

## 平板上に置かれた半球周りの流れと伝熱

藤 井 貴 広\*・三 宅 裕\*\*

### Numerical simulations of a flow and heat transfer around a hemi-sphere on a flat-plate

Takahiro Fujii and Yutaka Miyake

The low Reynolds number flow and the heat transfer around a single hemisphere on a flat plate is investigated numerically in order to construct a roughness element model for turbulent flow simulation. Numerical simulations using FIDAP are carefully conducted to derive accurate enough drag and heat transfer coefficient. Reliable drag coefficient and Nusselt number vs. Reynolds number are presented and the mechanism of drag formation is given as well.

#### 1. はじめに

粗面壁における乱流の抗力損失の評価は工業の実際の需要が大きい、今なお経験的な知見に基づいた評価が行われている。円管内乱流に対するムーディー線図はその代表例で、さまざまな寸法、形状、面密度の粗さ要素の粗面を、等しい抗力を与えるような稠密に分布する砂粒粗さに置き換え、その等価粗さを用いて抗力損失を評価するものである。このとき、等価粗さへの置き換えには、経験的に知られるチャートを用いる。

今日、数値シミュレーションの手法が工業の現場で大幅に取り入れられて、さまざまな用途で利用されていることを考えると、粗面の抗力の評価にも上述のような経験的な知見に依存することの少ない数値シミュレーションの活用が可能と思われる。

これまでのところ、粗面乱流については流れ場全体を数値シミュレーションによって解く試みが多い。このとき、粗面壁を流れる乱流では、粗さ要素の寸法が流れ場のスケールに比べて小さいため、粗さ要素をすべて解像することは不可能で、直接計算(DNS)でも何らかのモデルが必要である。モデルには、単に壁面せん断応力を滑面の場合より大きくなるように仮定する単純なモデルもあるが、より高度なモデルとして離散要素モデルがある。このモデルは、粗さ要素が流れに及ぼす力を局所流からモデルによって離散的に算出し、体積力に置き換えるもので、時間平均流れに対してはTaylorら[1][2]が定式化している。また、流体力モデルは粗さ要素の形状、分布密度などについて詳細に場合分けする改良も試みられている[3]。しかし、いずれも、限られた粗さ要素形状について、管路または境界層の平均摩擦抗力とモデルを用いた数値シミュレーションの抗力損失の結果が、実験値と一致するようにモデルを調整したもので、粗さ要素の抗力など、平面上に置かれた微小寸法の物体周り流れの適切な特性を大スケール流れに移植したものではない。粗面壁乱流に対する数値シミュレーションの適用として、場全体の大規模な数値計算でなく、粗さ要素周りの流れ場から粗面モデルを抽出する方法がありうる。その結果は、場全体の流れを解く場合に対してだけでなく、ムーディー線図に代わる数

---

\* 機械工学専攻大学院生    \*\* 機械工学科

値的手法に対しても適用することができよう。本研究はこのような目的で、粗さ要素周りの流れの詳細な数値シミュレーションを試みたものである。

解くべき流れ場は、寸法が小さいことのほかに、壁が粘性力を強くするので比較的レイノルズ数が小さく、層流でよい。流れは、これまで、主として壁乱流の微細構造を把握する目的で、可視化実験による研究が行われている[4]。これらは可視化実験であるから、抗力などの定量的な結果は含まれていない。しかし、計算や理論で求められた結果の検討には有用である。この流れを理論的に求めることは、ストークス流れでも困難である。さらに、層流でも、ストークス流れのような線形流れではないから、数値シミュレーションに依らなければならない。しかし、層流の範囲では、特別の工夫をした独自のコードでなくとも、精度の高い商用コードを利用することができるため、本報告では Fluent 社の FIDAP を使用し、粗さ要素の代表的な例として、平面上に置かれた単体の半球周りの解析結果について述べる。

## 2. 流路と粗さ要素

図1に示すように、平面上に置かれた半径  $a$  の半球を考える。半球の中心に原点をおき、直角座標系  $x, y, z$  を考え、流れ( $x$ )方向に  $L_x$ 、高さ( $y$ )方向に  $H$ 、幅( $z$ )方向に  $L_z$  の直方体の計算領域を考える。 $x, z$  方向には原点に関して対称に境界壁をとり、 $y$  方向には壁面を底面として上半面を考え、 $y = H$  の面に速度

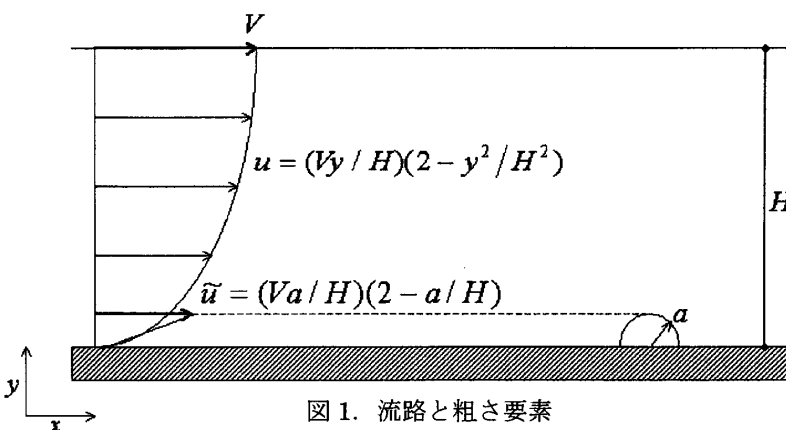


図1. 流路と粗さ要素

$V$  で移動する平面壁を置く。半球を置かないときの流路内の流れ(基礎流れ)は、断らない限りポワズイユ流れとし、この流れの半球頂点における流速を  $\tilde{u}$  とする。代表長さを  $a$ 、代表速度を  $\tilde{u}$  とする粗さ高さレイノルズ数  $Re_k = \tilde{u}a/\nu$  を定義する。ただし、 $\nu$  は動粘性係数である。基礎流れの速度分布は  $u = (Vy/H)(2 - y/H)$  であるから  $\tilde{u} = (Va/H)(2 - a/H)$  で、壁面の摩擦応力は  $\tau_{w0} = 2\rho\nu V/H$  である。ただし、 $\rho$  は流体の密度である。粗さ要素の高さを壁関数で表した無次元高さは  $a^+ = au_\tau/\nu = a\sqrt{2V/\nu H}$  である。

## 3. 計算精度の検討

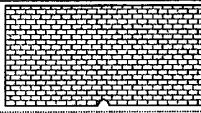
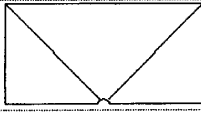
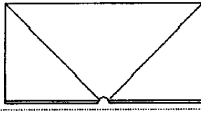
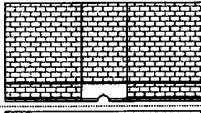
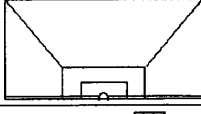
### 3.1. 格子系の検討



FIDAP の計算精度を検討するために、格子系の検討を行った。内容は平面上に粗さ要素(半球)を単体で置き、 $Re_k = 1$  の半球抗力を計算した。計算領域は前節と同じで、幅方向には流れの対称性を加え、半分の領域で計算した。計算領域の大きさは  $L_x/a = 50$ 、 $L_z/a = 12.5$ 、 $H/a = 25$  とした。計算パターンを表1に、モデル図を図2に、出入口圧力差と粗面壁を含む各境界面摩擦抗力との誤差結果と、半球抗力係数

$$C_{D,hs} = \frac{4D_{hs}}{\rho\tilde{u}^2\pi a^2} \quad (1)$$

の計算結果を図3に示す。ただし、 $\tilde{u}$ は流速、 $a$ は球の半径、 $D_{hs}$ は半球の抗力である。格子生成は、計算パターン①のみ四面体と六面体要素の混合を用い、その他は全て六面体要素とし、離散化は安定化手法 (SUPG 法) を用いている。解析領域全体を非構造格子で計算を行った結果 (計算パターン①)、収束しない結果が得られた。これは、境界周辺の格子サイズを手動で調整する必要があったと考えられるが、ここではその検討は行わない。計算パターン③以降は、底面のせん断応力の計算に必要な、底面からの速度勾配を精度良く評価するために、底面から一定の高さまで解析領域全域に格子を生成した。また計算パターン④以降は、解析領域全域での格子サイズのバランスを考え、解析領域を細かく分割した。それぞれの結果は、計算パターン②に対して計算誤差の改善が見られた。また、各格子の要素精度を Second-Order とすると半球抗力係数に変化が見られ、半球周辺格子数を変化させた結果より、今回の解析での最善の格子系は、計算パターン⑤-2 としている。

表 1. 格子検討

|                        | 格子系(断面図)   | 半球周辺格子数  |
|------------------------|--|--|
| ①<br>全体非構造格子           |  | 40   |
| ②<br>構造格子              |  | 40   |
| ③<br>構造格子<br>(底面格子増)   |  | 40   |
| ④<br>非構造格子,<br>構造格子混合  |  | 40   |
| ⑤<br>構造格子<br>(球周辺詳細格子) |  | ⑤-1 40<br>⑤-2 40(SecondOrder)<br>⑤-3 60(SecondOrder)<br>⑤-4 20(SecondOrder)<br>⑤-5 12(SecondOrder) |

 非構造格子   
  構造格子

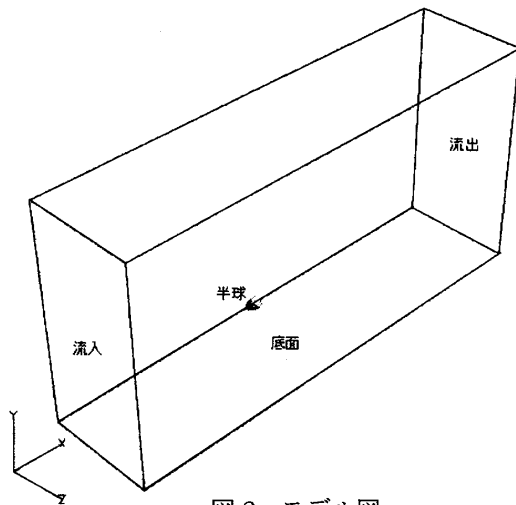


図 2. モデル図

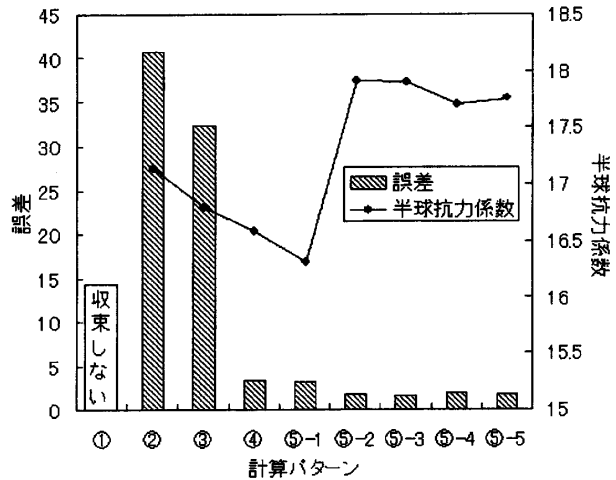


図 3. 計算誤差

### 3.2. 安定化手法 (SUPG 法) の検討

上述の最善の格子系 (計算パターン⑤-2) を使用し、一様流中に置かれた球の周りの流れを計算し、過去の実験式と比較した。球の抗力係数  $C_{D,sphere} = 2D_{sphere} / \rho U^2 \pi a^2$  の計算結果を図4に示す。ただし、 $U$ は流速、 $a$ は球の半径、 $D_{sphere}$ は球の抗力である。ストークスの式 ( $C_{D,sphere} = 24 / Re_k$ , 実線)、Goldstein の式 (破線)、Proudman-Pearson の式 (一点鎖線) [5]はいずれも解析式で、 $Re < 1$ が適用範囲である。また、太い実線は

Schiller-Nauman[6]の式

$$C_{D,sphere} = \frac{24}{Re_s} (1 + 0.15 Re_s^{0.687}) \quad (2)$$

で、これは実験結果を整理した経験式である。図4では $Re_s = Ua/v$ が1000までの計算結果を示しており、□は安定化手法を用いない計算結果、●は安定化手法を用いた計算結果であるが、いずれも上式(2)とよく一致する。安定化手法を用いない場合は、 $C_{D,sphere}$ は $Re_s$ が100程度まで計算が可能で、それ以上では収束しない。球の周りの流れは詳細に検討されて

おり、 $130 < Re_s < 300$ 程度で交流に揺らぎが現れ、それ以上ではヘアピン渦が形成されるとされる[7]。したがって、安定化手法を用いないと定常流れの計算では渦流出の起きないレイノルズ数範囲でしか安定な計算結果は得られない。しかし、安定化手法を用いると $Re_s = 1000$ まで計算可能であり、また今回の格子系を用いれば、安定化による数値粘性が予想されるにも拘らず、その精度は非常に高い。

### 3.3. 解析領域の検討

計算領域の大きさの影響を、壁面上の半球の場合について検討した。レイノルズ数が小さいほど物体の影響は遠くまで及ぶので $Re_k = 1$ の場合とした。 $L_x = 50$ ,  $L_z = 12.5$ として、高さ $H/a$ を変えて諸抗力係数の変化を調べた結果は図5に示すとおりで、基礎流れによって僅かに違いがあるが、 $H/a < 5$ で半球抗力が急増し、 $H/a \geq 25$ でほぼ一定値を示す。したがって、壁面の凹凸が流路幅の1/5程度以上で粗さの影響が顕著に現れ、また粗さ要素高さの25倍程度以上の流路幅が解析領域と最適値である。

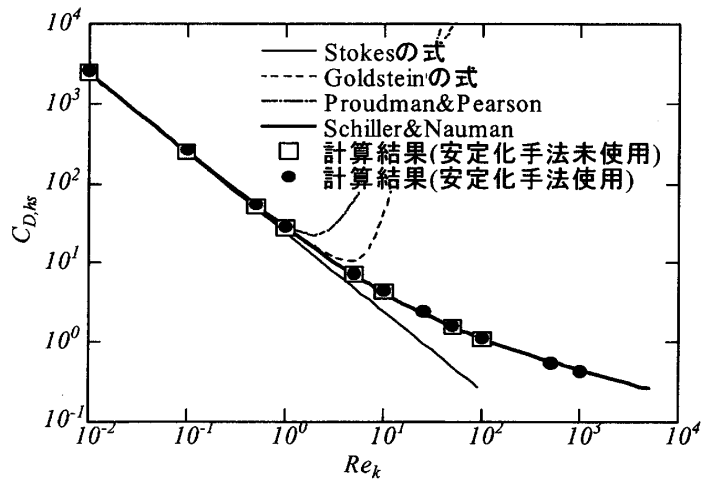


図4. 一様流中の球の抗力係数

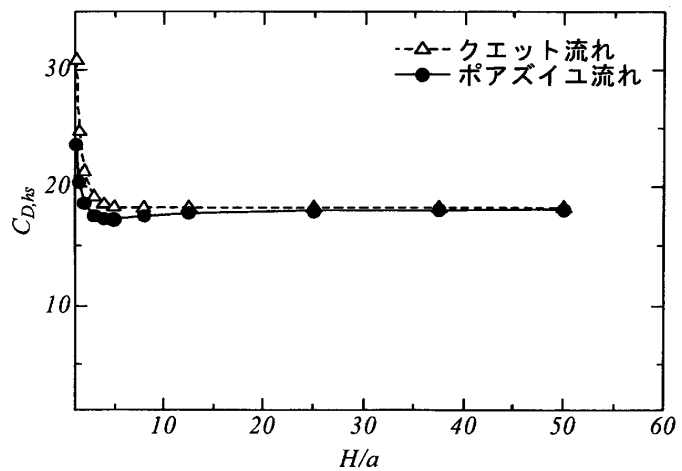


図5.  $H/a$ における半球抗力

## 4. 計算結果

### 4.1. 半球抗力

図6は、目的の粗さ要素モデルの構築にとって特に重要な、半球のみの抗力係数 $C_{D,ks}$ のレイノルズ数 $Re_k$ による変化で、○が計算結果である。また、●は後述の壁面総応力係数である。定常計算では、幅方向の対称性

を条件に用いると  $Re_k \cong 3000$  まで計算することができ、対称性をはずすと  $Re_k = 1000$  までは収束するが  $Re_k = 3000$  では発散する。この流れの渦放出の始まりについては、Acarlar ら[4]が可視化実験を行っている。その結果では、 $Re_k \cong 120$  でヘアピン渦の生成が始まり、 $Re_k = 3400$  で渦が不規則に流出し始める。したがって、 $Re_k = 3000$  で得られる  $C_{D,hs}$  の値は、本来非定常の流れを時間平均した定常流れとして与えるものと解釈される。ただし、 $Re_k > 1400$  では渦の放出モードは一つでなく複数であるので、それぞれに対応する定常流れも異なることが考えられる。

半球の抗力係数のレイノルズ数に対する変化を計算値から回帰すると次式が得られる。

$$C_{D,hs} = \frac{17}{Re_k} \left( 1 + 0.0794 Re_k^{0.543} + 0.0105 Re_k \right) \quad (3)$$

図 6 の太い実線は上式で○印が計算値である。上述のような定常流れの非一義性にも拘らず、 $C_{D,hs}$  は極めて安定である。細い実線は Schiller-Nauman[6]の一樣流中の球の抗力係数である。レイノルズ数の定義が異なるが、 $C_{D,hs}$  は一樣流中の球とほぼ同じように変化し、半球の抗力には壁の影響が小さく、抗力の形成の機構が互いに近いことを示唆している。

半球の抗力は圧力抗力  $D_{hs,p}$  と摩擦抗力  $D_{hs,f}$  とから成る。図 7 は  $D_{hs,p}$  と  $D_{hs,f}$  を、式(1)のように無次元化した係数と、両者の比  $\beta = D_{hs,f} / D_{hs,p}$  の、 $Re_k$  に対する変化である。図には一樣流中の球の抗力についても併記してある。 $Re_k \cong 5$  以下の低レイノルズ数域では、 $\beta$  は半球と球の場合で全く一致し、流れのパターンに壁の影響はほとんど現れない。また、高レイノルズ数域でもこの傾向は保持される。

なお、これらの結果は基礎流れをクエット流にした場合も全く変わらず、流れ場が壁近傍のせん断流のみで決まることを示している。

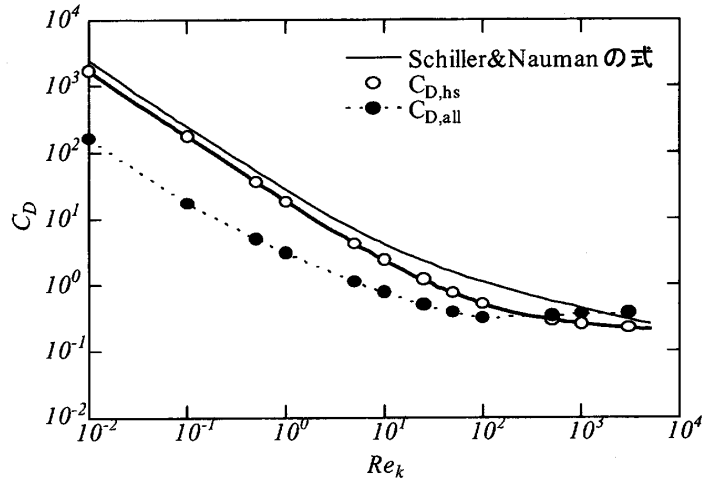


図 6. 半球抗力係数

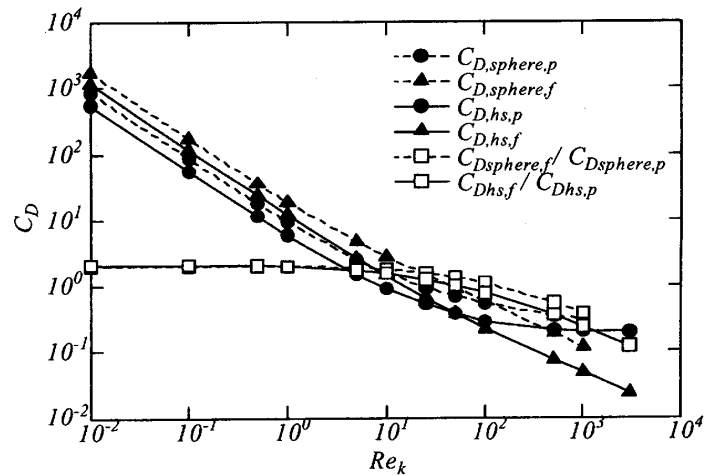


図 7. 半球抗力の内訳

## 4.2. 壁面抗力

この流れでは半球によって近寄り流れと後流が基礎流れから変形を受けるので、壁面摩擦抗力 $\tau_{wall}$ について基礎流れのそれ $\tau_{w0}$ からの減少分 $\Delta\tau_{wall}$ を考慮しなければならない。ここに、

$$\Delta\tau_{wall} = \tau_{w0} - \tau_{wall} = \frac{2\rho\tilde{u}^2}{Re_k} \frac{1}{2-a/H} - \tau_{wall}$$

である。すなわち半球のみの抗力 $D_{hs}$ と壁面摩擦応力 $\tau_{wall}$ の減少分との和である壁面総抗力 $D_{all} = D_{hs} + \Delta\tau_{wall}L_xL_z$ を考えなければならない。それぞれの応力係数を

$$C_{D,all} = \frac{4D_{all}}{\rho\tilde{u}^2\pi a^2}, \quad C_{\tau,wall} = \frac{4\Delta\tau_{wall}L_xL_z}{\rho\tilde{u}^2\pi a^2} \quad (4)$$

で定義し、壁面総応力係数 $C_{D,all}$ を図6に、●で示す。 $Re_k \leq 100$ では、半球抗力よりも壁面総応力の方が小さくなる。図8は半球が存在することによる壁面摩擦応力の減少分の $Re_k$ に対する変化を示している。●が壁面摩擦応力の減少分で、△がそれと半球応力との割合を示す。減少分を無次元化して縦軸にとってあるので、 $C_{\tau,wall}$ の大きな値は半球の存在によ

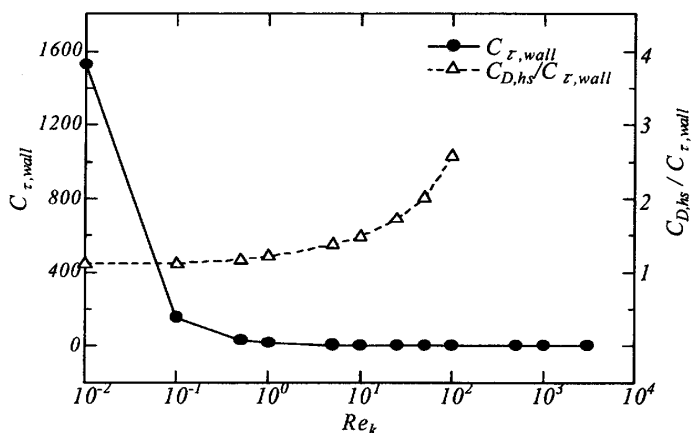


図8. 壁面抗力減少分

って壁面摩擦抗力が大きく減少することを示している。 $C_{\tau,wall}$ は $Re_k$ の増加と伴に大きさを減らし、 $Re_k \approx 500$ で符号が反転する。すなわち $Re_k \geq 500$ の高レイノルズ数で、半球によって壁面摩擦応力が基礎流れのそれ $\tau_{w0}$ を上回るようになる。低レイノルズ数域で、半球抗力と壁面摩擦応力の減少分が相殺されており、壁面総抗力の減少の原因を示唆している。これは、層流の場合粗さ要素の影響がないとする機構であると考えられる。

## 4.3. 半球伝熱

図9はレイノルズ数に対する半球のみのヌセルト数 $Nu_{hs}$ の変化で、▲が計算結果である。また●は一樣流中の球に対するヌセルト数 $Nu_{sphere}$ の変化を示しており、抗力の計算結果と同様で、両者はほぼ同じような変化を示す。また、□は一樣流中の球と壁面上の半球のヌセルト数との割合を示しているが、低レイノルズ数域では徐々に増加し、レイノルズ数10以上で一定値を示す。これは、一樣流中の球のヌセルト数から壁面上の粗さ要素のヌセルト数を予測できる可能性を示唆している。

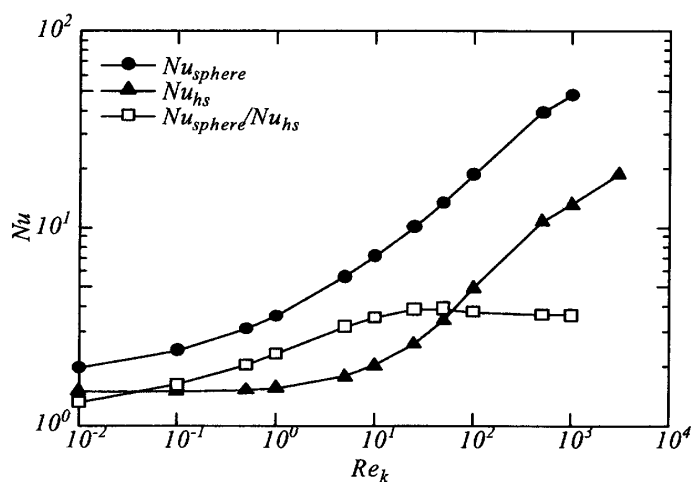


図9. 半球ヌセルト数

#### 4.4. 壁面伝熱

図 10 は、壁面熱流束の減少分  $\Delta Q_{wall}$  のレイノルズ数に対する変化 (●) と、その半球のみの熱流束  $Q_{hs}$  との割合 (□) を示す。低レイノルズ数域では、壁面摩擦応力の減少に対応するように、 $\Delta Q$  は正で、 $Q_{hs}$  と  $\Delta Q_{wall}$  が相殺されており、粗さ要素が存在することによる壁面総熱流束への影響が殆ど無いことを示している。

#### 4.5. 現存する粗さ要素モデルとの比較

今回の解析結果を、現存する粗さ要素モデル(抗力については Taylor et. al [1] と Tarada [3], 伝熱については Hosni [8]) と比較した。図 11 は抗力係数について、図 12 はヌセルト数について比較している。この粗さ要素モデルは、粗さ要素を高さ方向に分割し、その分割された要素ごとに局所レイノルズ数 ( $Re_d = \hat{u}d/\nu$ ) を定義し、その部分での局所抗力係数または局所ヌセルト数を算出している。ここで、 $\hat{u}$  は分割された要素の上流側の平均流速で、 $d$  は分割された要素の直径である。局所抗力係数についての結果は、低レイノルズ数域では、Taylor, Tarada の式と比べて大きく異なっていることが分かる。これは、これらのモデル式は、高レイノルズ数域での実験結果から近似しているため、層流の範囲であっても乱流剥離を想定したモデル式になっているためであり、層流では層流剥離を想定したモデル式にする必要があると考えられる。また、高レイノルズ数域では、粗さ要素の壁面からの高さの影響が顕著に現れていることが分かる。したがって、高レイノルズ数域では、粗さ高さの影響を

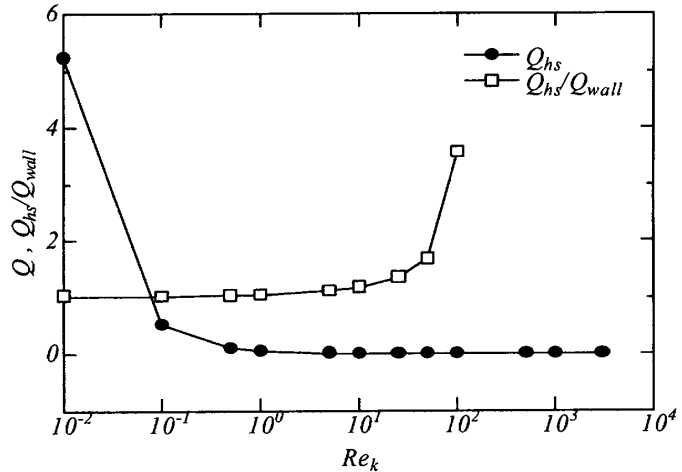


図 10. 壁面熱流束減少分

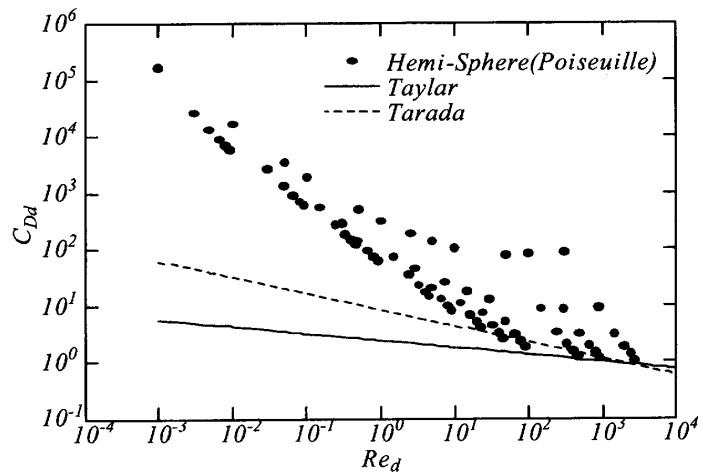


図 11. 粗さ要素モデルとの比較 (抗力係数)

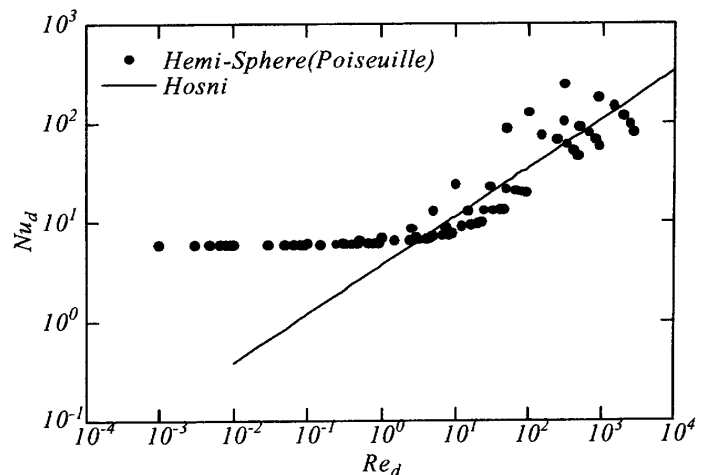


図 12. 粗さ要素モデルとの比較 (ヌセルト数)

モデル式に考慮する必要があると考えられる。また、局所ヌセルト数についても局所抗力係数の結果と同様のことが言え、モデル式の改善の余地が残されている。

## 5. 結論

- 今回の解析では、格子系は構造格子を用い、要素の精度を Second-Order とすると、精度よい結果が得られた。また高さ方向の解析領域は、壁面上物体（粗さ要素）高さの 25 倍程度が最適値である。
- 定常で高レイノルズ数の計算を行い、粗さ要素の抗力を評価する場合、安定化手法（SUPG 法）は有効であり、精度は低下しない。
- 壁面上の半球の抗力とヌセルト数は、レイノルズ数に対して一様流中の球のそれと定性的に同じ変化をする。これは、一様流中の物体の抗力とヌセルト数から、壁面上の物体の抗力とヌセルト数を予測できることを示唆している。
- 半球が作る抗力と熱流束は、低レイノルズ数域で、それぞれ壁面摩擦抗力と壁面熱流束の減少分ではほぼ相殺され、層流での粗さの影響の消失が確かめられた。
- 現存する 3 次元粗さ要素モデルと比較した結果、抗力、伝熱ともに、低レイノルズ数域では改良の余地があり、高レイノルズ数域では粗さ要素の壁からの距離による違いが重要である。

## 6. 参考文献

- [1] Taylor,R. P.,Coleman,H.W., Hodge,B.K., "Prediction of Turbulent Rough-Wall Skin Friction Using a Discrete Element Approach", *J.Fluid Eng., Trans.ASME*, 107-2 (1985), p.251-257.
- [2] Scaggs,W.F., Taylor,R.P., Coleman,H.W., "Measurements and Prediction of Rough-Wall Effects on Friction Factor-Uniform Roughness Results", *J.Fluid Eng., Trans.ASME*, 110(1988), pp.385-391.
- [3] Tarada,F., "Prediction of rough-wall boundary layers using a low Reynolds number  $k-\epsilon$  model", *Int.J.Heat and Fluid Flow*, 11 (1990), pp.331-345.
- [4] Acarlar,M.S., Smith,C.R., "A study of hairpin vortices in a laminar boundary layer. Part 1. Hairpin vortices generated by a hemispere protuberance", *J.Fluid Mech.*, 175 (1987), pp.1-41.
- [5] 今井 功、「流体力学（前編）」、裳華房（1973）
- [6] Schiller,L., Nauman,A., V.D.I.Zeits, 77 (1933), p. ,318.
- [7] Sakamoto,H., Haniu,H., "A Study on Vortex Shedding From Spheres in a Uniform Flow", *J.Fluid Eng., Trans.ASME*, 112-4 (1990), pp.386-392.
- [8] Hosni.M.H., Coleman.H.W., Taylor.R.P., "Measurements and calculations of rough-wall heat transfer in the turbulent boundary layer", *Int.J.Heat Mass transfer*, 34-4/5, (1991), pp.1067-1082.

（平成15年11月28日受理）