

種々の図形の作る境界回折波の干渉現象について

佐 藤 義 輝 ・ 金 井 徳 兼
伊 藤 博

On Interference Patterns Produced by Diffracted Waves Propagated over the edge of small Wedges.

Yositeru SATOH, Norikane KANAI, Hiroshi ITO[^]

Optical diffraction patterns observed in the geometrical shadow region of small wedges illuminated by coherent light are studied experimentally and theoretically. It is found that observed interference patterns are classified into two different patterns.

One kind comes from interference between two cylindrical waves started from both sides of the wedge. The other is produced by interference of a cylindrical wave issued from the vertex of the wedge with cylindrical waves.

1. 序 論

遮光物体に単色光を照射した場合、その物体の幾何光学的陰影部分で観測される特異なパターンは、物体の境界を波源とする二次波の相互干渉によるものであることを我々は実験と理論によって証明した^{1,2)}。この種の波の存在はThomas Young³⁾によって予想され、Sommerfeld、宮本、Wolf⁴⁾等によって、理論的に研究されたものである。

実験において観測されるこのような干渉パターンは、我々が仮定によって計算したものより実はかなり複雑である。もし、二次元の遮光板の輪郭が、例えば、円のように滑らかであるならば、我々の仮定に問題は生じないであろう。しかし、矩形のような角を持つ輪郭の場合、角の部分で境界を軸とする円柱波に当然乱れが生じることになる。このような場合の典型的な例の一つである任意の角を持つ楔形の頂点付近の幾何光学的陰影部分に生じるパターンの研究は、関口⁵⁾、およびA. B. Carlson⁶⁾等により研究された。パターンの解析にはKirchhoff・Fresnelの回折理論が使われているが、結果とその物理的意味は必ずしも明らかとはいえない。そこで、本研究は、同様な図形を持つ遮光物体による干渉パターンを研究し、とくに頂点付近の従来の理論であつかえない筈の境界回折波の存在について調べるものである。

2. 二辺の作る角の領域に生ずる境界回折波の干渉パターン

直接光の影響のない物体の幾何光学的陰影部分について考える。

物体端に光が入射すると、Huygensの原理に基づき、境界の各点を波源とするコヒーレントな二次球面波が生じるであろう。

陰影部にある問題点と境界上の二点までの光路長を l_1 , l_2 とし、境界上の二点における位相差はないとして、干渉条件は、

$$l_1 - l_2 = n \cdot \lambda \quad (1)$$

となる。境界上の全ての点からでた球面波が、境界の幾何学的形状に従うある波面を作っているならば、それに対応した干渉縞が生じることになる。

ここで、任意の頂角を持つ楔形の影の領域の部分において、境界回折波の作る干渉パターンを考えることにする。二辺の各点より生じた境界回折波の二次元的投影は、図1のように円柱波の形で辺に直角に伝搬する。しかしながら、頂点の部分では球面波がそのまま存在し、等方に伝搬すると考えた方が自然である。そしてこの球面波は辺を軸とする円柱波と干渉すると仮定できる。

そこで我々は、円柱波同士の干渉と円柱波と球面波との干渉という二つの場合を考える必要がある。

1) 辺の作る円柱波同志の干渉

図2のように、辺OB上の点R、辺OC上の点Qよりそれぞれ生じた球面波を考え、物体面からZだけ離れたスクリーン上の点P (x , y , z) での干渉条件を考える。点Rから点Pまでの光路長を l_1 , 点Qより点Pまでの光路長を l_2 とすると

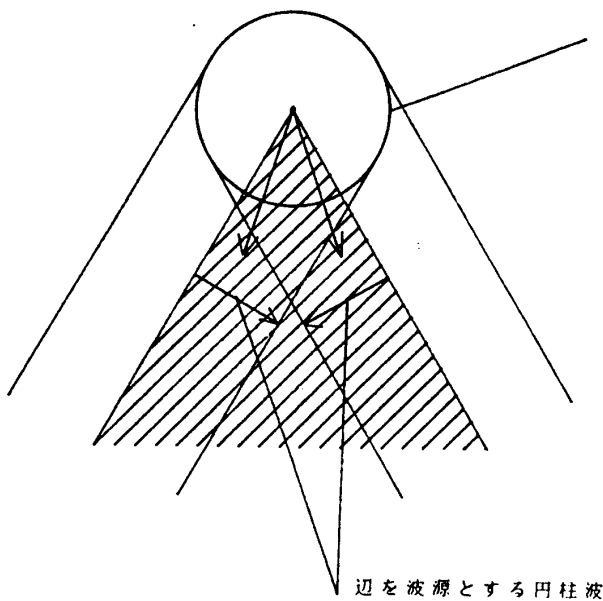


図1 二辺の作る角の領域の境界回折波の波面

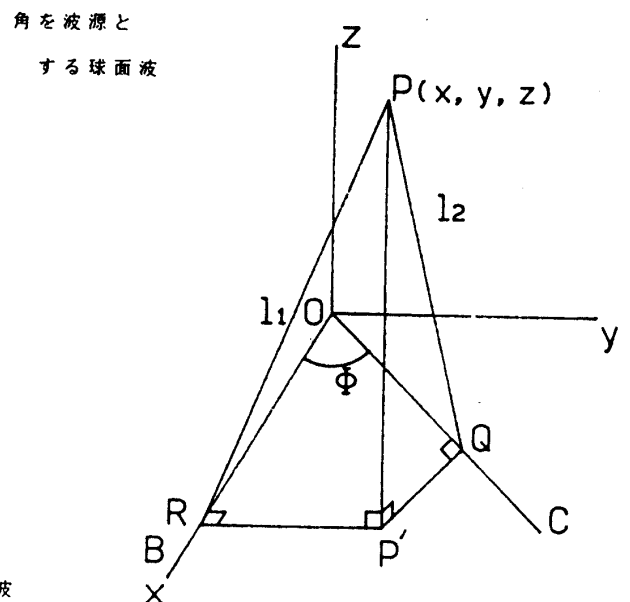


図2 辺の作る円柱波同志の干渉

$$l_1^2 = y^2 + z^2 \quad (2)$$

$$l_2^2 = (x \sin \Phi - y \cos \Phi)^2 + z^2 \quad (3)$$

よって光路差は

$$l_1^2 - l_2^2 = y^2 - (x \sin \Phi - y \cos \Phi)^2 \quad (4)$$

ここで, $l_1 + l_2 \simeq 2z$ とおき, また干渉条件(1)式を使うと, (4)式の左辺は

$$l_1^2 - l_2^2 = (l_1 + l_2) \cdot (l_1 - l_2) \simeq 2z \cdot n\lambda \quad (5)$$

となる。従って, (4)式と(5)式より

$$y^2 - (x \sin \Phi - y \cos \Phi)^2 = 2z \cdot n\lambda \quad (6)$$

となり, これがスクリーン上に生じる干渉パターンを表す曲線の方程式である。

2) 円柱波と球面波との干渉

頂点Oを波源とする球面波と, 辺を軸として伝搬する円柱波との干渉を考えることにする。

図3において, 頂点Oから点Pまでの光路長を l_1 , 辺OB上の点Rからxy面からzだけ離れたスクリーン上の点Pまでの光路長を l_2 とする。また点Oより生じた球面波の半径を r とすると

$$l_1^2 = r^2 \quad (7)$$

$$l_2^2 = r^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \quad (8)$$

となる。よって光路差は

$$l_1^2 - l_2^2 = r^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \quad (9)$$

ここで, 1) の場合と同様の近似 ($l_1 + l_2 = 2z$, $\theta = \text{一定}$) を用いると

$$r^2 \cos^2 \phi = 2z \cdot n\lambda \quad (10)$$

がえられる。但し, $0 \leq \phi \leq \Phi$ ($0 < \Phi < \pi$)

である。よって(10)式を満たす曲線群がスクリーン上の干渉パターンを作ることになる。(10)式からわかるように, これらの曲線群は辺OBに直角な直線群である。辺OCを出発した円柱波と, 頂点Oに生じた球面波の作る干渉パターンの二次元的投影は, 同様に辺OCに垂直に交わる直線群である。

干渉の組合せ1), 2) を計算した結果を図4(a)~(d)に示す。

これらのことをもとにして, 実験的に二辺の作る角の領域の干渉パターンを捕らえることにした。

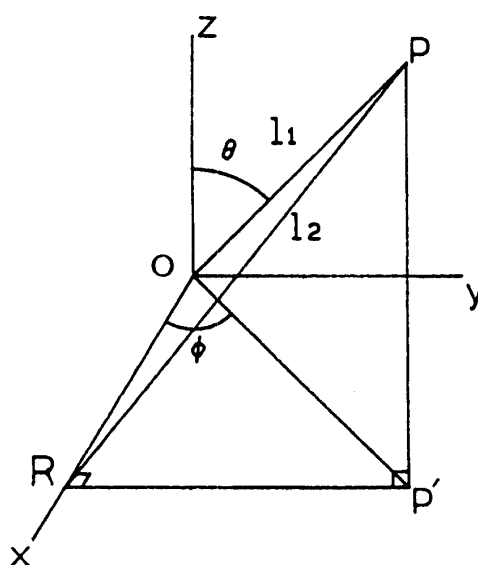


図3 円柱波と球面波との干渉

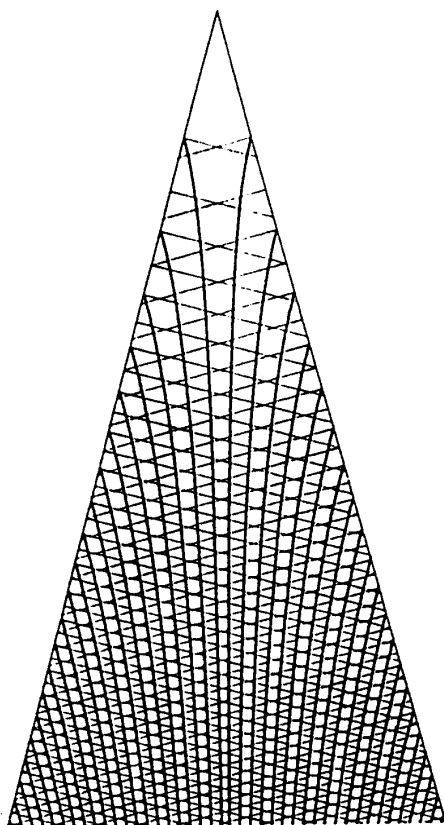


図4 (a)二辺の作る角の領域の干渉パターンコンピュータシュミレーション ($\Phi=30^\circ$)

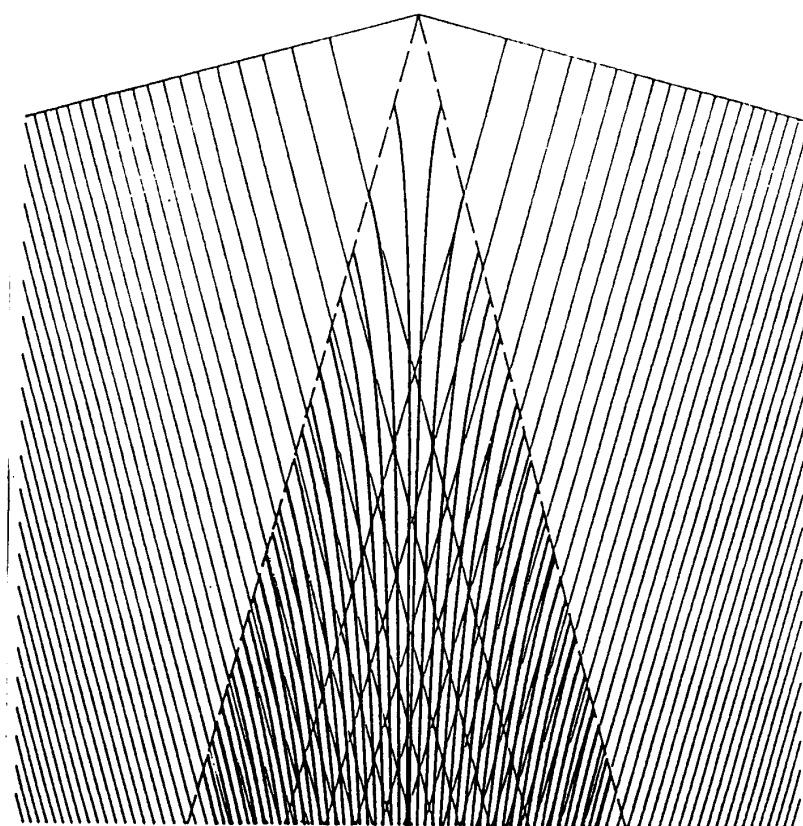


図4 (b)二辺の作る角の領域の干渉パターンコンピュータシュミレーション ($\Phi=150^\circ$)

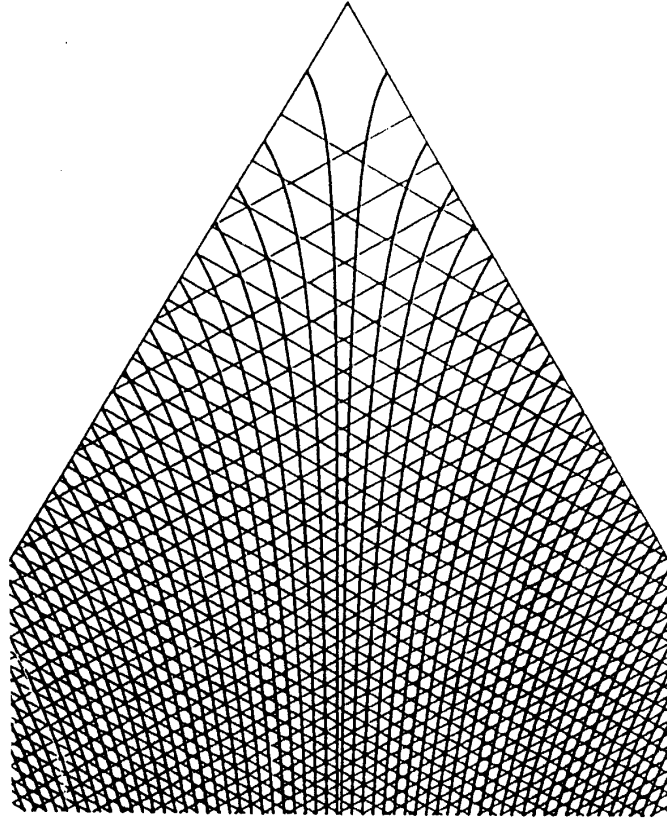


図4 (c)二辺の作る角の領域の干渉パターン コンピュータシュミレーション ($\Phi=60^\circ$)

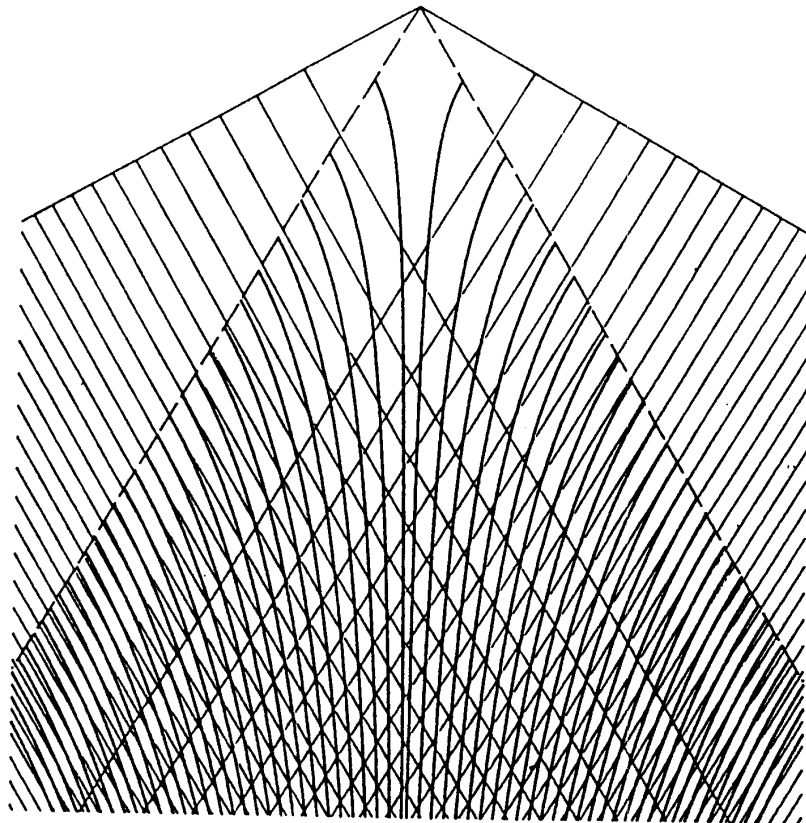


図4 (d)二辺の作る角の領域の干渉パターン コンピュータシュミレーション ($\Phi=120^\circ$)

3. 実験装置及びその結果

Fresnel回折光学系を用い、種々の頂角を持つ楔形の遮光板の幾何光学的陰影部分に生じるパターンを写真計測することにした。頂角の選び方に関しては、 $(30^\circ, 150^\circ)$ 、 $(60^\circ, 120^\circ)$ というように、加えて補角をなす組合せを選んでいる。

図5に実験で使った光学系を示す。

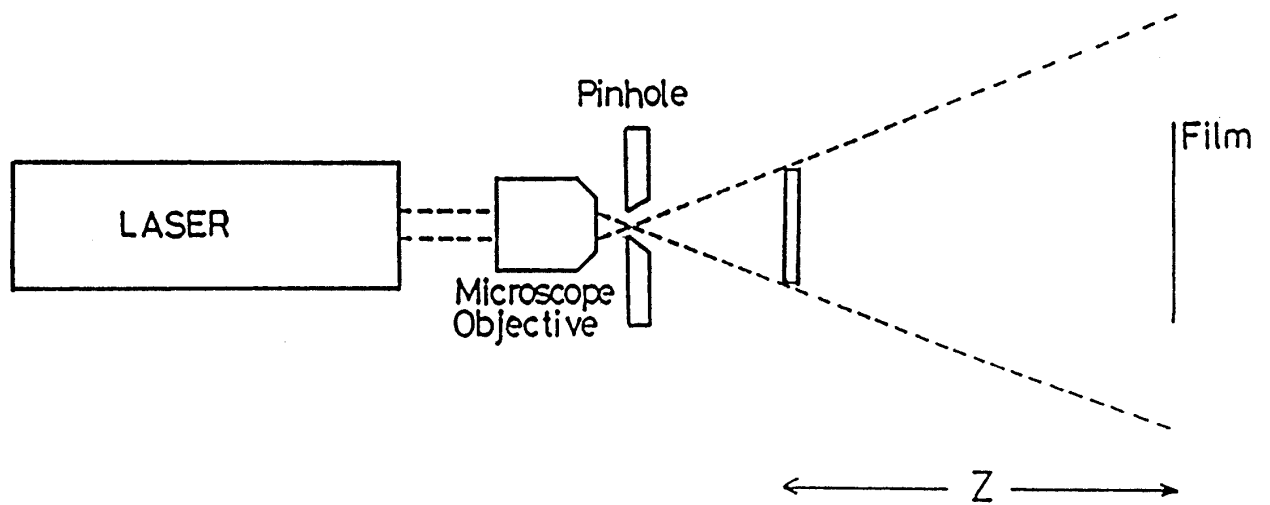
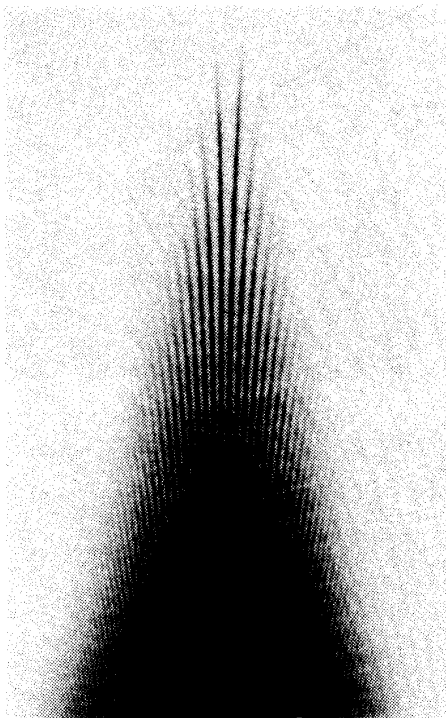
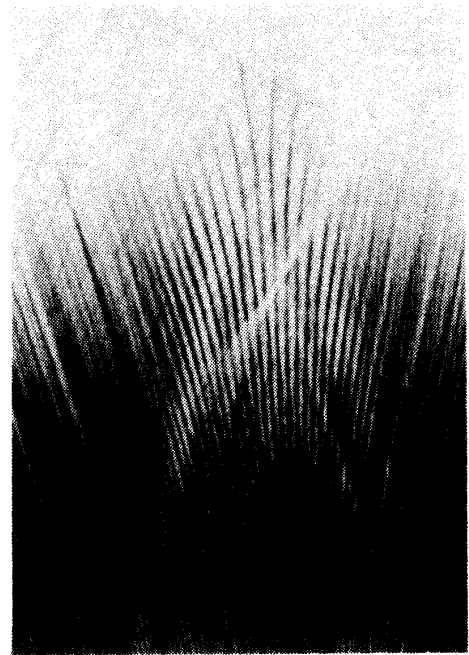


図5 実験で使った光学系

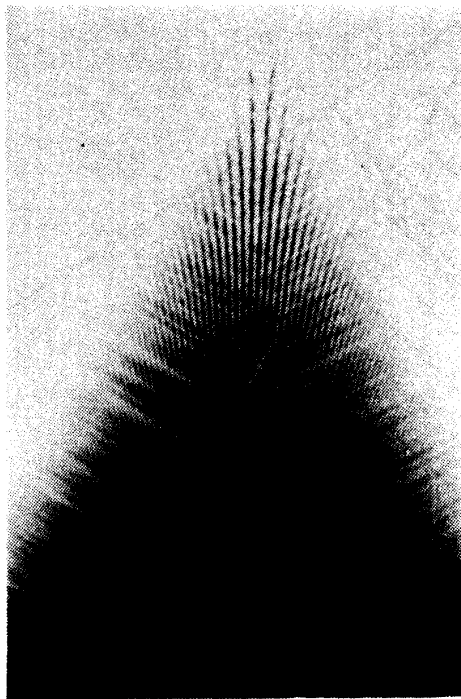


(a) (頂角 30°)

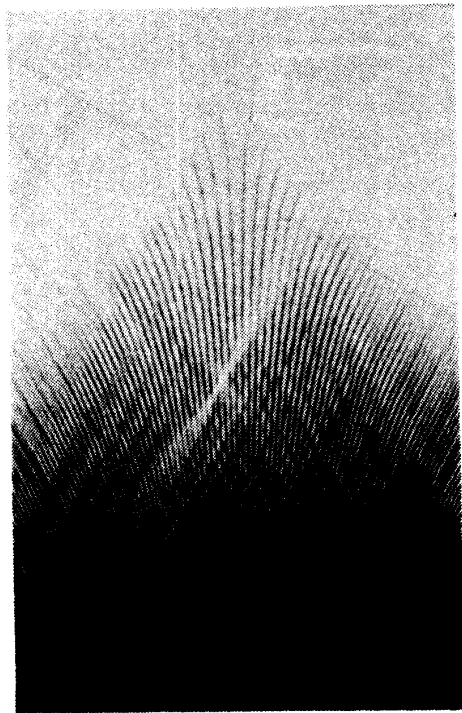


(b) (頂角 150°)

写真1 二辺の作る角の領域の干渉パターン



(c) (頂角 60°)



(d) (頂角 120°)

写真1 二辺の作る角の領域の干渉パターン

実験で使用した光源として、波長 632.8nm （強度約 10mW ）のHe-Neレーザを使用した。遮光板は、厚さ 0.3mm で、境界部分はほぼナイフエッジの用に仕上がっている硬質アルミ片を用いた。物体とフィルム面との距離 z は 1m に固定し、露光時間2秒～8秒の範囲でカメラでパターンをとらえた。写真1の(a), (b)は頂角がそれぞれ 30° , 150° である楔形の遮光板の幾何学的陰影部に現われる干渉パターンである。写真(b)（頂角 150° ）のパターンの対称軸のまわりには、頂角 30° の楔形の領域があらわれ、その左右の領域にそれぞれ頂点を通る二つの辺に直交する直線群が観測される。写真1の(c), (d)には同様に頂角の和が 180° になるもう一つの例、すなわち頂角が 60° と 120° である二つの楔の場合の実験結果が示されている。この場合にも頂角の大きな楔（頂角 120° ）の写真には対称軸を囲む頂角 60° の領域が観測され、その外側に辺に直交する直線群が認められる。

4. 実験結果の考察

いま頂角がそれぞれ ϕ , Φ という二つの楔形の遮光板があり

$$\phi + \Phi = \pi$$

をみたすとするが $\Phi > \phi$ とする。図6において辺OA, OBを出発した円柱波のこの面に投影された波面はそれぞれ矢印の方向に進むであろう。そこで干渉条件の起こる領域は二つの半直線OA'とOB'に挟まれる頂角

$$\angle A'OB' = \phi$$

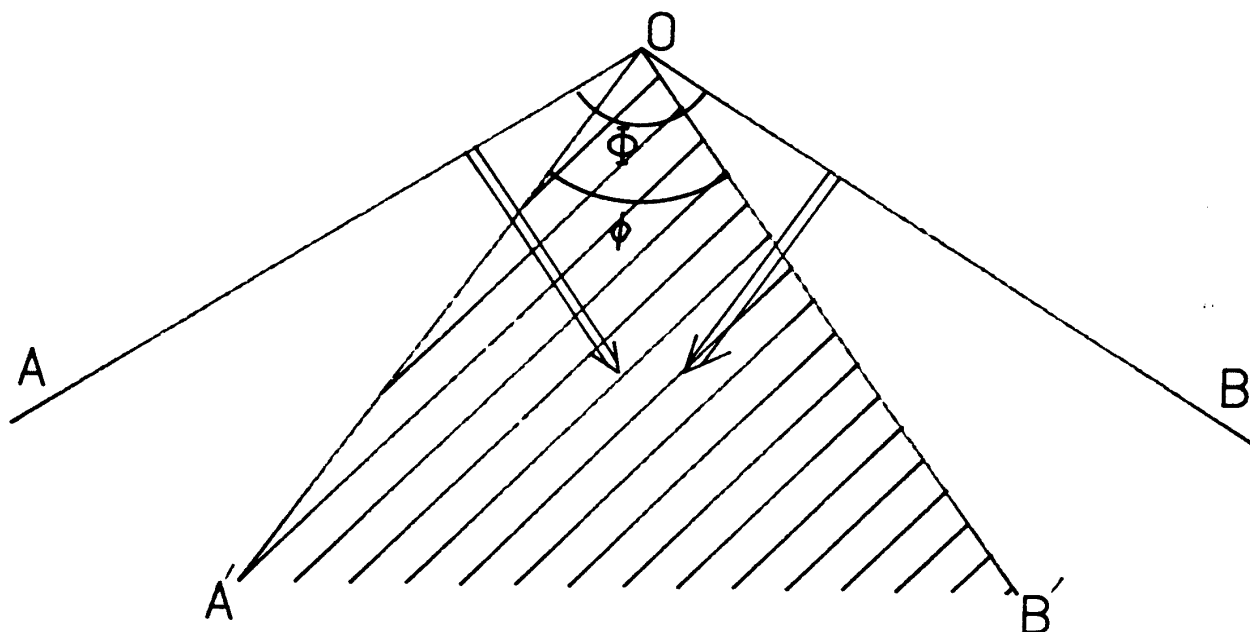


図6

を持った楔形領域であることは容易にわかる。もし境界回折波が辺を軸とする円柱波のみならば、新しい楔形領域 $A'OB'$ の左右にある AOA' , BOB' には何のパターンも現われない筈である。しかし二節に述べたように頂点 O を中心とする球面波が存在するとするならば、そのスクリーンへの投影波面はこの左右の領域を伝播し、円柱波と干渉することになる。

図4に(6)式、(10)式を用いて計算した干渉パターンを図的に表わしてある。頂角が 90° より小さい楔の場合にも、辺に直角な直線群が当然存在する。計算結果は十分満足できるものであり、写真調べた限りこれ以外のパターンは存在しない。

5. 議論とまとめ

遮光物体の幾何学的陰影部に生じるパターンの研究は、光学関係より電波関係の研究者の関心と呼んでいるようである。我々が取り上げた楔形の遮光板の作る干渉パターンの研究も、そのような分野でしばしば行われている。とくに内容にちかいは、Carlsonの論文である。彼の計算の主旨はKirchhoffの回折の理論であり、境界回折波の概念は表面にはでていない。あまり物理的意味が明らかでないが、我々の結論に近いのは興味深いことである。彼の議論によると、我々のいう円柱波同士の干渉は二光線効果であり、その他のパターンは三光線効果であるという。そして後者に属するものとして我々が提唱した球面波と円柱波の干渉に近いものを求めている。しかし三光線効果というのは理解しがたく、本論文に見るようにそれはやはり二光線効果で扱えるものである。いずれにしても物体の輪郭に角のある問題は数学的に扱いが困難であり、我々の論文も一つの近似モデルといえることができる。

謝 辞

本実験を行うに当たって、干渉パターンの撮影、シュミレーションにおいて、当研究室の卒業研究生、瀧川且康君、田中和彦君が助力された。

ここに感謝の意を表す。

参 考 文 献

- 1) H. ITO[^] and N. KANAI; Jpn. J. Appl. Phys (VOL. 27, No. 3, 1988)
- 2) 伊藤, 金井; 福井工業大学研究紀要 第18号
- 3) 吉原邦夫著, 物理光学, 岩波書店
- 4) K. Miyamoto and E. Wolf, J. Opt. Soc. Amer., 52 (1962), 615, 626
- 5) 関口; “回折電磁界のレーザシュミレーションによる観測と測定”(解説). 電子通信学会, 56. 6, 別刷 (昭48. 6)
- 6) A. B. Carlson; IEEE, Trans. Antennas and Propagation, Communications (1973) 121