

確率計算における簡略化に関する研究

高 瀬 信 忠*

A Study on the Simplification of Probability Calculations in Hydrologic Events

Nobutada Takase

Order-Statistic solutions make use of Logarithmic-Normal Distribution in hydrologic statistics. In this paper, the author presents practical Tabulations to the very simplification in probability calculations in order to facilitate rapid computations. Furthermore, the author considers on basic plotting position in these computations.

1. はじめに

水文統計学で広く用いられている対数正規分布における順序統計学的方法について、その計算を非常に簡略化するための実用的な数表を提示するとともに、その計算の基礎となっている Plotting Position についても、その意義を明らかにした。

2. Plotting Position

各観測値の持っている確率、すなわち、Plotting Position を知る必要がある。

(1) Hazen Plot

これは Hazen によって実用化され、古くから用いられてきたが、図-1における横軸上の x_1 、 x_2 、 x_3 、 \dots 、 x_r 、 \dots は各連続微小区間（面積は $1/n$ ）の代表値である中点と考えると、それぞれ、それらの左側の面積は、 $1/2n$ 、 $3/2n$ 、 \dots 、 $(2r-1)/2n$ 、 \dots で表され、一般に次式が成立する。

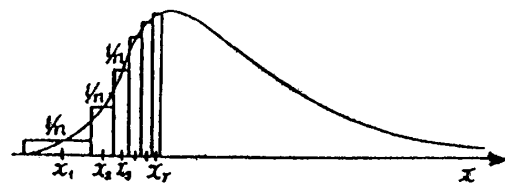


図-1 密度曲線

$$Fr = \frac{2r-1}{2n} \dots (1)$$

Fr : 非超過確率、 n : 観測値の個数 (年)
 r : 資料を小さいものから並べたときの順番

* 建設工学科 地球環境工学専攻

(2) Thomas Plot

これは Thomas が順序統計学的基礎式により導いた理論式であるが、変数 x は大きさの順位のみに着目しており、一般に次式で表される。

$$Fr = \frac{r}{n+1} \quad \dots \dots (2)$$

Fr、r、nとも Hazenn Plot の場合と同じ

3. 確率計算の簡略化と考察

(1) 順序統計学的方法における簡略化の数値表

計算例として年最大日雨量 ($n=42$) について、Hazen Plot によって計算した結果が表-1であるが、この計算例からもわかる通り σ_{ξ} は n によって決まるものであることから、あらかじめ n に対する σ_{ξ} の値を算出しておくことと確率計算が大変簡略化されることとなるので、 $n=10 \sim 100$ に対する σ_{ξ} の値を計算した。¹⁾ しかし、現在では例えば、年最大日雨量のデータだけでも 100 年以上のものも非常に多いことから、Hazen Plot と Thomas Plot のそれぞれについて、 $n=100$ 以上の σ_{ξ} を算出したものが表-2である。

表-2 σ_{ξ} の数値表

n	Hazen Plot	Thomas Plot	n	Hazen Plot	Thomas Plot	n	Hazen Plot	Thomas Plot
101	0.7027	0.6794	135	0.7038	0.6850	290	0.7057	0.6953
102	0.7028	0.6795	140	0.7039	0.6857	300	0.7058	0.6957
103	0.7028	0.6797	145	0.7041	0.6863	310	0.7059	0.6960
104	0.7028	0.6800	150	0.7043	0.6870	320	0.7059	0.6963
105	0.7029	0.6803	155	0.7044	0.6876	330	0.7059	0.6965
106	0.7029	0.6805	160	0.7044	0.6880	340	0.7060	0.6967
107	0.7030	0.6807	165	0.7045	0.6884	350	0.7060	0.6970
108	0.7030	0.6810	170	0.7045	0.6889	360	0.7060	0.6972
109	0.7031	0.6811	175	0.7046	0.6892	370	0.7060	0.6974
110	0.7031	0.6813	180	0.7047	0.6896	380	0.7060	0.6977
111	0.7031	0.6815	185	0.7048	0.6900	390	0.7061	0.6978
112	0.7032	0.6817	190	0.7048	0.6904	400	0.7061	0.6980
113	0.7032	0.6818	195	0.7049	0.6908	410	0.7061	0.6982
114	0.7032	0.6819	200	0.7049	0.6913	420	0.7061	0.6983
115	0.7033	0.6821	210	0.7050	0.6917	430	0.7062	0.6984
116	0.7033	0.6823	220	0.7051	0.6922	440	0.7062	0.6986
117	0.7034	0.6824	230	0.7052	0.6928	450	0.7062	0.6988
118	0.7034	0.6825	240	0.7052	0.6932	460	0.7062	0.6990
119	0.7034	0.6827	250	0.7053	0.6936	470	0.7062	0.6992
120	0.7034	0.6829	260	0.7054	0.6941	480	0.7062	0.6993
125	0.7035	0.6837	270	0.7055	0.6945	490	0.7062	0.6994
130	0.7036	0.6844	280	0.7056	0.6949	500	0.7062	0.6995

表-1 Hazen plotによる計算法

n	x	X=logx	X ²	Fr	ξ	ξ ²
1	270.5	2.4322	5.9154	0.98810	1.59836	2.55475
2	234.0	2.3692	5.6132	0.96429	1.27481	1.62514
3	221.0	2.3444	5.4962	0.94048	1.10228	1.21502
4	210.0	2.3222	5.3927	0.91667	0.97798	0.95645
5	193.0	2.2856	5.2238	0.89286	0.87815	0.77115
6	188.5	2.2753	5.1770	0.86905	0.79337	0.62943
7	185.0	2.2672	5.1401	0.84524	0.71860	0.51638
8	182.9	2.2622	5.1176	0.82143	0.65116	0.42401
9	181.0	2.2577	5.0971	0.79762	0.58915	0.34710
10	175.0	2.2430	5.0312	0.77381	0.53136	0.28235
11	170.7	2.2322	4.9829	0.75000	0.47690	0.22743
12	161.5	2.2082	4.8760	0.72619	0.42522	0.18081
13	142.5	2.1538	4.6389	0.70238	0.37566	0.14112
14	142.0	2.1523	4.6323	0.67857	0.32788	0.10751
15	137.5	2.1383	4.5723	0.65476	0.28162	0.07931
16	134.0	2.1271	4.5246	0.63095	0.23641	0.05589
17	131.0	2.1173	4.4828	0.60714	0.19225	0.03696
18	127.2	2.1045	4.4289	0.58333	0.14879	0.02214
19	126.0	2.1004	4.4116	0.55952	0.10589	0.01121
20	124.0	2.0934	4.3824	0.53571	0.06338	0.00402
21	123.8	2.0927	4.3795	0.51190	0.02112	0.00045
22	116.0	2.0645	4.2620	0.48810	-0.02112	0.00045
23	112.5	2.0512	4.2072	0.46429	-0.06338	0.00402
24	108.0	2.0334	4.1348	0.44048	-0.10589	0.01121
25	103.8	2.0162	4.0651	0.41667	-0.14879	0.02214
26	103.0	2.0128	4.0515	0.39286	-0.19225	0.03696
27	101.5	2.0065	4.0259	0.36905	.	.
28	99.5	1.9978	3.9913	0.34524	.	.
29	95.5	1.9800	3.9204	0.32143	.	.
30	94.0	1.9731	3.8932	0.29762	.	.
31	92.0	1.9638	3.8565	0.27381	.	.
32	88.5	1.9469	3.7906	0.25000	.	.
33	88.0	1.9445	3.7810	0.22619	.	.
34	87.5	1.9420	3.7714	0.20238	.	.
35	85.0	1.9294	3.7227	0.17857	.	.
36	84.0	1.9243	3.7029	0.15476	.	.
37	78.0	1.8921	3.5800	0.13095	.	.
38	77.0	1.8865	3.5588	0.10714	.	.
39	71.0	1.8513	3.4272	0.08333	.	.
40	68.3	1.8344	3.3651	0.05952	.	.
41	63.7	1.8041	3.2549	0.03571	.	.
42	62.5	1.7959	3.2252	0.01190	.	.
		ΣX=87.4298	ΣX ² =183.1042	Σξ= 0		Σξ ² = 20.377259
		\bar{X} = 2.08166	$\overline{X^2}$ = 4.35962			$\overline{\xi^2}$ = 0.485173
		$\overline{X^2}$ = 4.33332	$\sigma \xi$ = 0.6965			
		σX^2 =0.02630				
		σX = 0.1622				
$1/\alpha = \sigma X / \sigma \xi = 0.2329$						
$X = (1/\alpha) \xi' + \bar{X} = 0.2329 \xi' + 2.0817$						
50年確率: $\xi' = 1.4520$				$X_{50} = 262.9$		
100年確率: $\xi' = 1.6450$				$X_{100} = 291.6$		
50年確率日雨量=262.9mm 100年確率日雨量=291.6mm						

(2)各洪水年 (N) に対する正規変数 (ξ') 表

表-1において計算された確率計算の変換式から、必要な ξ' を求めるのであるが、洪水年 10年から 500 年までの結果が表-3に示されている。

ここに、 ξ' の計算方法による 1 例を示すと

$$F_r + F = 1$$

$F_r = 1 - F = 1 / N$ F_r = 非超過確率、 F = 超過確率、資料が年最大値水文量の場合には、 N = 年数となる。

$N = 100$ 年の場合

$$F_r = 1 - (1/100) = 0.99$$

Gauss の誤差関数表を用いて計算された
結果の表-3より

$$\xi' = 1.6450$$

$N = 230$ 年の場合

$$F_r = 1 - (1/230) = 0.99565$$

同じようにして計算された結果の表-3より

$$1.8753 - 1.8214 = 0.0539$$

$$1.8214 + 0.0539 \times (65/100) = 1.8564$$

$$\xi' = 1.8564$$

以上のようにして、 N に対する ξ' の値が計算された結果が表-3である。

4. おわりに

水文統計学で古くから広く用いられている対数正規分布における順序統計学的解法について、さらに、観測年数の多い 500 年までのものについて、その計算を非常に簡略化できる実用的数表を提示したが、古い伝統を持ち、一般的に普及している確率計算法が少しでも簡略化されて使い易くなることを願うものである。

最後に、いろいろと資料の整理や計算などに協力してもらった当時 4 年生の、酒向誠吾、木村耕治、北沢信悟、高井毅、高橋誠、斉藤大人、吉田宣弘、井上尚幸、加藤悟、降幡明、南野勇夫の諸君らに深甚の謝意を表する次第です。

参 考 文 献

- 1) 高瀬信忠：対数正規分布に関する順序統計学的考察、土木学会論文集第 47 号、p.p.24~29、昭. 32. 8。

[illegible]

— 215 —