

複探針法によるプラズマ電子密度計算への パソコンの利用

長 濱 治 男

Application of a Personal Computer to Calculation of Plasma Electron Density by D.P.M.

Haruo NAGAHAMA

In computing a plasma electron density by means of the double probe method (D.P.M), a personal computer not has been able to apply because a $\beta^2 - R_s/R$ curve by a equation of space charge limited current is used in the middle of the calculations.

The author has a try to numerize a $\beta^2 - R_s/R$ curve using a N88. BASIC and makes up the sub-program it. As a result, a personal computer be able to apply in computing a plasma electron density.

1. はじめに

筆者は円筒状放電管に高周波発振器の高周波コイルを巻いた誘導結合型高周波放電機構の基礎的研究と高周波放電プラズマの応用研究を行っている。

高周波放電プラズマの特徴は、 10^4 Pa程度の高ガス圧の放電が比較的安定に、かつ空間的に均一に行いやすいこと、また電極から出る不純物ガスの影響を除くことができ、純粋なガスでの放電が得られる、などである¹⁾。このため、高周波放電はプラズマCVDやプラズマ化学などに応用されている。

プラズマを有効に利用するためには、プラズマの物理的性質を支配するプラズマパラメータを知る必要がある。このためのプラズマ計測法としていろいろな方法がある。特に主要パラメータであるプラズマの電子温度 T_e と電子密度 n_e を正しく測定することがプラズマ計測の基本となる^{2), 3)}。

高周波放電のように放電電極を持たないために電極を基準電位に選べない場合や、プラズマが時間とともに変動するアフターグロープラズマのように、プラズマの空間電位が時間とともに変動するため基準電位があっても使用できない場合に、プラズマの温度、密度を簡単な操作で空間

的分解能よく測定する方法として複探針法がある^{3), 4)}。この方法では探針の形状が円筒および球状の場合、探針の周りに形成されるシースの影響が密度の計算に誤差として入らないように補正するため、空間電荷制限電流の式（付録(3)式）を用いて β^2 （シース半径 R_s と探針半径 R との関数）の値を求め、 β^2-R_s/R の較正曲線からシース半径を得て、プラズマ電子密度を算出している⁵⁾ので、計算処理は繁雑である。

パソコン（またはマイコン）が普及した現在、この計算方法をパソコンを用いて行う場合、 β^2-R_s/R 較正曲線からシース半径を求める過程で計算が中断するため、パソコンを電子密度の計算に利用する有用性がなかった。

本論文は、従来繁雑だった複探針法を用いるプラズマ電子密度計算処理をパソコンを用いて簡単に行う目的のため、パソコンユーザの利用度が高いN88 BASIC言語の文字配列機能を用いて β^2-R_s/R 較正曲線を数値処理化することを試み、これを副プログラムとして利用することで、パソコンを低密度、低温プラズマの電子密度計算に利用できるようになったことを報告するものである。

2. 複探針の電圧－電流特性測定回路

Fig. 1 (a) は高周波放電用に改良した複探針の電圧－電流特性（以下、 V_p-I_p 特性と称す）の測定回路である。

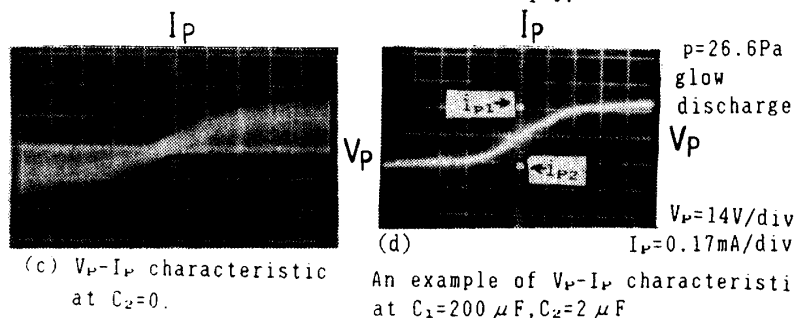
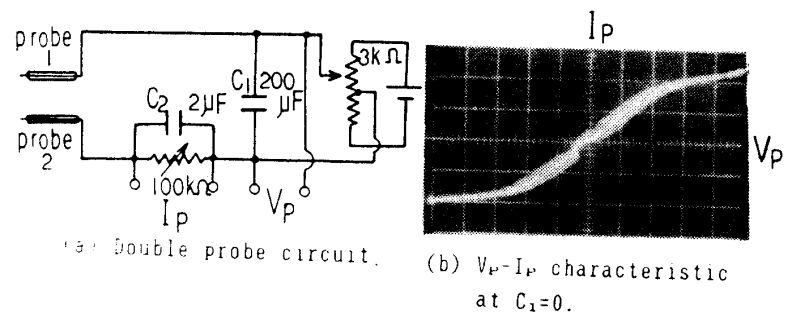


Fig. 1 V_p-I_p characteristic of double probe.

探針は直径0.5mmφ、長さ2mmのタングステン線で、探針間隔は4mmである。実験に使用している1MHzおよび13.5MHzの高周波発振器の発振管の陽極には全波整流された高電圧が印加されているので、高周波コイルに印加される高周波電圧は60Hzで振幅変調されている。このため、放電は1/60秒ごとに点滅するのでプラズマ電位も変化する。コンデンサ C_1 がなければ V_p-I_p 特

性はFig. 1 (b) のように V_p 軸に平行にぶれが生じる。そこで、プラズマ電位の変化が探針回路の直流電圧 V_p の変動として入ってこないようにするため、コンデンサ C_1 を入れてその値を決めて60Hzをバイパスしている。また、コンデンサ C_2 がなければ、60Hzおよび1 MHzまたは13.5MHzの高周波が電流軸に入ってくるので、 V_p-I_p 特性はFig. 1 (c) のように I_p 軸に平行にぶれが生じる。そこで、60Hzおよび使用高周波発振器の高周波成分が I_p 軸に入ってこないように除去するために、コンデンサ C_2 を入れてその値を決めている。Fig. 1 (d) は、 C_1 , C_2 の値を調整した後グロー状放電の状態、 I_p を抵抗降下による電圧でオシロスコープで測定した V_p-I_p 特性の一例である。このように、コンデンサ C_1 , C_2 の値を調整さえすれば、高周波放電でも直流放電での V_p-I_p 特性とほぼ同じ特性が得られる。

3. 電卓によるプラズマ電子密度の計算

2章で述べた V_p-I_p 特性からイオン電流 i_p を求め、さらに対数点跡法⁶⁾に従い、 V_p-I_p 特性を解析することから電子温度 T_e を求める。Fig. 2 は従来の電卓による電子密度計算の流れ図である。

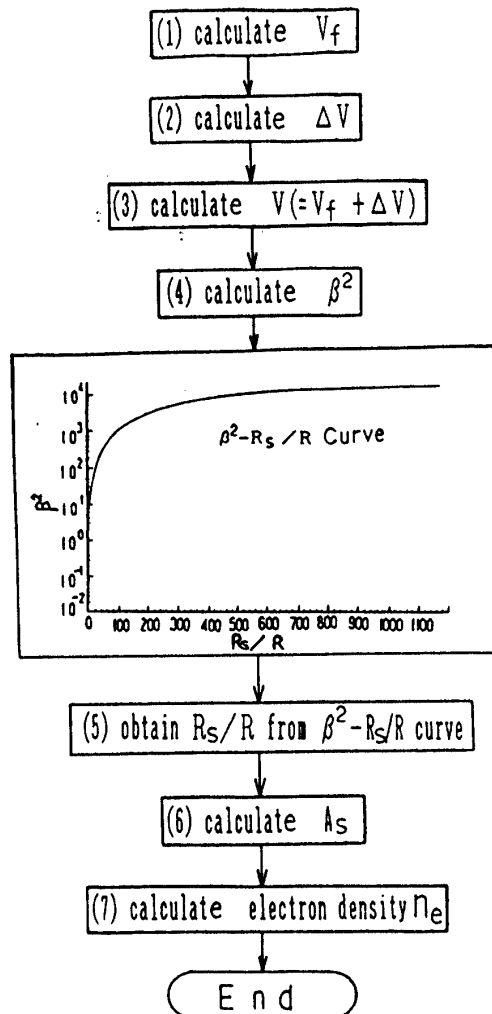


Fig. 2 Flow chart of electron density calculating program by electronic desk computer.

ここで、 V_f は浮遊電位、 V は探針とプラズマ間の電位差、 ΔV は探針電流 I_p が飽和電流値 i_{p1} に等しくなる時に、探針とプラズマ間の電位差 V の浮遊電位 V_f からのずれの程度を表わす量であり、 A_s はシースの表面積、つまり探針の有効面積である。なお、図中の各物理量の式を付録に示す。 i_{p1} の値は、 V_p-I_p 特性の第 I 象限において飽和曲線に引いた接線と I_p 軸の交点を求めることから得られる。イオン電流 i_p は β^2 の計算に、電子温度 T_e は浮遊電位 V_f の計算に用いる。また、イオン温度 T_p は350Kと仮定して使用している。これについては5.2節で述べる。電卓で計算する場合には一過程ずつ計算を進めていくので、流れ図の(4)から(5)の過程に進む時でも問題はない。しかし、パソコンを用いる場合には、過程(4)で計算がとぎれ、密度の算出まで連続して計算できないとの欠点があった。 β^2-R_s/R 校正曲線を数値化してデータ処理できれば、密度計算は連続してできるようになるのでパソコンを導入し活用できる有用性がでてくる。次章で β^2-R_s/R 校正曲線の数値化について述べる。

4. パソコンによるプラズマ電子密度の計算

4.1 β^2-R_s/R 校正曲線の数値化副プログラム

Fig. 2 の中で示されている β^2-R_s/R 校正曲線は、空間電荷制限電流の式における β^2 と R_s/R との関係の表⁷⁾をもとに作図したものである。この校正曲線を数値化する方法としていろいろな方法が考えられる。例えば、校正曲線の近似式を見つけ、近似式を入力しておき β^2 の値から R_s/R の値を求める方法、また β^2 の値に対する R_s/R の値を細かくとり、極めて多くのデータとして入力しておく方法などがある。しかし今回は、初めての数値化の試みであるので以下のような簡単な方法をとった。 β^2 の値から R_s/R の値を求める方法は後で詳しく述べるが、あらかじめ基準値としての β^2 に対する R_s/R の値をデータ文で入力しておき、計算された β^2 の任意値に対する R_s/R の値を基準値との比例配分から求める方法をとった。

校正曲線を数値化するために今までの実験結果を参考にして、 β^2 の値の下限として0.1、上限として 10^4 の値を決め、これらの値の間を β^2 の範囲とした。さらに β^2 の範囲を、 $0.1 \leq \beta^2 < 1$ (SEC 3), $1 \leq \beta^2 < 10$ (SEC 4), $10 \leq \beta^2 < 10^2$ (SEC 5), $10^2 \leq \beta^2 < 10^3$ (SEC 6), $10^3 \leq \beta^2 < 10^4$ (SEC 7) で定義する5つのセクションに分けた。各セクションにおいて、 β^2 の値に対する R_s/R の値の基準値をデータ文で与えておくため、さらにセクションを9区分した。これにより β^2 の全範囲を45区分したことになり、45個の β^2 の値に対する R_s/R の値が基準値として入力されることになる。校正曲線をN88 BASIC言語の文字配列機能を用いて数値化する副プログラムのうち、 β^2 の値の小さい範囲と大きい値の範囲からSEC 3 (Fig. 3) およびSEC 6 (Fig. 4) を選び、Fig. 3 およびFig. 4 に示した。

```

1480 ' case for .1 =<a1<1.0
1490 *SEC3
1500 'PRINT " 0.1<a1<1      a1=";A1
1510 MOJI$=STR$(A1)
1520 B$=LEFT$(MOJI$,5)
1530 B=VAL(B$)
1540 B=B*100
1550 B=INT(B+.5)
1560 B=B/100
1570 '
1580 '
1590 '
1600 ' ----- data
1610 '
1620 DIM NYA(10) :RESTORE 1730
1630 FOR I=1 TO 10
1640   READ NYA(I)
1650 NEXT
1660 A$=LEFT$(MOJI$,3)
1670 A=VAL(A$)*10
1680 '
1690 '
1700 '
1710 X=((B-(A*.1))*(NYA(A+1)-NYA(A))/.1)+NYA(A)
1720 'PRINT "a=";A,"b=";B,"x=";X
1730 DATA 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9, 2.0, 2.2
1740 RETURN

```

Fig. 3 Sub-program of numerized
 β^2 - R_s/R curve (SEC 3)

```

2300 ' case for 100=<a1<1000
2310 *SEC6
2320 'PRINT " 100=<a1<1000  a1=";A1
2330 MOJI$=STR$(A1)
2340 B$=LEFT$(MOJI$,4)
2350 B=VAL(B$)
2360 B=B/10
2370 B=INT(B+.5)
2380 '
2390 '
2400 '
2410 ' ----- data
2420 '
2430 DIM NYA(10) : RESTORE 2530
2440 FOR I=1 TO 10
2450   READ NYA(I)
2460 NEXT
2470 A$=LEFT$(MOJI$,2)
2480 A=VAL(A$)      ' : PRINT "a=";A
2490 '
2500 '
2510 '
2520 X=((B*10-(A*100))*(NYA(A+1)-NYA(A))/100)+NYA(A)
2530 'PRINT "a=";A,"b=";B,"x=";X
2540 DATA 18.0, 28.0, 37.0, 52.5, 60.5, 68.0, 75, 82
2550 RETURN

```

Fig. 4 Sub-program of numerized
 β^2 - R_s/R curve (SEC 6)

次に、Fig. 3 のプログラムについて説明する。前述したように、 β^2 の任意の大きさの計算値に対するRs/Rの値は基準値としてデータ文で入力されているRs/Rの値をもとに比例配分で求める方法をとっている。このため β^2 の基準値よりも1桁小さい任意値を求めるための文字列を与える処理過程（行番号1510～1560）と、 β^2 の基準値を求めるための文字列を与える処理過程（行番号1660～1670）とから構成されている。行番号1510は、後の4.2節に出てくるFig. 5の行番号1340で計算される β^2 の数値A1が表わす文字列を与える。行番号1520では、 β^2 の基準値よりも1桁小さい任意値を得るため、文字列の左側から5文字の長さの文字列を与えている。そして行番号1560で、行番号1340で計算された β^2 の計算値として小数第二位までの数値Bが求まる。次に、 β^2 の基準値（例えば、0.1、0.2などの小数第一位までの数値）を得るため、つまり前出のBよりも1桁大きい数値を作るための文字列を与え（行番号1660）、 β^2 の基準値としての数値Aを求める。これらの数値処理の結果、求めるべき β^2 の値、つまりBは β^2 の基準値Aと次の基準値（A+0.1）との間にあることがわかる。 β^2 の基準値Aに対するRs/Rの値がNYA（A）で、基準値（A+0.1）に対するRs/Rの値がNYA（A+1）である。これらの β^2 の基準値に対するRs/Rの値は行番号1730でデータ文で入力されているので、行番号1620から1640で順次これらのRs/Rの基準値を読みとっている。そして、Bに対するRs/Rの値、つまりXは2つの β^2 の基準値間を直線で近似し、三角形の相似則を利用して行番号1710で計算される。

その他のセクションにおいて同様の考え方でプログラムが組まれている。これら5つのセクションで表わされている β^2 -Rs/R較正曲線を数値処理化したプログラムを副プログラムとして用いている。

4.2 プラズマ電子密度の計算主プログラム

まず電卓を使用する方法と同様に、複探針のVp-Ip特性からイオン電流 i_p を求め、さらに対数点跡法⁶⁾に従い解析することから電子温度Teを求めておく。しかし、Teは土手氏の修正理論⁸⁾から求めておいてもよい。

Fig. 5 はプラズマ電子密度計算の主プログラムである。プラズマ生成用の試料ガスとしてH₂, He, Ne, Arの4種類のガスを使用しているので、各ガスによるイオンの平均熱運動速度VPおよびイオン質量Mなどの物理諸量の値はデータとして入力されており、ガスの種類を選択して計算できる。また、 β^2 -Rs/R較正曲線の数値処理および密度計算では電卓と同程度の有効桁数が得られればよいので、数値定数は単精度型を採用している。Fig. 6 はプラズマ電子密度計算の流れ図である。ガスの種類を選択し、イオン電流 i_p および電子温度Teを入力すると、行番号1360の β^2 の計算まで実行される。この β^2 の値が4.1節で述べた5つのセクションのうちどのセクションに入っているかを判断し、該当するセクションの副プログラムにGOSUB命令文で飛ばす。そして、 β^2 の計算値に対するRs/Rの値Xを計算して求めた後、リターン文で再び主プログラムに戻し、改めてXをRs/Rで定義し直してから計算を続行させ、電子密度 n_e を計算している。

```

1000 '
1010 LOCATE ,,1:ANS=0:IPA=0:IPB=0:TEA=0:TEB=0
1020 CONSOLE 0,25,1,1 : WIDTH 80,25
1030 CLS :PRINT "Please wait !":CMD
1035 CLS
1040 LOCATE 1,1 : PRINT "Select gas number..."
1050 LOCATE 10,3 : PRINT "H2 ..... (1)"
1060 LOCATE 10,4 : PRINT "Ne ..... (2)"
1070 LOCATE 10,5 : PRINT "He ..... (3)"
1080 LOCATE 10,6 : PRINT "Ar ..... (4)"
1090 LOCATE 38,7 : PRINT "INPUT"
1100 LOCATE 45,7 : INPUT ANS
1110 CLS
1120 IF ANS=1 THEN GOTO *H2
1130 IF ANS=2 THEN GOTO *NE
1140 IF ANS=3 THEN GOTO *HE
1150 IF ANS=4 THEN GOTO *AR
1155 BEEP : GOTO 1035
1160 *H2
1170 GA$="H2" : VP=1890! : TPM=.0937 : MM=.0164 : GOTO *S.NEXT
1180 *NE
1190 GA$="Ne" : VP=606! : TPM=.00951 : MM=.00521 : GOTO *S.NEXT
1200 *HE
1210 GA$="He" : VP=1360! : TPM=.048 : MM=.0117 : GOTO *S.NEXT
1220 *AR
1230 GA$="Ar" : VP=427! : TPM=.0048 : MM=.0037 : GOTO *S.NEXT
1240 *S.NEXT
1250 PRINT " I(p)= ♠E-♥ " : PRINT
1260 INPUT " ♠=":IPA : INPUT " ♥=":IPB : IP=IPA*10^(-IPB)
1270 PRINT
1280 PRINT " Te = ♠E+♥ " : PRINT
1290 INPUT " ♠=":TEA : INPUT " ♥=":TEB : TE=TEA*10^TEB
1295 IF TPM=0 OR TE=0 THEN BEEP : GOTO 1035
1300 VF=(-.0000431)*TE*(LOG(TPM)-LOG(TE))
1310 DELTA=(-.693)*TE/(11600)
1320 V=VF+DELTA
1330 V1=SQR(V)*SQR(V)*SQR(V)
1340 BETA2=(1.466E-05)*MM*8*V1/IP
1350 ' print "beta2=":beta2
1360 A1=BETA2
1370 '
1380 '
1390 '
1400 IF A1>=.1 AND A1<1 THEN GOSUB*SEC3 : GOTO *DTA.SYORI
1410 IF A1>=1 AND A1<10 THEN GOSUB*SEC4 : GOTO *DTA.SYORI
1420 IF A1>=10 AND A1<100 THEN GOSUB*SEC5 : GOTO *DTA.SYORI
1430 IF A1>=100 AND A1<1000 THEN GOSUB*SEC6 : GOTO *DTA.SYORI
1440 IF A1>=1000 AND A1<10000 THEN GOSUB *SEC7 : GOTO *DTA.SYORI
1450 IF A1>=10000 THEN GOSUB *BIG : GOTO 1000
1460 GOSUB *SMALL : GOTO 1000
1470 END

2770 *DTA.SYORI
2780 A2=X
2790 RS=A2*(.00025)
2800 AS=(3.14E-06)*A2
2810 ELECT=(IP/AS)*(4/(1.6E-19*1890!))

```

Fig. 5 Main program of electron density calculation.

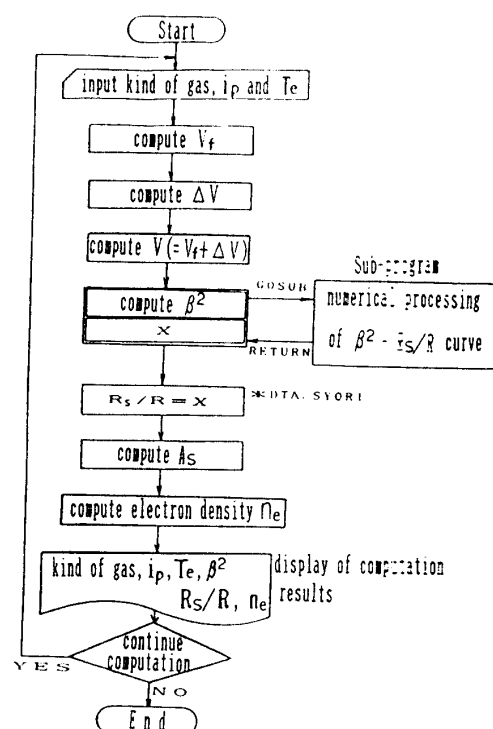


Fig. 6 Flow chart of electron density calculating program by personal computer.

4.3 計算の実行結果

Table 1 は計算を実行する場合に入力するイオン電流 i_p , 電子温度 T_e とサンプル番号の関係を示したものである。

Sample No.	i_p (μA)	T_e ($\times 10^4$ K)
1	0.85	11.00
2	2.00	7.30
3	4.75	9.30
4	27.50	8.40
5	51.30	11.00
6	155.00	9.50
7	950.01	9.88
8	2200.00	12.30
9	3700.00	14.20

Table 1 Relationship between sample number and i_p , T_e .

校正曲線を数値処理化した副プログラムの計算精度を調べるため、 β^2 の5つのセクションに対応する値を従来の電卓での計算結果をもとに選び出し、 β^2 の値の大きい順にサンプル番号をつけた。Fig. 7は計算の実行結果の表示例（サンプル番号5）である。

```

Kind of gas= H2
I p = .0000513
T e = 110000
 $\beta^2$  = 17.2895
Rs/R = 7.11
Electron density = 3.03946E+16
Do you want to try it again (y/n) ?
    
```

Fig. 7 A display example of computation results (sample 5)

電流の単位はA，電子温度の単位はK，電子密度の単位は m^{-3} である。またTable 2は，電卓を用いた場合（D）とパソコンを用いた場合（P）の β^2 ， R_s/R および電子密度 n_e の計算結果とそれらの誤差率を示している。

Sample No.	β^2			R_s/R			Electron density $n_e (\text{m}^{-3})$		
	D	P	Error(%)	D	P	Error(%)	D	P	Error(%)
1	1041.52	1043.47	0.187	91.00	88.11	-3.176	3.85×10^{13}	4.06×10^{13}	5.556
2	228.10	228.14	0.016	30.20	30.70	1.656	2.79×10^{14}	2.74×10^{14}	-1.636
3	142.00	142.26	0.003	21.80	22.00	0.917	9.18×10^{14}	9.10×10^{14}	-0.909
4	20.80	20.83	0.168	7.90	8.00	1.266	1.47×10^{16}	1.45×10^{16}	-1.491
5	17.26	17.28	0.171	7.00	7.11	1.571	3.09×10^{16}	3.04×10^{16}	-1.555
6	4.51	4.51	0.059	4.20	3.90	-7.143	1.57×10^{17}	1.67×10^{17}	6.688
7	0.78	0.78	0.588	1.90	1.98	4.211	2.10×10^{18}	2.02×10^{18}	-3.753
8	0.48	0.48	0.219	1.50	1.68	12.000	6.17×10^{18}	5.52×10^{18}	-10.714
9	0.36	0.36	0.095	1.40	1.56	11.429	1.11×10^{19}	9.99×10^{18}	-10.254

Percentage error = $\frac{P-D}{D} \times 100 (\%)$

Used symbols P.Q:physical quantities, C.V:calculated values
D :calculated value by electronic desk computer
P :calculated value by personal computer

Table2 Computation results and percentage error.

5. 検討

5.1 計算結果の検討

計算精度を調べるために5つのセクションからサンプルを出したが，特に β^2 の値が小さいセクションに重点をおいた。 β^2 の値は，電卓，パソコンともに同じ式の計算であり，異なる点は有効数字の桁数だけであるので，誤差率はすべて0.6%以下となった。次に R_s/R では，電卓によ

る計算がFig. 2 の β^2-Rs/R 校正曲線をそのまま使用しているのに対して、パソコンによる計算では4.1節で述べたように校正曲線を数値処理化し、近似計算から Rs/R の値を得ている。このため、 β^2 の値の小さいセクションでは校正曲線の変化量 $\Delta \beta^2 / \Delta (Rs/R)$ が大きいため、直線近似の誤差が大きくなる結果、 Rs/R の誤差が2例で約12%と大きくなったものと考えている。しかし、 β^2 の値が小さいセクションでは誤差率も約±3%以下と小さい。また、電子密度 n_e も β^2 の値の小さいセクション3の2例だけ約-10%の誤差率となったが、7例は±6%以下である。それゆえ、 β^2-Rs/R 校正曲線の文字配列機能数値化副プログラムは実用上問題はないものと考えられる。

5.2 プログラムの検討

本プログラムは低密度、低温度状態のプラズマを対象としている。このため、イオンの平均熱運動速度は $\langle v_p \rangle$ は

$$\langle v_p \rangle = (8 \kappa T_p / \pi M)^{1/2} \quad (1)$$

で表わされる⁹⁾ので、イオン温度 T_p は中性ガス温度 T_g と同程度の $T_p = 350\text{K}$ と仮定して使用した。そして、あらかじめ各試料ごとに計算された $\langle v_p \rangle$ の値 VP をデータとして入力している。しかし、 T_p を変数として入力し、そして $\langle v_p \rangle$ を計算するようなプログラムにすれば、さらに対象とするプラズマの範囲が広がる。

次に、探針の長さ L が2mmになるようにノギスで確認しながら複探針を製作しているので、探針の長さと半径の比 L/R は定数として用いた。このように、本プログラムでは、かなりの物理量の値をあらかじめ計算しておきデータとして入力しておくか、または計算式中で定数として用いる方法をとった。しかし、変数として入力できるようなプログラムを作るのは容易であるので、利用者の便利な方法にプログラムを変えてもよい。

本プログラムの計算精度を高めるためには、 β^2-Rs/R 校正曲線を数値処理化する場合、4.1節で述べた一定間隔、固定データ方式をやめ、より多くの β^2 、 Rs/R の値を読みとりデータとして入力し利用するような方式に改めればよい。また、数値定数を単精度型から倍精度型に変更すれば、計算時間は少しかかるかもしれないが、計算精度は高くなる。

本プログラムは、1入力、1出力形である。これを配列変数機能DIM文を用いて、多数のデータを一括入力し、計算結果を作表させるようなプログラムに変更すれば、データ処理は楽になる。

6. ま と め

複探針法によるプラズマ電子密度の計算にパソコンを利用する目的で、空間電荷制限電流の式における β^2-Rs/R 校正曲線をN88 BASICの文字配列機能を用いて数値処理化するプログラムを開発し、副プログラムとして計算に用いた。そして、副プログラムの精度を確かめるため、従来の電卓を用いた場合の結果と比較した。その結果、本プログラムは、複探針法でプラズマ計算を行っている研究者、技術者が実用上十分に利用できることがわかった。また、本プログラムを使

用することにより、1計算の所要時間は10秒となり、電卓を使用していた計算時間とくらべて計算時間は1/30に短縮され、早く正確に計算できる有用性が得られた。

最後に、本プログラム作成に当り助言を戴いた三谷商事(株)電子機器部の松田浩一郎氏に感謝の意を表します。また、終始有益なご指導をいただきました関西大学工学部電子工学科の高元嘩夫博士に感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 佐藤浩之助：電学誌107 (1987) 1103
- 2) 藤田 順 治：核融合研究52 (1984) 33
- 3) 堤 井 信 力：真空31 (1988) 48
- 4) 武田 進：プラズマの基礎 (朝倉書店, 1969) 203
- 5) E.O.Jhonson & L.Malter：Phys. Rev80 (1950) 58
- 6) 5)と同じ：Phys. Rev80 (1950) 61
- 7) W.G.Dow (森田 清他訳)：電子工学の基礎Ⅱ (共立出版, 1963) 573
- 8) 土手 敏 彦：理研報告44 (1966) 119
- 9) 八 田 吉 典：気体放電 (近代科学社, 1964) 14

<付録>

浮遊電位 V_f は

$$V_f = (-kTe/2q) \times \log_e (T_p m/TeM) \quad (\text{付1) 式}$$

である。ただし、 m は電子の質量である。 V の V_f からのずれの量 ΔV は

$$\Delta V = -0.693 \times (kTe/q) \quad (\text{付2) 式}$$

である。

空間電荷制限電流の式を β^2 について書き直すと、

$$\beta^2 = 14.66 \times 10^{-8} \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2} \left(\frac{LV^{3/2}}{R i_p} \right) \quad (\text{付3) 式}$$

となる。シース面積 A_s は

$$A_s = 2 \pi R s L \quad (\text{付4) 式}$$

である。よって電子密度 n_e は

$$n_e = n_p = \frac{i_p}{A_s} \cdot \frac{4}{q \langle v_p \rangle} = \frac{i_p}{(q^2 k T_p / 2 \pi M)^{1/2} A_s} \quad (\text{付5) 式}$$

で求まる。ただし、 n_p はイオン密度である。