

ポストテンション PCT 桁橋の断面最適化に関する基礎的研究*

谷脇 一弘^{*1}, チ ケンフォン^{*2})

Optimal Design of Pose-tensioned T-girder Bridges

Kazuhiro TANIWAKI^{*1}, KengFoong CHEE^{*2}

^{*1} Faculty of Engineering, Department of Architecture and Civil Engineering

^{*2} Kawada Construction Co. Ltd.

Post-tensioned T-girder (PCT) bridges are the most commonly constructed types of bridges. The design process for this type of bridge is carried out on the basis of minor modifications of the standard design collections proposed by the Civil Engineering Research Institute. In this study, the cross-section of the PCT girder bridge is optimized using the particle swarm method (PSO), and the economic efficiency is discussed by comparing with the standard design.

Key Words : Optimal Design, Post-tensioned PCT Grieder Bridge, Particle Swarm Optimiztion(PSO)

1. 緒 言

近年、建設材料費の高騰によりさまざまな公共事業の予算オーバーによる入札の不調が起きており、計画段階からより経済性を追求した構造物の設計が要求されてきている。そのためには、従来の経験に基づく構造物の設計から脱却し、最適化手法を活用して経済性を追求した性能規定型の設計を行う必要がある。ところで、PC 桁橋の中で最も多く用いられているポストテンション PCT 桁橋においては、数多くのパラメータによる設計のわずらわしさから、土木研究所で作成された標準設計集¹⁾に従い、その諸元のマイナーな変更により設計が行われているが、その経済性に関する検討は行われていない。

このような観点から、本研究ではポストテンション PCT 桁橋を対象として、設計制約条件のもとで断面積の最小化、すなわち間接的な使用材料費の最小化を行い、標準設計の断面と最適断面の比較を行った結果について検討を行ったものである。設計変数として、T 型断面の床版の厚さ、ウェブの幅、端部ケーブルの間隔（桁高）、床版および主桁の初期プレストレス量を考慮し、目的関数として断面積の最小化を考慮している。制約条件として設計荷重作用時の実際の設計で考慮している床板、主桁の応力度、ケーブルの応力度に関する制約条件を考慮している。最適化の手法として、粒子群最適化(PSO)を用いている。最適断面では、標準設計のおよそ 20%の断面積の削減が可能となり、最適化手法を用いることにより PCT 桁橋の経済的な設計が可能となることを明らかとしている。

2. ポストテンション PCT 桁橋の断面最適化問題

2.1 ポストテンション PCT 桁橋の基本寸法

本研究では Fig.1 に示す支間長 30.0m、橋長 30.9m のポストテンション方式単純 T 桁橋(PCT 桁橋)を対象として最適設計を行っている。断面は Fig.2 に示すように幅員 12m、6 本主桁を考慮している。本研究では、最適化過程における設計変数として床版の板厚 T 、ウェブの幅 b 、桁端 PC ケーブル間隔 d 、床版の初期プレストレス P_{S1} 、

* 原稿受付 2023 年 5 月 8 日

^{*1} 工学部 建築土木工学科

E-mail: taniwaki@fukui-ut.ac.jp

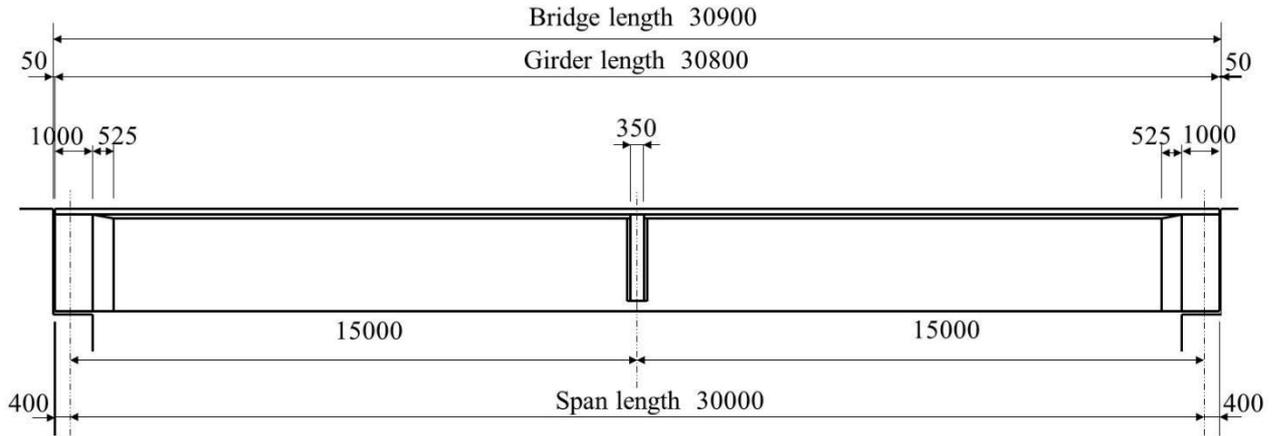


Fig.1 Bridge length, girder length and span length

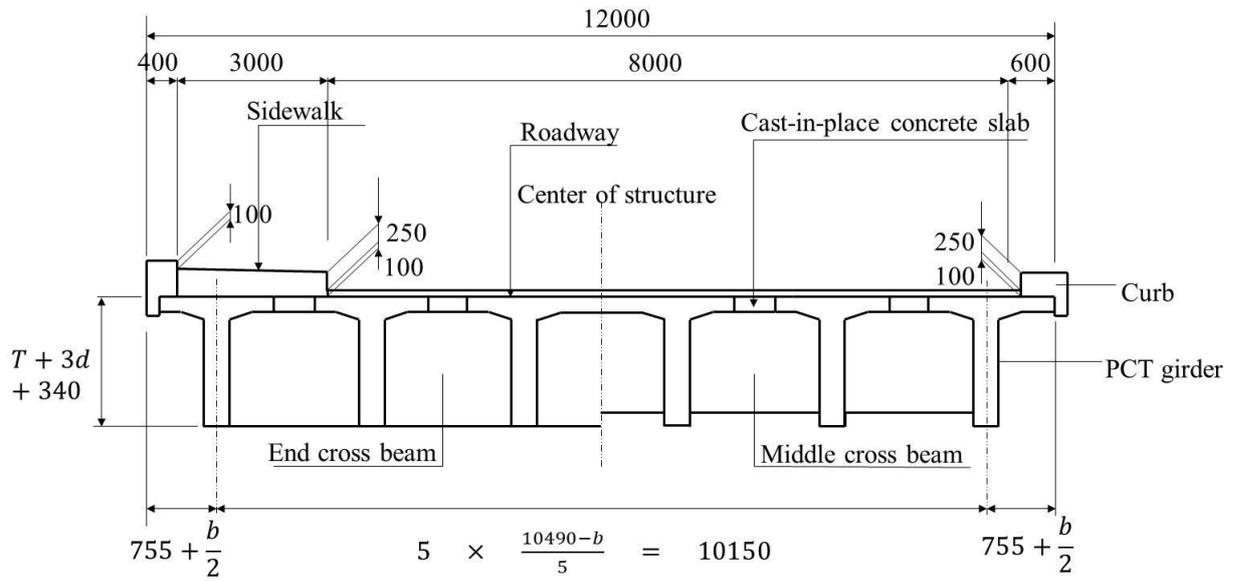


Fig.2 Cross section of the bridge

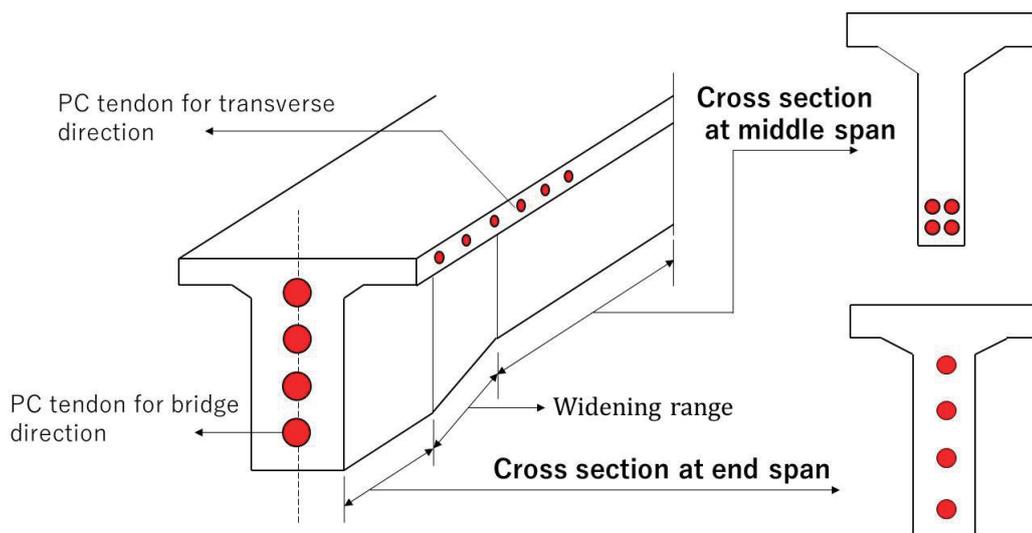
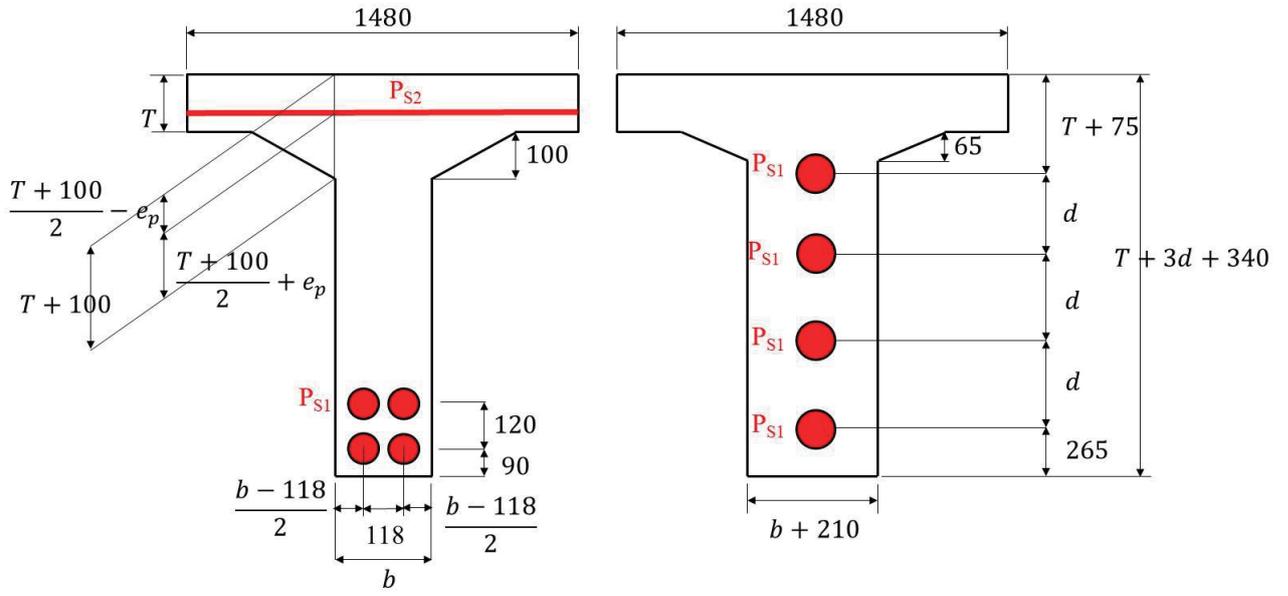


Fig.3 Cross sections of a girder at end of span and middle span



(a) Cross section at middle span (b) Cross section at end span

Fig.4 Cross Section of a girder and design variables

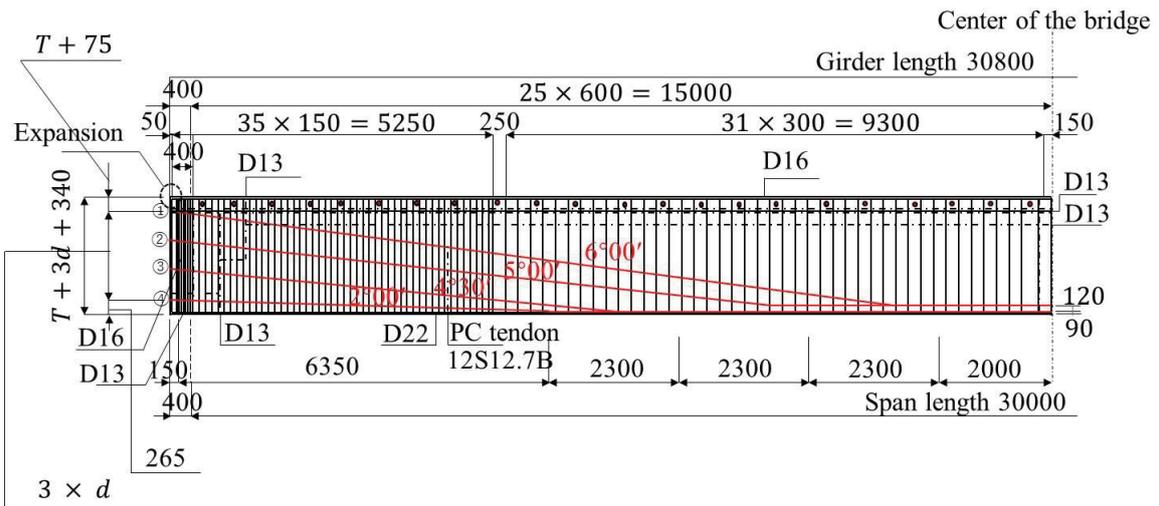


Fig.5 Arrangements of reinforcing steel bar and prestressing tendon

主桁の初期プレストス P_{S2} を考慮している. 支間中央部および桁端部の断面形状を Fig.3 に, その詳細断面および設計変数を Fig.4 に, 主桁の鉄筋および PC 鋼材配置図を Fig.5 にそれぞれ示す. 主桁に用いたコンクリートおよび床版に用いた場所打ちコンクリートの材料特性を Table 1 に, 主桁の縦締めおよび床版の横締めを使用した PC 鋼材の材料特性を Table 2 に示す. 床版と主桁にプレストレスを導入する際に用いる摩擦係数は, 角変化 1 ラジアンあたりの摩擦係数 μ を 0.3, ケーブル 1 メートルあたりの摩擦係数 λ を 0.004 に設定している. 活荷重の計算は, 主桁の曲げ剛性, ねじり剛性, 横桁の曲げ剛性およびねじり剛性より曲げ剛性係数, ねじり剛性係数を求め, ギヨンマソネの影響線の数表を用いて簡易的に計算している³⁾.

2.2 最適設計問題の定式化

2.1 で述べたごとく設計変数として床版の板厚 T , ウェブの幅 b , 桁端 PC ケーブル間隔 d , 床版の初期プレストレス P_{S1} , 主桁の初期プレストス P_{S2} を考慮している. なお, 主桁のケーブルは 4 本存在するが, 4 本とも同じ初期軸力を導入するものとした. 6 本の主桁の断面はすべて同一であると仮定し, 目的関数として Fig.4 に示す断面積の最小化を考慮している. すなわち, 目的関数は次式を最小化している.

Table 1 Property of concrete

Property of concrete		concrete in girder	cast-in-place concrete in slab
Design strength		40 N/mm ²	30 N/mm ²
Compressive strength at prestressing		34 N/mm ²	25 N/mm ²
Allowable bending compressive stress	after prestressing	19 N/mm ²	15 N/mm ²
	at design load	14 N/mm ²	11 N/mm ²
Allowable bending tensile stress	after prestressing	-1.5 N/mm ²	0 N/mm ²
	at design load	-1.5 N/mm ²	0 N/mm ²
Allowable diagonal tensile stress	at dead load	1 N/mm ²	0.8 N/mm ²
	at design load	2 N/mm ²	1.7 N/mm ²
Young modulus		31000 N/mm ²	28000 N/mm ²
Creep coefficient		2.6	
Dry shrinkage rate		0.0002	

Table 2 Property of prestressing

Property of prestressing		Prestressing for bridge direction	Prestressing for transverse direction
Prestressing tendon		12S12.7B	1S21.8
Cross-sectional area		1184.5 mm ²	312.9 mm ²
Diameter of sheath		68 mm	38 mm
Tensile strength		1850 N/mm ²	1830 N/mm ²
Yield stress		1580 N/mm ²	1580 N/mm ²
Allowable tensile stress	at design load	1110 N/mm ²	1090 N/mm ²
	after prestressing	1290 N/mm ²	1280 N/mm ²
	at prestressing	1420 N/mm ²	1420 N/mm ²
Young modulus of tendon		200000 N/mm ²	
Relaxation rate		1.5 %	
Young modulus of reinforcing bar		200000 N/mm ²	

$$F = \{1.480 \times T + 0.3 \times 0.1 + (3d + 340) \times b\} \times 10000 \text{ (cm}^2\text{)} \quad (1)$$

制約条件として、道路橋示方書²⁾に従い以下に述べる設計荷重作用時の床版、PC鋼材および主桁の応力度の制約条件を考慮している^{3) 4)}。

(a) 床版(片持ち部)のコンクリート応力度に関する制約条件

$$g_1 = \sigma_{c1} - 15.0 \leq 0.0 \quad (2)$$

ここに、 σ_{c1} : 設計荷重+プレストレスによる床版一般片持ち部上縁応力度(≥ 0)

$$g_2 = \sigma_{c2} - 15.0 \leq 0.0 \quad (3)$$

ここに、 σ_{c2} : 設計荷重+プレストレスによる床版一般片持ち部下縁応力度(≥ 0)

$$g_3 = \sigma_{c3} - 15.0 \leq 0.0 \quad (4)$$

ここに、 σ_{c3} ：設計荷重+プレストレスによる床版桁端片持ち部上縁応力度(≥ 0)

$$g_4 = \sigma_{c4} - 15.0 \leq 0.0 \quad (5)$$

ここに、 σ_{c4} ：設計荷重+プレストレスによる床版桁端片持ち部下縁応力度(≥ 0)

着目点は Fig.6 (a)に示す床版の片持ち部の断面である。

(b) 中間床版(支点部)のコンクリート応力度に関する制約条件

$$g_5 = \sigma_{c5} - 15.0 \leq 0.0 \quad (6)$$

ここに、 σ_{c5} ：設計荷重+プレストレスによる中間床版支点部上縁応力度(≥ 0)

$$g_6 = \sigma_{c6} - 15.0 \leq 0.0 \quad (7)$$

ここに、 σ_{c6} ：設計荷重+プレストレスによる中間床版支点部下縁応力度(≥ 0)

着目点は Fig.6 (b)に示す中間床版の支点部の断面である。

(c) 中間床版(支間部)のコンクリート応力度に関する制約条件

$$g_7 = \sigma_{c7} - 12.0 \leq 0.0 \quad (8)$$

ここに、 σ_{c7} ：設計荷重+プレストレスによる中間床版支間部上縁応力度(≥ 0)

$$g_8 = \sigma_{c8} - 12.0 \leq 0.0 \quad (9)$$

ここに、 σ_{c8} ：設計荷重+プレストレスによる中間床版支間部下縁応力度(≥ 0)

注目点は Fig.6(b)に示す中間床版の支間部である。

床版の応力度はフルプレストレスとなるために全ての応力度は非負となる。

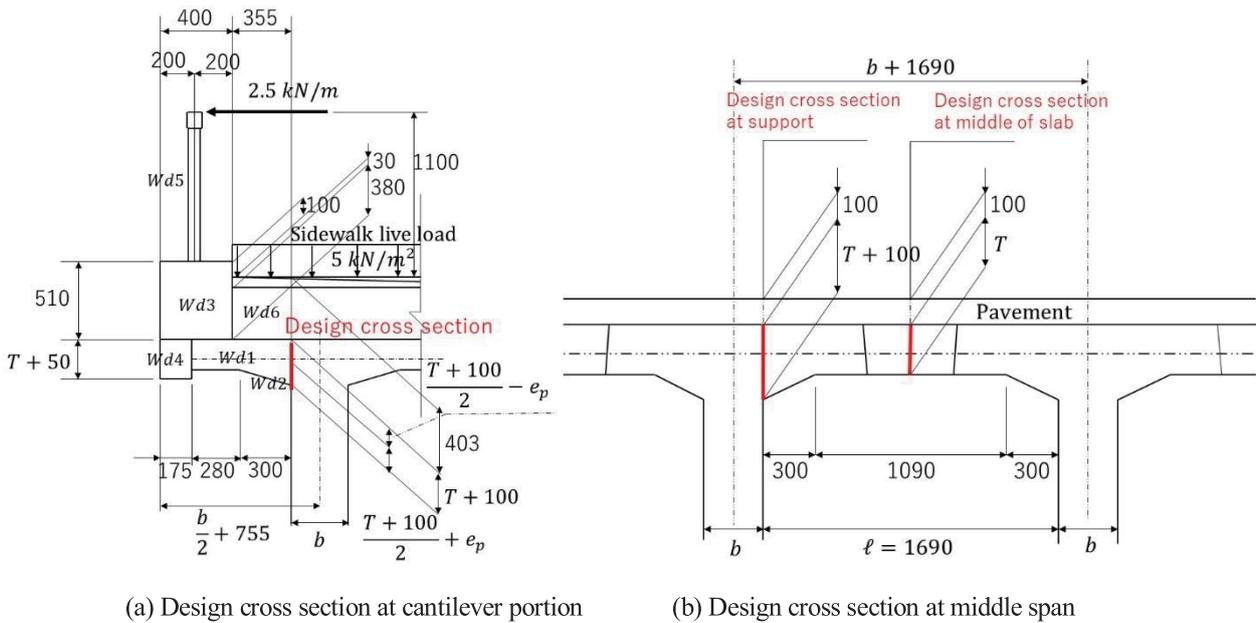


Fig.6 Design cross sections at cantilever and middle span

(d) 床版のPC鋼材の制約条件

床版のPC鋼材として綱より線 SWPR19L (1S21.8) を使用している。

床版プレストレスの制限(施工時)

$$g_9 = \sigma_{pi} - 1420 \leq 0.0 \quad (10)$$

ここに、 σ_{pi} ：プレストレス中のPC鋼材の最大引張応力度(初期プレストレスによる応力度)
プレストレス導入直後の制限値

$$g_{10} = \sigma_{pt} - 1280 \leq 0.0 \quad (11)$$

ここに、 σ_{pt} ：プレストレス導入直後のPC鋼材の引張応力度
設計荷重作用時「耐久性能(疲労)」

$$g_{11} = \sigma_{pe} - 1090 \leq 0.0 \quad (12)$$

ここに、 σ_{pe} : PC 鋼材の有効引張応力度

(e) 主桁の PC 鋼材の制約条件

主桁の PC 鋼材として綱より線 12S12.7B を使用している.

主桁プレストレスの制限(施工時)

$$g_{12} = \sigma_{pi} - 1420 \leq 0.0 \quad (13)$$

ここに、 σ_{pi} : プレストレス中の PC 鋼材の最大引張応力度 (初期プレストレスによる応力度)
プレストレス導入直後の制限値

$$g_{13} = \sigma_{pt} - 1290 \leq 0.0 \quad (14)$$

ここに、 σ_{pt} : プレストレス直後の PC 鋼材の引張応力度
設計荷重作用時「耐久性能(疲労)」

$$g_{14} = \sigma_{pe} - 1110 \leq 0.0 \quad (15)$$

ここに、 σ_{pe} : PC 鋼材の有効引張応力度

(f) 主桁の合成応力度の制約条件

主桁の応力度の照査は、道路橋示方書III編 3.4.1 解説²⁾に従い、プレストレス導入時の圧縮強度は 34.0 N/mm^2 、プレストレス導入以降(設計荷重時)は設計基準強度 40.0 N/mm^2 を用いて以下の照査式により実施する。
プレストレス導入時の主桁圧縮応力度の制限

$$g_{15} = (\sigma_{do'} + \sigma_{ct'}) - \sigma_{cat'} \leq 0.0 \quad \text{or} \quad g_{15} = (\sigma_{do} + \sigma_{ct}) - \sigma_{cat'} \leq 0.0 \quad (16)$$

ここに、

$$\sigma_{cat'} = \frac{34.0}{1.4} - 1.0 = 23.3 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_{do'}$: 主桁自重による桁上縁の曲げ応力度

$\sigma_{ct'}$: プレストレス導入直後のプレストレスによるコンクリート断面の桁上縁の曲げ応力度

σ_{do} : 主桁自重による桁下縁の曲げ応力度

σ_{ct} : プレストレス導入直後のプレストレスによるコンクリート断面の桁下縁の曲げ応力度

プレストレス導入時の主桁引張応力度の制限

$$g_{16} = \sigma_{cat} - (\sigma_{do'} + \sigma_{ct'}) \leq 0.0 \quad \text{or} \quad g_{16} = \sigma_{cat} - (\sigma_{do} + \sigma_{ct}) \leq 0.0 \quad (17)$$

ここに、

$$\sigma_{cat} = \frac{-0.23 \times 34.0^{2/3}}{1.3} = -1.86 \text{ N/mm}^2$$

設計荷重時主桁圧縮応力度の制限(上縁側)

$$g_{17} = \sigma_{all'} - \sigma_{cat'} \leq 0.0 \quad (18)$$

ここに、

$$\sigma_{cat'} = \frac{40.0}{2.3} - 1.0 = 16.4 \text{ N/mm}^2$$

$\sigma_{all'}$: 桁上縁に作用しているすべての設計荷重(有効プレストレス+主桁自重+場所打ちコンクリート+地覆・高欄+舗装+活荷重)による曲げ応力度の和

設計荷重時主桁引張応力度の制限(下縁側)

$$g_{18} = \sigma_{cat} - \sigma_{all} \leq 0.0 \quad (19)$$

ここに

$$\sigma_{cat} = \frac{-0.23 \times 40.0^{2/3}}{1.3} = -2.07 \text{ N/mm}^2$$

σ_{all} : 桁下縁に作用しているすべての設計荷重(有効プレストレス+主桁自重+場所打ちコンクリート+地覆・高欄+舗装+活荷重)による曲げ応力度の和

なお、応力度の計算の詳細は、文献 3),4)を参照していただきたい。

2.3 最適設計問題の定式化

以上をまとめると、最適設計問題として以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} & \text{Find } T, b, d, P_{S1}, P_{S2} \quad \text{which} \\ & \text{minimize } f = \{1,480 \times T + 0.3 \times 0.1 + (3d + 340) \times b\} \times 10000 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \text{subject to} \\ & g_j \leq 0 \quad (j = 1, \dots, 18) \end{aligned} \quad (21)$$

設計変数の上・下限制約

$$160 \leq T \leq 300$$

$$318 \leq b \leq 400$$

$$200 \leq d \leq 500$$

$$1000 \leq P_{S1} \leq 1350$$

$$1000 \leq P_{S2} \leq 1350.$$

設計変数の上・下限制約の値は、道路橋示方書に規定されている最小値および実際の製作を考慮して決定している。設計変数は、すべて連続変数として取り扱い次章で述べる PSO により最適化を行っている。

3. 粒子群最適化法 (PSO) による断面の最適化

3.1 粒子群最適化法 (PSO)^{5), 6)}

粒子群最適化法(PSO)基本的な考え方は、各動物(エージェント)が餌などを探すときにグループ内の他のエージェントと情報を共有し、各エージェントは各自の経験だけでなく、他の全てのエージェントの経験の情報から利益を受けているという仮定を最適化に応用しようというものである。そこで PSO では、粒子(エージェント)の数 N だけの決定変数ベクトル群 $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i, \dots, \mathbf{x}_N)^t$ を取り扱う。 i 番目のエージェント \mathbf{x}_i は n 個の決定変数 $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})^t$ を有するものとする。最適化において、 \mathbf{x}_i^* は i 番目のエージェントの s 回の改良の中で最良の目的関数値 $pbest_i$ を与える決定変数ベクトル、 \mathbf{x}_G^* は s 回の改良のすべての粒子群の中で最良の目的関数値 $gbest$ を与える決定変数ベクトルとする。すなわち、

$$\mathbf{x}_i^* = \arg \min_{\tau=0, 1, \dots, s} f(\mathbf{x}_i^\tau) \quad (i = 1, \dots, N), \quad pbest_i = \min_{\tau=0, 1, \dots, s} f(\mathbf{x}_i^\tau) \quad (22)$$

$$\mathbf{x}_G^* = \arg \min_{i=1, \dots, N} f(\mathbf{x}_i^*), \quad gbest = \min_{i=1, \dots, N} pbest_i \quad (23)$$

($s + 1$)回目におけるエージェントの移動速度は、次式で与えられる。

$$\mathbf{v}_i^{s+1} = w\mathbf{v}_i^s + c_1r_1(\mathbf{x}_i^* - \mathbf{x}_i^s) + c_2r_2(\mathbf{x}_G^* - \mathbf{x}_i^s), \quad (i = 1, \dots, N) \quad (24)$$

ただし、 w は慣性重み(inertia weight)、 r_1, r_2 は区間 $[0, 1]$ の一様乱数である。 c_1, c_2 は自己の最良位置およびグループの最良位置への探索に対する重み付けであり、本研究では c_1, c_2 はいずれも 2.0 を用いている。

($s + 1$) 回目におけるエージェントの改良は次式により行われる。

$$\mathbf{x}_i^{s+1} = \mathbf{x}_i^s + \mathbf{v}_i^{s+1}, \quad (i = 1, \dots, N) \quad (25)$$

PSO において、 w (慣性重み) は解への収束を制御する重要なパラメータである。 w が大きい場合は新しい領域を探索する、すなわち大域的探索を行う傾向が強くなり、小さい場合には現在の位置の周辺領域を探索する、すなわち局所的探索を行う傾向が強くなる。 w を適切に調整することで、大域的探索と局所的探索のバランスをとることができる。初期には探索空間を網羅的に調べるために大域探索を強くし、精度の高い解を得るために次第に局所探索を強くする。すなわち初期には w を大きく取り、次第に減少させていく方法も提案されているが、本研究では、0.6 の一定値を用いている。

3.2 制約条件付連続最適化問題

式(20), (21)の最適化問題を以下のように一般最適化問題として表現する。

$$\text{Find } \mathbf{X} = (x_1, \dots, x_n)^t \quad \text{which minimize } f(\mathbf{X}) \quad (26)$$

subject to

$$g_j(\mathbf{X}) \leq 0, \quad (j = 1, \dots, m) \tag{27}$$

$$l_i \leq x_i \leq u_i, \quad (i = 1, \dots, n). \tag{28}$$

3.3 ラグランジュ関数最小化による最適化

本研究では、式(26)-(28)で示す最適化問題を解く方法としてラグランジュ関数を最小化する方法を提案している。式(26)-(28)の最適化問題に対するラグランジュ関数は以下ようになる。

$$L(\mathbf{X}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{X}) + \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + f_g(\mathbf{X}) \tag{29}$$

ここに、 λ_j は、不等号制約に関するラグランジュ乗数であり、非負の値を示す。

鞍点の定理から、ラグランジュ関数を変数について最小化、ラグランジュ乗数について最大化することにより最適解が求められるが、本研究の方法ではラグランジュ乗数の改良が困難なため、不等号制約条件に関するラグランジュ乗数の値は、制約条件を満足している場合には0.0、満足していない場合には1.0を設定した。この条件を用いてラグランジュ関数全体を最小化した場合、制約条件が満足されない場合が生じるので、実行不可能領域の場合にはラグランジュ関数の $f_g(\mathbf{X})$ のみを最小化することとし、実行可能領域もしくはその近傍に近づいた後、ラグランジュ関数全体 $\{f(\mathbf{X}) + f_g(\mathbf{X})\}$ を最小化している。すなわち、

Table 3 Optimum solutions and violation rates of all design variables

Design variables and constrains	Standard Design	Optimization (3 variables)	Optimization (5 variables)
T (mm)	200	174	163
b (mm)	340	318	318
d (mm)	420	326	327
H (mm)	1800	1492	1484
P _{S1} (kN)	1250	1250	1297
P _{S2} (kN)	1250	1250	1252
Objective function f	8700	7061	6915
g ₁	0.16	0.18	0.20
g ₂	0.08	0.08	0.08
g ₃	0.14	0.16	0.18
g ₄	0.10	0.11	0.11
g ₅	0.03	0.02	0.03
g ₆	0.21	0.25	0.26
g ₇	0.43	0.52	0.58
g ₈	0.03	0.00	0.00
g ₉	0.88	0.88	0.91
g ₁₀	0.90	0.90	0.94
g ₁₁	0.97	0.96	1.00
g ₁₂	0.88	0.88	0.88
g ₁₃	0.85	0.84	0.84
g ₁₄	0.83	0.81	0.81
g ₁₅	0.78	0.99	1.00
g ₁₆	0.44	0.43	0.46
g ₁₇	0.46	0.66	0.68
g ₁₈	-0.49	1.00	1.00

$$\text{if } \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(\mathbf{X}) \leq \varepsilon_1 \quad \text{minimize } f(\mathbf{X}) + f_g(\mathbf{X}) \quad (30)$$

$$\text{if } \sum_{j=1}^m \lambda_j g_j(\mathbf{X}) > \varepsilon_1 \quad \text{minimize } f_g(\mathbf{X}) \quad (31)$$

ここに、 ε_1 は不等号制約条件の実行可能領域を判断するための許容値である。 $f_g(\mathbf{X})$ は非負の値であり、実行可能領域の場合は 0.0 となる。本研究では、 ε_1 の初期値は 0.3 とし、最大繰り返し回数の 1/3 以上の回数では 0.1、2/3 以上の回数では 0.001 と変化させている。

PSO における最良解の決定は、すべてのエージェントが実行不可能領域の場合は、 $f_g(\mathbf{x}_i)$ を最小にするエージェント \mathbf{x}_i^* を選択し、エージェントに実行不可能領域と実行可能領域近くまたは実行可能領域が混在する場合には、 $\{f(\mathbf{x}_i) + f_g(\mathbf{x}_i)\}$ を最小にするエージェント \mathbf{x}_i^* を選択する。さらに、すべてのエージェントが実行可能領域の場合には、 $f_g(\mathbf{x}_i)$ は零となるため $f(\mathbf{x}_i)$ を最小にするエージェント \mathbf{x}_i^* を選択する。ここに、 \mathbf{x}_i は i 番目のエージェントの決定変数ベクトルである。

4. PSO によるポストテンション PCT 桁橋の断面最適化に関する考察

本研究では、設計変数として T, b, d の 3 個を考慮した場合、および T, b, d, P_{S1}, P_{S2} の 5 個を考慮した場合について最適化を行い、標準設計の値との比較を行っている。3 変数の場合の P_{S1}, P_{S2} は標準設計と同じ 1250kN に設定している。PSO の最適化過程におけるエージェントの数 N は 20 個を設定し、100 回の繰り返しを行った後の最終解を初期値のエージェントの 1 つに取り込み再度 100 回繰り返し得られた解を最適解とした。設計変数が 3 個の場合および 5 個の場合の最適解と標準設計の値との比較を Table 3 に示す。Table 3 において、制約条件の値は応力度の違反度（応力度 / 許容応力度）を示している。

3 変数とした場合、 b の値は最小値となり、床版をフルプレストレス状態とするために g_8 の応力度が 0.0 となっている。さらに、 g_{15} および g_{18} が許容応力度と等しくなり、active な制約条件となっている。目的関数である断面積の値は標準設計より 18.8% 減少している。5 変数とした場合には、主桁の初期プレストレス P_{S2} はほとんど変化していないが、床版の初期プレストレス P_{S1} をさらに大きくすることにより床版の板厚 T をさらに減少させている。active な制約条件は 3 変数の状態に加えて、 g_{11} が active となっている。断面積の値は標準設計より 20.5% 減少している。

5. まとめ

本研究において、ポストテンション PCT 桁橋を対象として、設計荷重作用時の制約条件を考慮し、PSO の手法を用いて断面の最適化を行い、標準設計との比較を行った。最適断面では、標準設計のおよそ 20% の断面積の削減が可能となり、最適化手法を用いることにより経済的な設計を効率的に行うことができることが明らかとなった。今後は、終局荷重作用時およびたわみの制約を考慮して最適な断面の検討を行っていく必要がある。

参考文献

- 1) 建設省 土木研究所, 土木構造物 標準設計 (ポストテンション方式 PC 単純 T げた橋), 13 巻~16 巻, 平成 6 年 3 月
- 2) 日本道路協会, 道路橋示方書・同解説, III コンクリート橋編, 平成 29 年 7 月.
- 3) (社) プレストレスト・コンクリート建設業協会, やさしい PC 橋の設計, 平成 14 年 7 月
- 4) (社) プレストレスト・コンクリート建設業協会, やさしい PC 橋の設計 ~ポストテンション方式単純 T 桁~, 2019 年
- 5) James Kennedy, Russell Eberhart, "Particle Swarm Optimization", Proc. of the IEEE International Conference on Neural Networks, (1995), pp. 1942-1949.
- 6) 谷脇一弘, 王志華, "制約条件付き最適化問題に対する粒子群最適化法のロバスト性の検討", 福井工業大学研究紀要, 第 49 号, (2019), pp.55-63.

(2023 年 8 月 3 日受理)