

ロッキングを伴う構造物の振動の応答に関する研究

(そ の 1)

荒 家 幸 次

Study on Vibration Response of the Structures with Roking Motions

Kozi ARAIE

This paper is a report, "A Study on the Vibration Response of the Structures with Roking Motions."

Generally vibration response of the structures against the ground motions are the problems on the Soil-Building Systems, and it takes to be large effects on the Vibrations, according to the supporting condition of structures and the characteristic of ground motions.

Concretely, such those response are appreciate with the phenomenon of which the large or small values of roking motions and sways of structures.

Consequently, we obtained the relations between critical dampings and the periods of vibrations.

In this case, we concern a roking motion of foundation, and we investigate the effect of roking motions, subjected to the vibration behavior and the vibration response of the structures.

For this purpose we evaluate the vibration responses of One-Mass-Model System, and confirm the experimental values of vibration responses of Steel Models.

1 序

構造物の地震応答は、本来建物と地盤とを一体として取扱うべき問題であり、建物の支持条件(基礎の種類, 地下室の有無), 地盤の性質に大きく影響される。

具体的には、これらは建物の **Roking, Sway** の大小という現象となり表わされ、更に減衰と周期との関係が求められる。

本研究においては、基礎の回転を考えた場合、これが建物全体としての振動性状や地震応答にどのように影響するかを調べるために簡単に一階建の建物の模型の振動実験によって確めた結果について報告する。

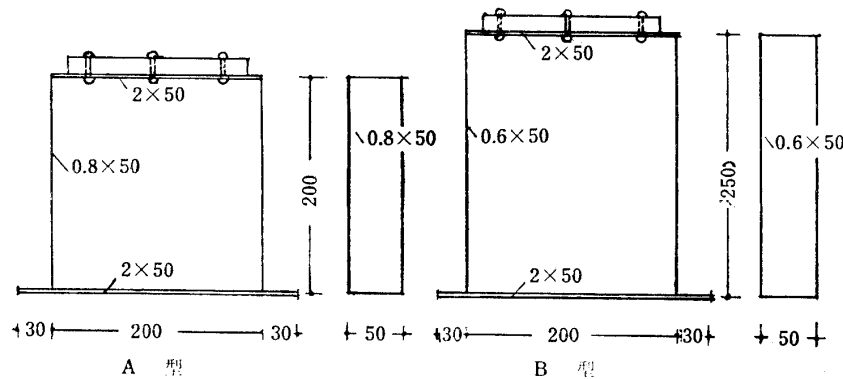
2 鋼製模型による振動実験

従来地震応答解析が実際の建物の耐震設計に用いられて居るが、この応答解析についての主なる問題点となるものは、その建物の置換モデル、地盤の影響の取入れ方（地盤モデル）、地震波等の扱い方である。

今回の報告は、建物の基礎部分に入る地震入力に分っているとして、建物を鋼製フォームに、地盤をウレタンホームにおきかえ、建物とその地盤のモデル化を行ない、建物の振動性に及ぼす地盤の影響を主に **Roking** のかたちでとらえ、周期、減衰等につきその性質を調べて見た。

3 実験方法

模型の振動実験は油圧式振動台を使用し、正弦波による定常波振動応答の測定である。



図一 1 鋼製フレーム模型詳細

模型：

図一 1 に示す如く A 型，B 型の鋼製フレームである。これを振動台上に置いて定常波振動を加える。

フレーム：

梁と柱の剛性の比は約40倍であるから実用上剪断系として取扱える。

なお基礎の長さを変えて **Roking** の量を調整出来る。

ウレタンホーム：

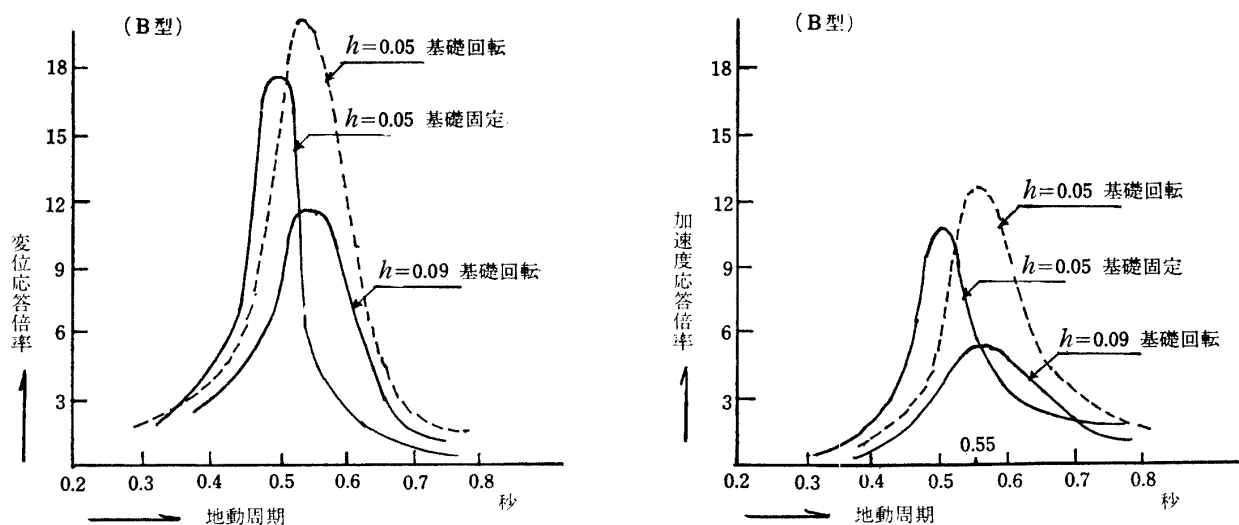
厚 2cm のウレタンホーム板 4 枚を重ねて地盤のモデルとする。即ち、この上に模型を置いて **Roking** 振動を測定する。

測定：

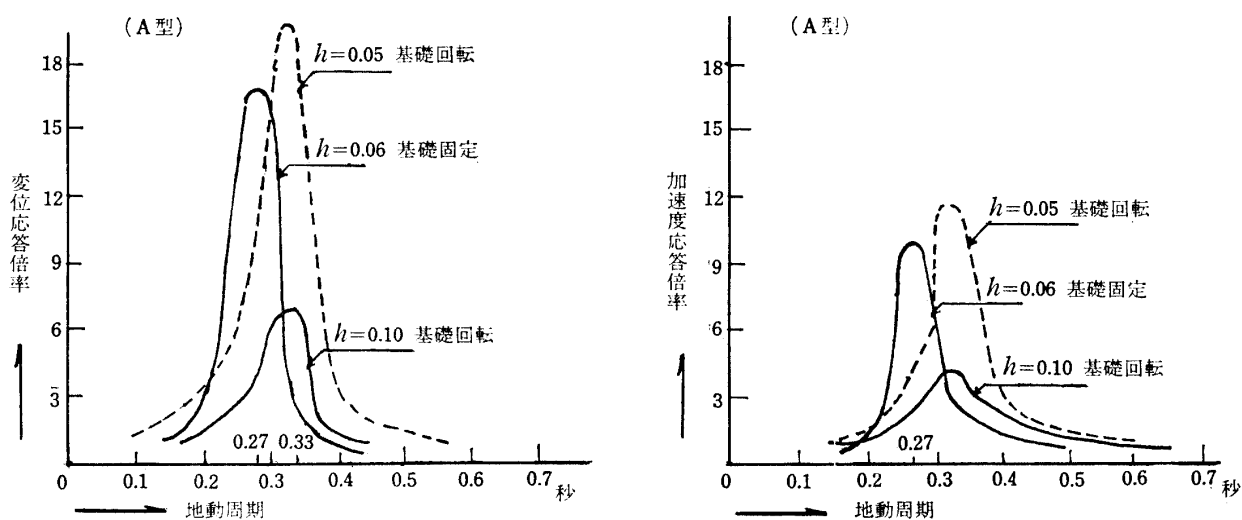
測定は模型の頂部と振動台の上にピックアップを取付けて変位計及び加速度計により行っている。

4 実験結果

定常波強制振動実験を A 型，B 型両方の模型について行ない基礎固定時と基礎 **Roking** 時の応答



図一2 定常波強制振動による共振曲線



図一3 定常波強制振動による共振曲線

を入力振動値に対する倍率にて表わした結果を図一2，図一3に示す。

5 実験結果の考察

- (1) 図一3 A型の場合は基礎固定時の共振最大応答倍率は変位で17倍，加速度で10倍である。
共振周期は基礎固定時は0.28秒で，基礎 Roking の場合は延びて0.33秒となり，Roking 最大応答倍率は変位で7倍，加速度で4.5倍に低下する。このことは Roking 地盤の剛性低下による energy の吸収によるものと考えられる。
- (2) 図一2 B型の場合は基礎固定時の共振最大応答倍率は変位で18倍加速度で11倍となり A型 とほぼ同じ値となっている。
また共振周期は基礎固定時は0.5秒で，基礎 Roking 時は延びて0.55秒となり，最大応答倍率は

変位で11.5倍加速度で5.6倍と大体A型と同様な比率となっている。

(3) 以上の結果より応答スペクトルは変位，加速度共，固有周期 0.25 秒より0.5秒の範囲の構造物にあっては同程度の値を取ることがわかる。

更に **Roking** 地盤における変位，加速度応答の低下は振動の減衰となり，地盤の振動の減衰量を求めることが出来る。

この減衰による周期の伸びは基礎固定の場合の共振点を $\frac{\omega}{\omega_0} = 1$ とするとき

A型模型の場合の共振点は

$$\frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\text{ロッキング振動数}}{\text{建物の固有振動数}} = 0.83 \quad \text{となり，}$$

B型模型の場合の共振点は

$$\frac{\omega}{\omega_0} = 0.87 \quad \text{となる。}$$

このことにより基礎固定の場合に対して **Roking** 周期の伸びに応じた共振点のずれや地盤の振動減衰に応じた共振時における剪断力の最大値の変化等を概念的に把握することが出来る。

6 減 衰 定 数

A型模型において基礎固定時及び基礎 **Roking** 時の減衰定数を図—4，図—5 より求めた。

いずれも最大振巾に対する $1/\sqrt{2}$ の振巾の振動数より下式により求めた。

$$h = \frac{1}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \quad (1)$$

ω_1, ω_2 : $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 振巾の横線と共振曲線との交点

h : 減衰常数

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

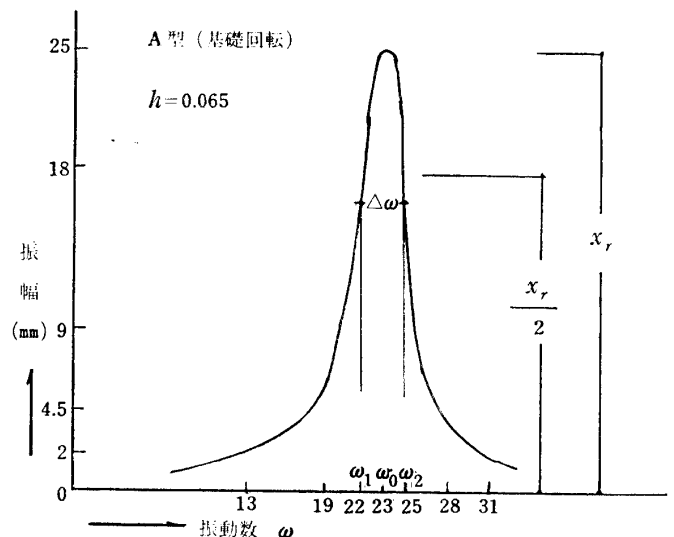
計算より求めた結果は基礎固定の場合

$$\begin{cases} h=0.065 \cdots \cdots \text{A型} \\ h=0.05 \cdots \cdots \text{B型} \end{cases} \quad \text{基礎 Roking の場}$$

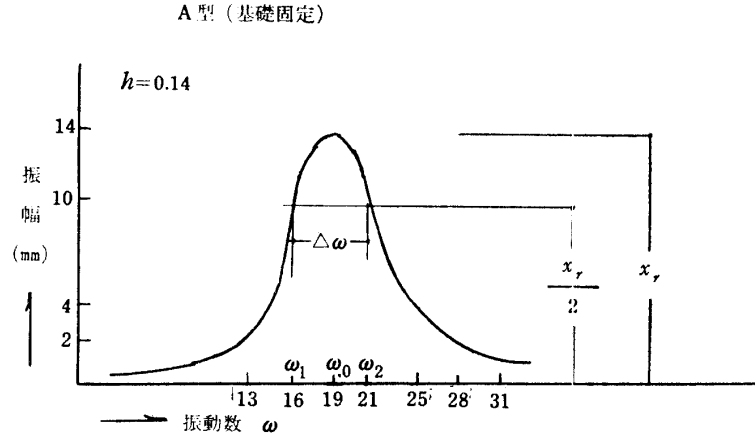
$$\text{合} \begin{cases} h=0.14 \cdots \cdots \text{A型} \\ h=0.09 \cdots \cdots \text{B型} \end{cases}$$

となり通常の仮定と大差なき値を得ることが出来た。

減衰定数を求むる式 (1) は



図—4 減衰常数を求める変位曲線



図—5 減衰常数を求める変位曲線

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2} \quad \omega_2 = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2} \quad \text{とおくと}$$

$$1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} \right)^2 = 1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 \div \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

そこで変位振幅 X_d は起振機による強制振動の場合は

$$X_d = \frac{m_0 \gamma}{m} \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}{\sqrt{\left\{ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right\}^2 + 4h^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}} \quad (2)$$

として求められるので上式において h と $\frac{\Delta\omega}{\omega}$ とは同程度の微小量とし、それより高次の微小を無視すると

$$X = \frac{m_0 \gamma}{m} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 + 4h^2}} \quad (3)$$

これは ω_2 に対しても同じ結果となる。すなわち ω_1 ω_2 に対しても、ともに上式が満足される。

そこで $X = \frac{X_r}{\sqrt{2}}$ とおけば

$$\frac{X_r}{\sqrt{2}} = \frac{m_0 \gamma}{m} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 + 4h^2}} \quad (4)$$

となる。

一方、共振振幅 X_r に対し、(1) 式の関係を上式に代入すれば

$$\frac{1}{2\sqrt{2}h} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2 + 4h^2}} \quad (5)$$

これから

$$\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2 = 4h^2, \quad \text{または } h = \frac{1}{2} \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

が得られる。

7 基礎の回転に減衰を伴う1質点振動系の振動の一般解

図一6のような1層の建物の基礎Aに回転が生じ、かつ基礎にその回転角速度に比例する減衰が働く場合の振動方程式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} m \frac{d^2}{dt^2} \{y_0 + y + y_R\} + c \frac{dy}{dt} + ky &= 0 \\ ky &= \frac{I}{h} \frac{d^2 y_R}{dt^2} + \frac{k}{k_R} y_R + c_R \frac{dy_R}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに c : 建物の減衰係数

c_R : 基礎の回転による減衰係数

I : Aのまわりの基礎の慣性能率

いま $I=0$, $c=0$ として考えてみれば上部構造体が剛体であれば

$$\frac{k}{k_R} = h^2 \theta_0 \quad \text{であるから (1) 式は}$$

$$m \frac{d^2}{dt^2} \{y_0 + y_R\} + h^2 \theta_0 y_R + c_R \frac{dy_R}{dt} = 0 \quad (2)$$

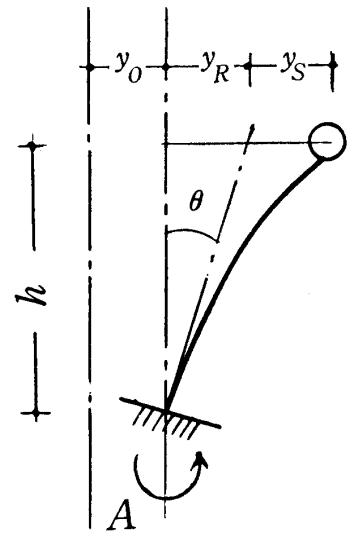
となり

この時の減衰定数 h_R は

$$h_R = \frac{c_R}{2\sqrt{\frac{m}{h^2 \theta_0}}} \quad \text{である。}$$

いま単弦振動形の地動 $y_0 = a_0 e^{i\omega t}$ が作用する場合, $y = a e^{i\omega t}$, $y_R = a_R e^{i\omega t}$ において運動方程式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} m\omega^2 (a_0 + a + a_R) &= ka \\ ka &= (k_R + i\omega c_R) a_R \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



図一6 基礎回転振動モデル

$\frac{\omega}{\omega_0} = \lambda'$ において書きかえると

ここに $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ …… (基礎固定時の円振動数)

$$\left. \begin{aligned} \left(1 - \frac{1}{\lambda'^2}\right)a + a_R &= -a_0 \\ a &= \left(\frac{k_R}{k} + 2i\sqrt{\frac{k_R}{k}} h_R \lambda'\right)a_R \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

これを解くと,

$$\frac{a_0}{a + a_R} = \frac{1}{\lambda'^2} \left\{ 1 - \lambda'^2 - \frac{\frac{k_R}{k} + 1}{\left(\frac{k_R}{k} + 1\right)^2 + 4 \frac{k_R}{k} h_R^2 \lambda'^2} + i \frac{\sqrt{\frac{k_R}{k}} h_R \lambda'}{\left(\frac{k_R}{k} + 1\right)^2 + 4 \frac{k_R}{k} h_R^2 \lambda'^2} \right\} \quad (5)$$

かように振幅の関係式が複素数になるのは, y_0, y, y_R の間に位相の差があるためである。

y と y_R は同時に極値を取るものでない。質量 M の地盤に対する相対変位の極値は, 上の複素数表示の絶対値をとれば得られる。

すなわち

$$\frac{a_0^2}{|a + a_R|^2} = \frac{1}{\lambda'^4} \left\{ (1 - \lambda'^2)^2 - \frac{2\left(\frac{k_R}{k} + 1\right)(1 - \lambda'^2) - 1}{\left(\frac{k_R}{k} + 1\right)^2 + 4 \frac{k_R}{k} h_R^2 \lambda'^2} \right\} \quad (6)$$

これが $y + y_R$ に対する共振曲線の式である。1例として $k_R/k = 1$ のときの変位倍率曲線を描くと図-7のごとくである。

共振振動の倍率は k_R/k の値によって変る自由振動の減衰が, もっともすみやかになる k_R/k の値に対して, 倍率が最も低くなると考えてよい。

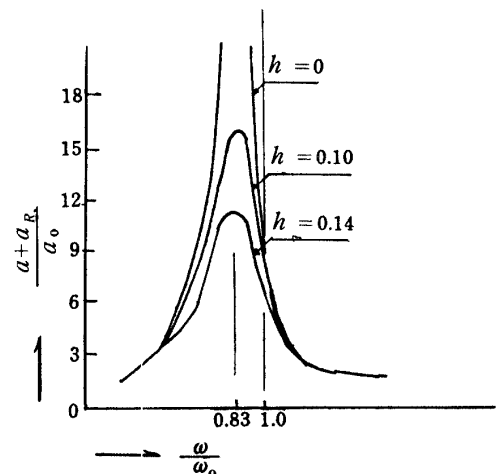


図-7 基礎回転による振動の応答倍率曲線

8 実験模型に対する振動解析

模型実験結果より求めたバネ常数及び減衰常数を用いて図-8に示すようなモデルを考え、アナログ式電子計算機により解析を行った。

質量は建物頂部に集中するものとし、基礎地盤には Roking バネを考えた。

また建物と基礎地盤の減衰性能は共に等価粘性減衰として扱った。

この場合の振動方程式は下記ようになる。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} + c\dot{y}_S + Q &= 0 \\ I\ddot{\theta} + C_0\dot{\theta} + M_0 + m\ddot{y}H &= 0 \\ y &= y_0 + y_R + y_S \end{aligned} \right\} (1) \quad \begin{cases} Q = k_S y_S \\ M_0 = k_R \theta \end{cases}$$

ここに

Q : 上部構造の復元力

m : 構造物の質量

C : 構造物の粘性減衰係数

M_0 : 基礎地盤の復元 moment

I : 基礎の回転慣性

C_0 : 基礎の粘性減衰係数

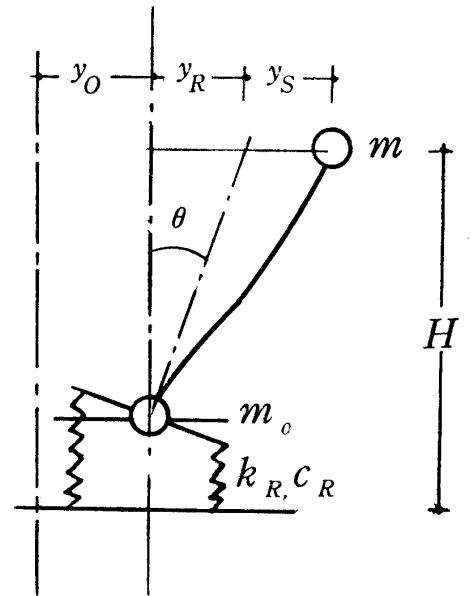


図-8 基礎回転振動モデル

$$\left. \begin{aligned} m(\ddot{y}_0 + \ddot{y}_R + \ddot{y}_S + c\dot{y}_S + k_S y_S) &= 0 \\ I\ddot{\theta} + C_0\dot{\theta} + k_R\theta + m \cdot H(\ddot{y}_0 + \ddot{y}_R + \ddot{y}_S) &= 0 \end{aligned} \right\} (2)$$

然るに(1)より $\ddot{y}_0 + \ddot{y}_R + \ddot{y}_S = -\frac{1}{m}(c\dot{y}_S + k_S y_S)$ であるから(2)に代入すると上式は

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y}_0 + \ddot{y}_R + \ddot{y}_S + \frac{c}{m}\dot{y}_S + \frac{k_S}{m}y_S &= 0 \\ \ddot{\theta} + \frac{C_0}{I}\dot{\theta} + \frac{k_R}{I}\theta - \frac{CH}{I}\dot{y}_S - \frac{k_S H}{I}y_S &= 0 \end{aligned} \right\} (3)$$

となる。

故に

$$\left. \begin{aligned} \ddot{y}_S &= -\frac{c}{m}\dot{y}_S - \frac{k_S}{m}y_S - \ddot{y}_0 - \ddot{y}_R \\ \ddot{\theta} &= -\frac{C_0}{I}\dot{\theta} - \frac{k_R}{I}\theta + \frac{CH}{I}\dot{y}_S + \frac{k_S H}{I}y_S \end{aligned} \right\} (4)$$

ここで電子計算機のプログラムに組入れるために $\left. \begin{array}{l} y_s = Y \\ y_R = \theta H \end{array} \right\}$ を代入すると

$$\left. \begin{array}{l} \ddot{Y} = -\frac{c}{m} \dot{Y} - \frac{K}{m} Y - \ddot{y}_0 - \ddot{\theta} H \\ \ddot{\theta} = -\frac{c_\theta}{I} \dot{\theta} - \frac{K_R}{I} \theta + \frac{CH}{I} \dot{Y} + \frac{K \cdot H}{I} Y \end{array} \right\} \quad (5)$$

となる。

上式のプログラムを図-9に示す。

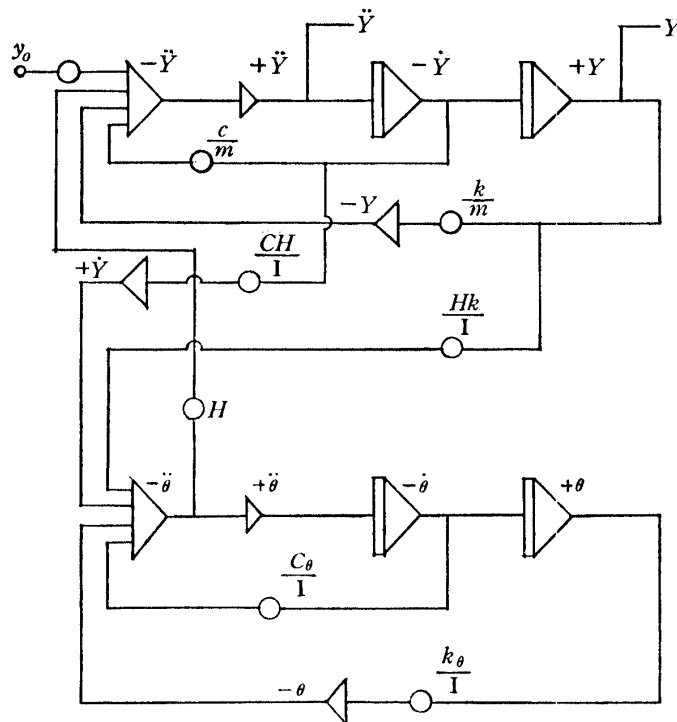


図-9 基礎回転を伴う1質点系のブロック線図

9 各部の諸係数

鋼製模型の振動実験との比較を行うためにA模型, B模型についての各々のバネ力の実験値により, バネ定数 k を決定した。

また Roking 振動の回転バネ定数はウレタンホーム厚 2cm のもの4枚の上に各模型を置いて回転 moment によるバネ力を実測した値について決定した。

減衰定数については建物については $h=0.05$ とし, 地盤については $C_0=0.1$ として計算した。いずれも振動実験の応答変位曲線より計算により求めた結果の平均値である。

10 Random 波による模型振動応答の解析

8-(5) 式をアナログ式電子計算機に組入れるプログラムは, 図-9 のようになる。プログ

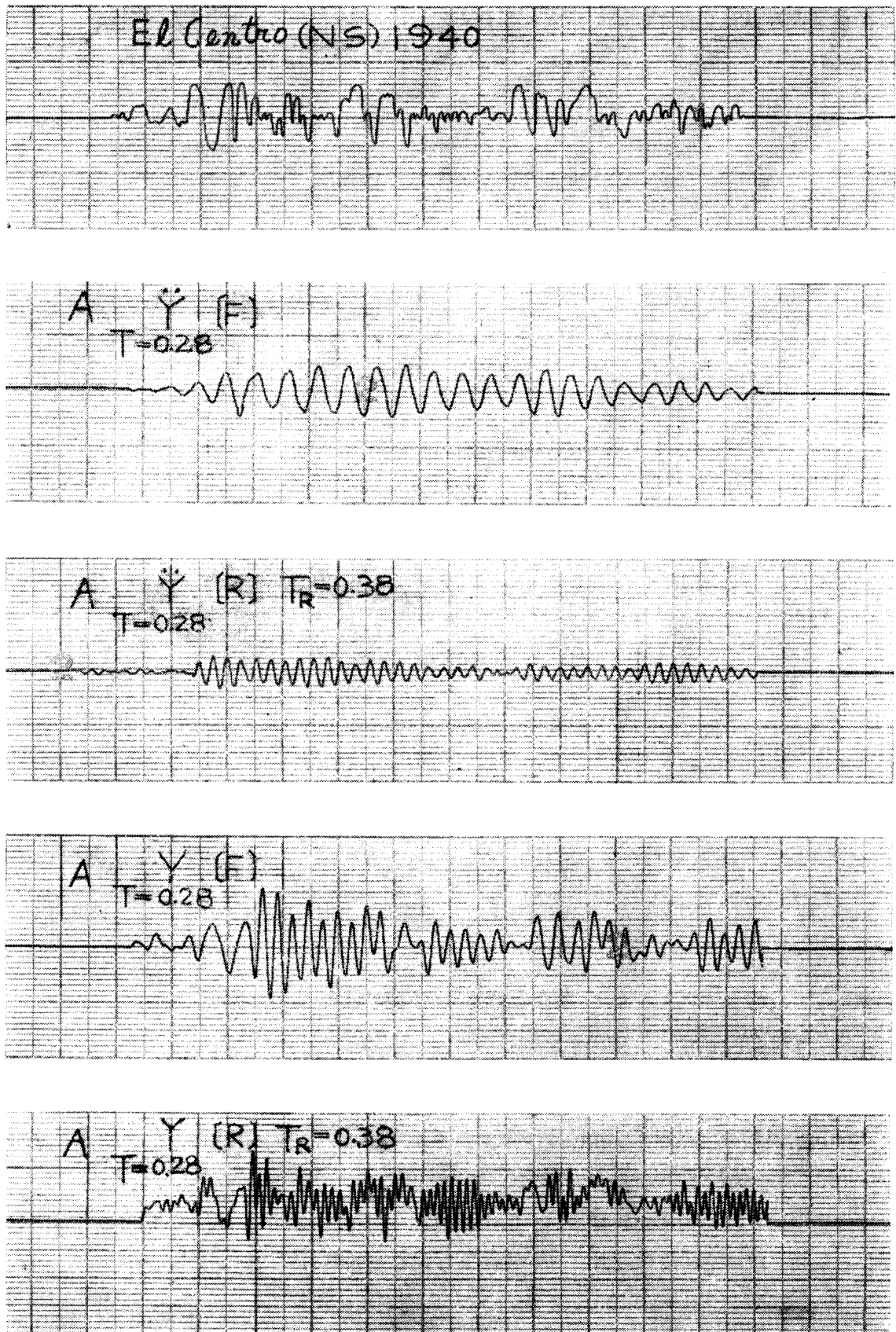


図-10 A型模型振動応答波形

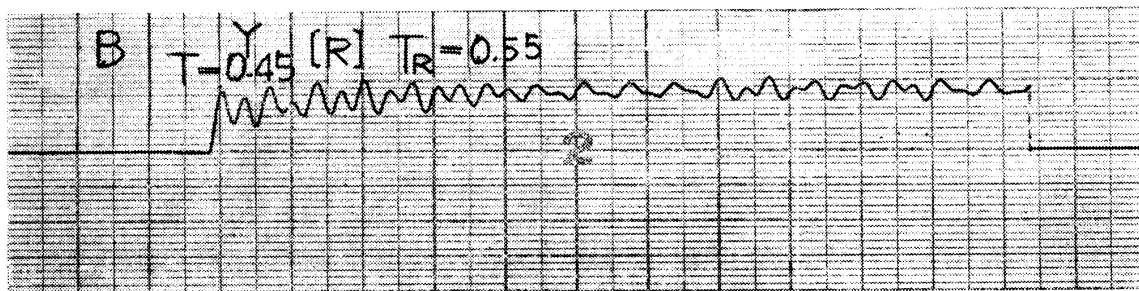
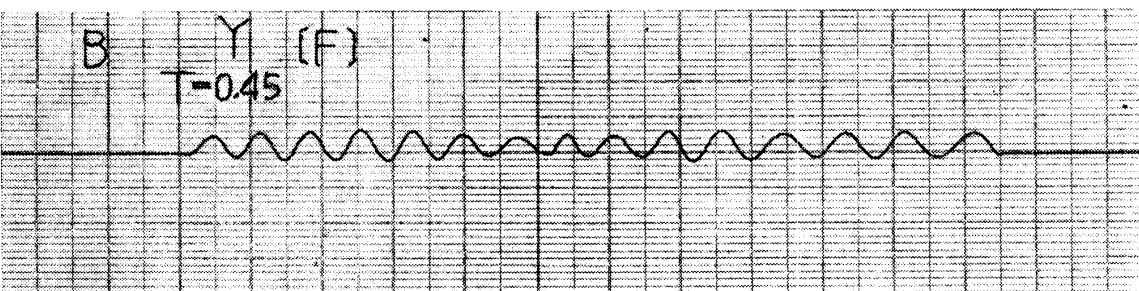
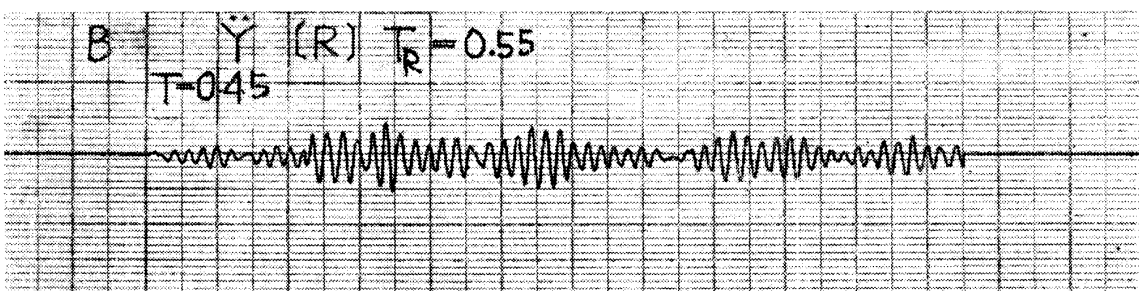
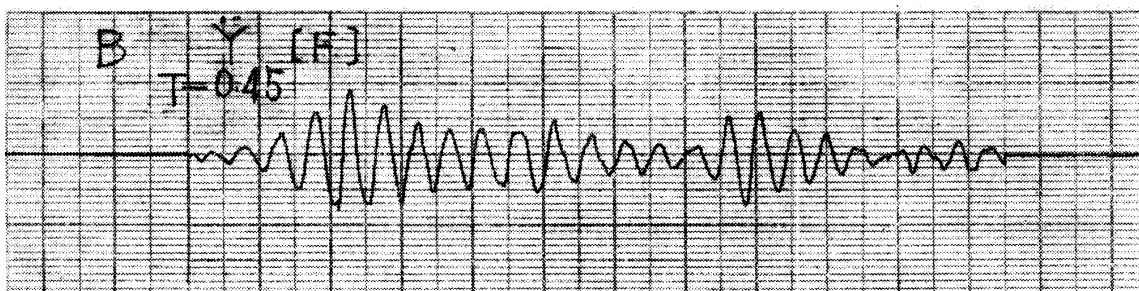
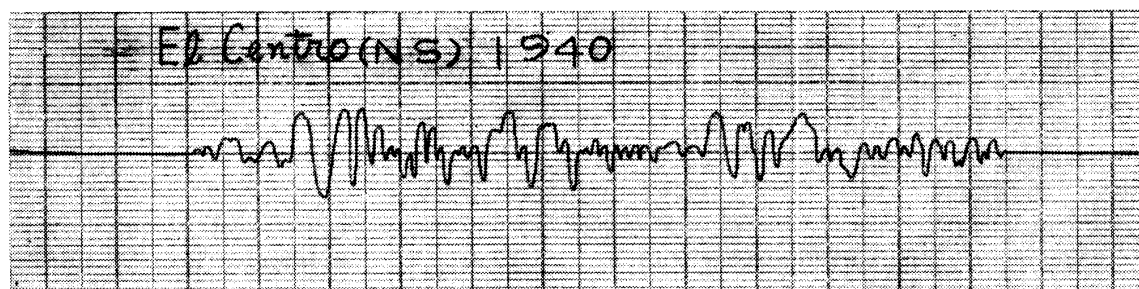


図-11 B型模型振動応答波形

ラムの入力 **Random** 波を **El-Centro (NS) 1940** の地震波を使用した。

アナログ解析の波形は入力 **El-Centro** 波の最大加速度を **330gal** として表わしてある。

図一10, 図一11は **A, B** 両模型に地震が来たときに, どのようにゆれるかを示す波形である。

グラフに表われたものは基礎固定時と基礎回転時の応答波形で **A** 型, **B** 型の模型について示してある。

この結果を見ても **Roking** 振動時の応答の最大値が基礎固定時の応答の最大値の約 $\frac{1}{2}$ 以下となっていることがわかる。

入力が **Random** 波であるので **Roking** 振動による共振周期の遅れは明瞭ではないが, **A** 型, **B** 型とも周期の遅れに応じて加速度及び変位応答の最大値を示す位置よりづれていることがわかる。即ち, 入力 **Random** 波の2次形のモードに対しては $T=0.28$ 秒の模型の振動応答が卓越し, 1次形のモードに対しては $T=0.45$ 秒の模型の振動応答が卓越している。

グラフに T_R とあるのは各模型の **Roking** 振動時の周期である。

応答波形は拡大して表わしてあるが加速度応答の拡大率は基礎固定時, 基礎 **Roking** 時共同率拡大であるので両者の応答の比較は明瞭に知ることが出来る。

変位波形については **Roking** 応答波形の方が基礎固定の波形の3倍の拡大となっている。

11 結 び

今回は基礎地盤を弾性地盤と考え, 一層の簡単な骨組について模型実験と解析の両方を行い比較検討したが, その結果として, わかったことは大体次のようである。

- (1) 応答の最大加速度および最大変形量は基礎完全固定とした場合に比べて前者は約半分で小さくなり, 後者は約2倍で大きくなる。
- (2) y_{Rmax} と y_{Smax} の割合は静的水平力を受けた場合の関係を大体よく保持する。
- (3) 建物に加わる地震剪断力は, 基礎固定とした場合に比べて約半分に減少する。
- (4) 基礎地盤の減衰量が変わると最大加速度並びに最大変形量は著しく変り, 減衰能が大きくなると, 応答は小さくなる。
- (5) **Roking** 振動時の周期は基礎固定の場合よりも周期が伸びる。

以上は実験, 解析共 **Roking** 地盤剛性係数をウレタンホームに置き換えたものについて調べた結果であるが, 実際の地震応答解析には下部構造, 即ち地盤の剛性と減衰をどの程度に設定するかに関問題があり, この方面の研究と資料の整備が望まれる次第である。

参 考 文 献

- 1) 荒家幸次: 各種地動に対する構造物の応答スペクトルに関する研究, 福井工業大学研究紀要第1号, 昭和45年12月24日
- 2) Warburton (G. B): "Dynamical Behaviour of Structures, "Pergamon Press, The Macmillan Company, New York.
- 3) Hurty and Rubinstein: "Dynamics of Structures", Printice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1964.

(著者 建設工学科 昭和47年3月27日受理)