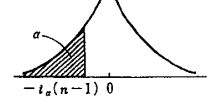
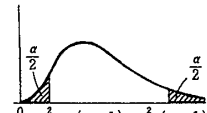
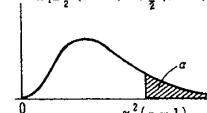
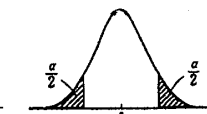
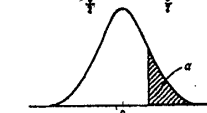
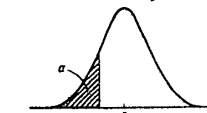
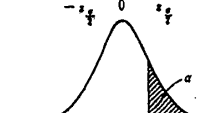

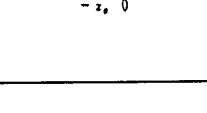
6. 考察

「統計的仮説検定」の学習において、学生は次のような疑問を抱き、つまづくことが多い。その一つは「検定の手順」の構成で、なぜそのような手順をたどるのかを理解することができない。その解決策として、数学の証明で用いる「背理法（帰謬法）」と対比することになっている。即ち、間接証明での背理法では、仮定のもとで起こりえないことが起こったから、その仮定は否定される。いわゆる仮定から不合理・矛盾を導く方法に対して、確率的帰謬法である「仮説検定」では、仮説のもとで起こりそうもないことが起こったから、仮説を否定する。即ち、最初に設定した仮説が成立する確率は極めて小さいとする手法であることを強調する。

その二つは、検定する内容や条件によって検定統計量が異なり、それをどのように判別し適応するかである。これに対しては「表3」のように「標準的な検定の一覧表」をまとめて示すこと

にしている。検定を行う際には、検定統計量がそのいずれに該当するかを判断させ、理論構成も含めて学生自身に考えさせることが重要である。なお、授業で用いる「検定に関する定理」の証明は、ほとんど省略することになっている。

「表3」「標準的な検定の一覧」

仮説	条件	検定統計量	検定統計量の分布	棄却域
1. 平均の検定 (i) $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$ (ii) $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$ (iii) $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	母集団の分布は正規分布 σ^2 は既知	$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ 大標本 ($n \geq 30$) のときは左記の2条件は必要でなく、上の z の代りに $z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{u}{\sqrt{n}}}$ を使う。ここで、 u^2 は標本不偏分散である。 n が大きいときは、 $u^2 \approx s^2$ だから、 u の代りに s を用いてもよい。	標準正規分布	(i) $ z > z_{\frac{\alpha}{2}}$  (ii) $z > z_\alpha$  (iii) $z < -z_\alpha$ 
2. 平均の検定 (小標本) (i) $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu \neq \mu_0$ (ii) $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu > \mu_0$ (iii) $H_0: \mu = \mu_0$ $H_1: \mu < \mu_0$	母集団の分布は正規分布 σ^2 は未知	$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{u}{\sqrt{n}}}$	自由度 $n-1$ の t 分布	(i) $ t > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$  (ii) $t > t_\alpha(n-1)$  (iii) $t < -t_\alpha(n-1)$ 
3. 分散の検定 (i) $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 \neq \sigma_0^2$ (ii) $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$ $H_1: \sigma^2 > \sigma_0^2$	母集団の分布は正規分布	$\chi^2 = \frac{(n-1)u^2}{\sigma_0^2} = \frac{ns^2}{\sigma_0^2}$	自由度 $n-1$ の χ^2 分布	(i) $\chi^2 < \chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$ または $\chi^2 > \chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(n-1)$  (ii) $\chi^2 > \chi_\alpha^2(n-1)$ 
4. 比率の検定 (i) $H_0: p = p_0$ $H_1: p \neq p_0$ (ii) $H_0: p = p_0$ $H_1: p > p_0$ (iii) $H_0: p = p_0$ $H_1: p < p_0$	大標本 $n > 30$ $np > 5, nq > 5$	$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$ ここで、 $\hat{p} = \frac{x_1}{n}$	標準正規分布	(i) $ z > z_{\frac{\alpha}{2}}$  (ii) $z > z_\alpha$  (iii) $z < -z_\alpha$ 
5. 平均の差の検定 (i) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ (ii) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$ (iii) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	母集団の分布は正規分布 σ_1^2, σ_2^2 は既知	$z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ 大標本 ($n_1, n_2 \geq 30$) のときは、左記の条件は必要でなく、上の z の代りに $z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{u_1^2}{n_1} + \frac{u_2^2}{n_2}}}$ を使う。 n_1, n_2 が大きいときは、 $u_1^2 \approx s_1^2, u_2^2 \approx s_2^2$ だから、 u_1^2, u_2^2 の代りに s_1^2, s_2^2 を用いてもよい。	標準正規分布	(i) $ z > z_{\frac{\alpha}{2}}$  (ii) $z > z_\alpha$  (iii) $z < -z_\alpha$ 

仮説	条件	検定統計量	検定統計量の分布	棄却域
6. 平均の差の検定 (i) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ (ii) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 > \mu_2$ (iii) $H_0: \mu_1 = \mu_2$ $H_1: \mu_1 < \mu_2$	母集団の分布は正規分布 $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ (等分散) で、 σ^2 は未知	$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{u \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$ ここで、 $u^2 = \frac{(n_1 - 1)u_1^2 + (n_2 - 1)u_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$	自由度 $n_1 + n_2 - 2$ の t 分布	(i) $ t > t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)$ (ii) $t > t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$ (iii) $t < -t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$
7. 平均の差の検定 (対応のある場合) (i) $H_0: \mu_d = 0$ $H_1: \mu_d \neq 0$ (ii) $H_0: \mu_d = 0$ $H_1: \mu_d > 0$ (iii) $H_0: \mu_d = 0$ $H_1: \mu_d < 0$	母集団の分布は正規分布	$t = \frac{\bar{d} \sqrt{n}}{u_d}$ ここで、 $\bar{d} = \frac{1}{n} \sum d_i$ $u_d^2 = \frac{1}{n-1} \sum (d_i - \bar{d})^2$	自由度 $n-1$ の t 分布	(i) $ t > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)$ (ii) $t > t_{\alpha}(n-1)$ (iii) $t < -t_{\alpha}(n-1)$
8. 比率の差の検定 (i) $H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 \neq p_2$ (ii) $H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 > p_2$ (iii) $H_0: p_1 = p_2$ $H_1: p_1 < p_2$	大標本 $n_1, n_2 > 30$ $n_1 p_1 > 5, n_1 q_1 > 5$ $n_2 p_2 > 5, n_2 q_2 > 5$	$z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p} \hat{q} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$ ここで、 $\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$	標準正規分布	(i) $ z > z_{\frac{\alpha}{2}}$ (ii) $z > z_{\alpha}$ (ii) $z < -z_{\alpha}$
9. 等分散の検定 (i) $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (ii) $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	母集団の分布は正規分布	$F = \frac{u_1^2, u_2^2 \text{ の大きい方}}{u_1^2, u_2^2 \text{ の小さい方}}$ $F = \frac{u_1^2}{u_2^2}$	自由度 $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ の F 分布, または自由度 $(n_2 - 1, n_2 - 1)$ の F 分布 自由度 $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ の F 分布	有意水準 α で、 (i) $u_1^2 > u_2^2$ ならば $F > F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1)$ $u_2^2 > u_1^2$ ならば $F > F_{\frac{\alpha}{2}}(n_2 - 1, n_1 - 1)$ (ii) $F > F_{\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$

7. まとめ

「検定」の指導をととして、学生が「統計的仮説検定」の手法を正しく理解し、適用することができたかどうかを認定するには、手順⑤の結果の判定から、いかに結論を正確に述べることができたかどうかである。これには「ポートフォリオ評価」が活きる。したがって、「統計リテラシー」の育成には、この「検定」の指導内容が最も適切であり、応用も広く重要である。

今後は、「統計的仮説検定」の学習における発展的な教材の開発に努め、その活用能力・スキルの育成を図るよう授業の展開にいつその工夫を凝らすとともに、「統計的思考力」に関する達成度の検証を行う必要がある。また、新たな研究課題として、企業等における統計知識のニーズと大学における統計教育のあり方について考察したい。

8. 引用・参考文献

- ・伊藤孝一・村上征勝「統計学の基礎と統計教育」数学教育学会・2006年度春季年会誌 p 122-123
- ・藤井良宣「統計教育の達成目標をどうとらえるか」数学教育学会・2006年度春季年会誌 p 29-31
- ・白澤英樹「大学教育における評価に関する研究」—ポートフォリオ評価の教育的効果について—数学教育学会・2005年度春季年会誌 p 128-129
- ・永田 靖「統計的方法のしくみ—正しく理解するための30の急所」日科技連
- ・山田剛史・他「よくわかる心理統計」ミネルヴァ書房
- ・村上正康・他「統計学演習」培風館

(平成20年3月31日受理)