

放電管の陰極降下からマイクロ波 異常放射——理論的考察 2

長 浜 治 男

Anomalous Microwave Radiations Emitted from Cathode Fall of Discharge Tubes, Theoretical Consideration 2

Haruo NAGAHAMA

When the external electric and magnetic fields that are applied discharge tubes are perpendicular to each other, it find that very large microwave radiations from cathode fall of discharge tubes are emitted perpendicular to these electric and magnetic fields, and investigate properties of it.

In the previous paper,⁽¹⁾ theoretical results are different a part from experimental results.

In this paper, then a dispersion equation is obtained from a up to date idea. As a result, it find that a range of the external magnetic field that theoretically anomalous microwave radiations occur are in approximate agreement with experiment results.

第1章 緒 言

筆者は前に放電管に外部から電界および磁界をたがいに垂直に加えた時、放電管の陰極降下から異常に電力の大きなマイクロ波が放射されていることをつきとめ、この現象を調らべる一方、この原因を理論的に考察してきた。⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾もう一度、異常放射の性質を要約しておく、

- (1) 陰極降下からの放射に特有の現象で、陽光柱プラズマからの放射には見られない。
- (2) ラムザウア効果の大きい A_r , H_e ガスの場合には負吸収現象にもとづく異常放射が考えられるが⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾, N_e ガスにおいても発生が見とめられた。これらのことから異常放射はガスの種類に無関係に発生するので、負吸収現象と違う性質のものである。
- (2) 外部磁界に関して、異常放射はハイブリッド共鳴点 ($\omega_c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$) と、サイクロトロン共鳴点 (ω_c) をこえたかなり広い ($\omega_c > \omega$) 磁界範囲で発生する。
- (4) 放電電圧—電流特性の計算結果から陰極降下の厚みは約 10^{-4}m , 陰極降下の電界強度は 10^5V/m , 電子ビームのドリフト速度は 10^6m/sce 程度と推定できる⁽⁸⁾。

この異常マイクロ波放射の原因として、陰極降下部分に大きな電界が存在し、この電界に垂直な磁界をかけているので、マグネトロンと同じように電子ビームが存在するため、この電子ビームの不安定性にもとづく発振現象であると考えた。しかし、理論的考察より得られた異常放射の磁界範囲 ($\omega_c > \omega$) と実験のそれ ($\omega_c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$, $\omega_c > \omega$) とは一部違った。この違った原因として、放電現象には陰極降下や陽光柱も存在しているが、主として陰極降下における電子ビームのふるまいを解析したためであろう。そこで今回は、陽光柱と陰極降下が相互的に作用をおよぼし合っていると考え、理論的考察を行なう。

第2章 理論的考察

陽光柱部分の波は陰極降下部分で発生する電子ビームにより誘起される電流にもとづくものである。この誘起電流により生じた陽光柱プラズマ中の波と陰極降下中の電子ビームとが相互作用した結果ある条件のもとで電子ビームとプラズマ粒子のコヒーレントな振動の増加を導くことになる。

図1は理論的考察に用いるモデル図である。

外部直流電磁界の大きさおよび方向は E_0 , B_0 および x , y とし、また電子のドリフト方向と波の進行方向はともに z 方向とする。

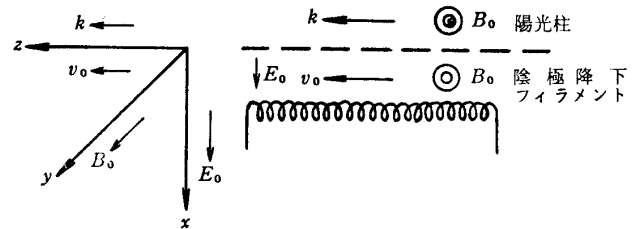


図1 理論的考察に用いるモデル図

分散式は図2の順序にしたがいローレンツの運動方程式とエネルギー保存式およびマクスウェルの電磁方程式より求めるが、式を簡単にするため次の仮定を設ける。

- (1) プラズマは Cold Plasma である。
- (2) 荷電粒子と中性粒子間の衝突は無視できる。
- (3) 図1のモデルにおいて、プラズマ系は均一である。
- (4) 添字“0”は直流分であり、添字“1”, “2”で表わす1次の量は時間的、空間的に $\exp j(\omega t - kz)$ で変化している。
- (5) 摂動計算は1次の量までとする。

これより図2の順序にしたがい計算を進めていく。

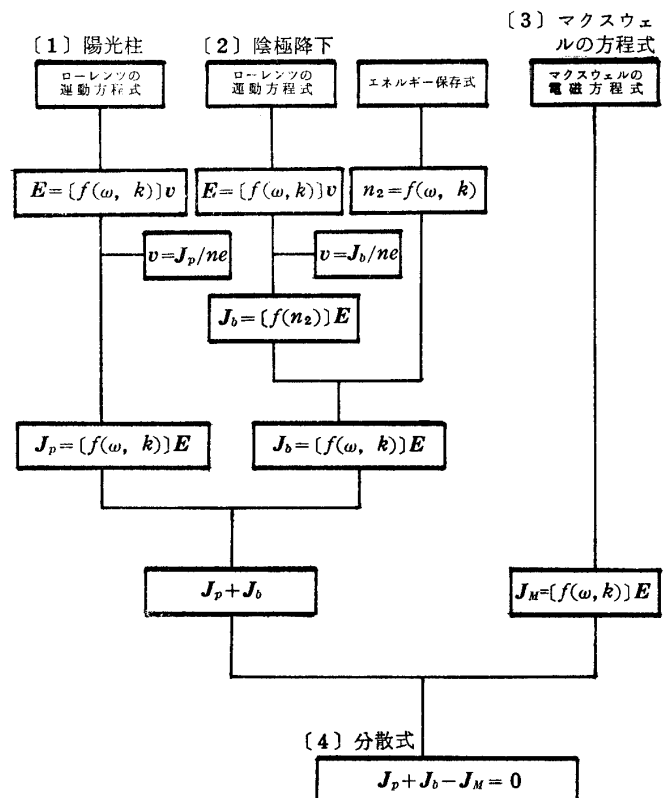


図2 分散式誘導のフローチャート図

〔1〕 陽光柱における方程式

異常放射の性質の要約のところで述べたように、陽光柱にかかる電界は陰極降下にかかる電界にくらべて小さいのでこれを見捨てて考える。陽光柱では電界が存在しないので電子ビームは存在できない。それゆえ、陽光柱における電磁界と粒子の速度および密度は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{v}_1, \quad n = n_0 + n_1 \\ \mathbf{E} &= \mathbf{E}_1, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

になる。

図1の座標系において質量 m 、電荷 e をもつ粒子が速度 \mathbf{v} をもって電磁界中を運動するとき、その粒子は電磁界によりローレンツの力

$$m n \frac{d\mathbf{v}}{dt} = n e (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2)$$

をうける。(1) 式を (2) 式に代入すると、

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j\omega m/e & 0 & m\omega_c/e \\ 0 & j\omega m/e & 0 \\ -m\omega_c/e & 0 & j\omega m/e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{1x} \\ v_{1y} \\ v_{1z} \end{pmatrix} \quad (3)$$

が得られる。 \mathbf{v} を \mathbf{J}_p に変換するため電流密度の式

$$\begin{pmatrix} J_{px} \\ J_{py} \\ J_{pz} \end{pmatrix} = n_0 e \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{1x} \\ v_{1y} \\ v_{1z} \end{pmatrix} \quad (4)$$

を用いる。(4) 式を (3) 式に代入すると、

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{1}{n_0 e} \begin{pmatrix} j\omega m/e & 0 & m\omega_c/e \\ 0 & j\omega m/e & 0 \\ -m\omega_c/e & 0 & j\omega m/e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_{px} \\ J_{py} \\ J_{pz} \end{pmatrix} \quad (5)$$

が得られる。

$[J_{px}, J_{py}, J_{pz}]$ について解くために (5) 式の両辺に、

$$\begin{pmatrix} j\omega m/e & 0 & m\omega_c/e \\ 0 & j\omega m/e & 0 \\ -m\omega_c/e & 0 & j\omega m/e \end{pmatrix}^{-1}$$

を乗じ整理すると、

$$\begin{pmatrix} J_{px} \\ J_{py} \\ J_{pz} \end{pmatrix} = -j\omega\varepsilon_0 \begin{pmatrix} -\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 & -j\frac{\omega_c}{\omega} \cdot \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \\ 0 & \frac{\omega_{p1}^2}{\omega^2} & 0 \\ j\frac{\omega_c}{\omega} \cdot \frac{\omega_{p1}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} & 0 & -\frac{\omega_{p1}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (6)$$

が得られる。(6) 式が陽光柱におけるローレンツの運動方程式である。

〔2〕 陰極降下における方程式

陰極降下における電磁界と粒子の速度および密度は

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_2, & \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{v} &= \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_2, & n &= n_0 + n_2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

になる。陰極降下においても粒子はローレンツの力

$$mn \frac{d\mathbf{v}}{dt} = ne (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (8)$$

を受ける。(7) 式を(8) 式に代入すると、

$$\begin{aligned} mn \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= n_0 e (E_0 - v_0 B_0) \mathbf{i} + \{(n_0 e E_x + n_2 e E_0) - n_0 e (v_0 B_{2y} + v_{2z} B_0) - n_2 e v_0 B_0\} \mathbf{i} \\ &+ n_0 e (E_y + v_0 B_{2x}) \mathbf{j} + n_0 e (E_z + v_{2x} B_0) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (9)$$

が得られる。(9) 式における 0 次の摂動項を、 $n_0 e (E_0 - v_0 B_0) = 0$ とおくことから、 $v_0 = E_0/B_0$ が得られ、陰極降下中に電子ビームが存在していることを示している。(9) 式を一次の摂動項で書き改めると、

$$\begin{aligned} mn \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= \{(n_0 e E_x + n_2 e E_0) - n_0 e (v_0 B_{2y} + v_{2z} B_0) - n_2 e v_0 B_0\} \mathbf{i} \\ &+ n_0 e (E_y + v_0 B_{2x}) \mathbf{j} + n_0 e (E_z + v_{2x} B_0) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (10)$$

になる。(10) 式において、 B_{2x} 、 B_{2y} が未知数であるからマクスウェルの電磁方程式 $\text{rot } \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t$ を用いて求めると、

$$\left. \begin{aligned} B_{2x} &= -k E_y / \omega \\ B_{2y} &= k E_x / \omega \\ B_{2z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

が得られる。

(8) 式左辺は(7) 式より

$$mn \frac{d\mathbf{v}}{dt} = jmn_0 (\omega - kv_0) v_{2x} \mathbf{i} + jmn_0 (\omega - kv_0) v_{2y} \mathbf{j} + jmn_0 (\omega - kv_0) v_{2z} \mathbf{k} \quad (12)$$

になる。(10) (11) および (12) 式より

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{j\omega m}{e} & 0 & \frac{m}{e} \cdot \frac{\omega\omega_c}{(\omega - kv_0)} \\ 0 & \frac{j\omega m}{e} & 0 \\ -\frac{m\omega_c}{e} & 0 & \frac{j m (\omega - kv_0)}{e} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{2x} \\ v_{2y} \\ v_{2z} \end{pmatrix} \quad (13)$$

が得られる。

電流密度の式 $\mathbf{j}_b = nev$ より,

$$\left. \begin{aligned} J_{bx} &= n_0 e v_{2x} \\ J_{by} &= n_0 e v_{2y} \\ J_{bz} &= n_0 e v_{2z} + n_2 e v_0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

が得られる。しかし, n_2 は未知数であるのでエネルギー保存の式⁽⁹⁾

$$\operatorname{div} \left[\mathbf{E} \times \mathbf{H} + \frac{1}{2} n m v^2 \mathbf{v} \right] = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon_0 \mathbf{E}^2 + \mu_0 \mathbf{H}^2 + n m v^2) \quad (15)$$

を用いて n_2 を求めると,

$$n_2 = -\frac{n_0}{v_0} \cdot \frac{(3kv_0 - 2\omega)}{(kv_0 - \omega)} v_{2z} - \frac{2E_0}{m\mu_0\omega v_0^2} \cdot \frac{(k^2 - \omega^2/c^2)}{(kv_0 - \omega)} E_x \quad (16)$$

が得られる。ここで, $c^2 = 1/\epsilon_0\mu_0$ である。

(13) (14) および (16) 式より

$$\begin{pmatrix} J_{bx} \\ J_{by} \\ J_{bz} \end{pmatrix} = n_0 e \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ j \frac{2\epsilon_0 m \omega_c}{n_0 e^2} \cdot \frac{(k^2 c^2 - \omega^2)}{(\omega - kv_0)} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{2x} \\ v_{2y} \\ v_{2z} \end{pmatrix} - \left\{ \left(1 - \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right) - \frac{2\epsilon_0 m \omega_c^2}{n_0 e^2} \cdot \frac{(k^2 c^2 - \omega^2)}{(\omega - kv_0)^2} \right\} \begin{pmatrix} v_{2x} \\ v_{2y} \\ v_{2z} \end{pmatrix} \quad (17)$$

が得られる。

つぎに、(13) 式の逆マトリクスは

$$\begin{pmatrix} v_{2x} \\ v_{2y} \\ v_{2z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{j\omega m}{e} & 0 & \frac{m}{e} \cdot \frac{\omega\omega_c}{(\omega - kv_0)} \\ 0 & \frac{j\omega m}{e} & 0 \\ -\frac{m\omega_c}{e} & 0 & \frac{j m(\omega - kv_0)}{e} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (18)$$

になる。

(18) 式を (17) 式に代入すると、

$$\begin{pmatrix} J_{bx} \\ J_{by} \\ J_{bz} \end{pmatrix} = -j\omega\varepsilon_0 \begin{pmatrix} -\frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2} \cdot \frac{(\omega - kv_0)}{\left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}} & 0 & \frac{\omega_{p2}^2}{\omega^2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -j \frac{\omega_c \left\{ 2(k^2 c^2 - \omega^2) + \left(1 - \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right) \omega_{p2}^2 - \frac{2\omega_c^2(kc - \omega^2)}{(\omega - kv_0)^2} \right\}}{\omega^2 \left\{ \frac{\omega_c^2}{(\omega - kv_0)} - (\omega - kv_0) \right\}} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$-j \frac{\omega_c}{\omega} \cdot \frac{\omega_{p2}^2}{(\omega - kv_0) \left\{ \frac{\omega_c^2}{(\omega - kv_0)} - (\omega - kv_0) \right\}} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

$$\frac{\omega_{p2}^2 \left(1 - \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right)}{\omega \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

が得られる。(19) 式が陰極降下におけるローレンツの運動方程式である。

〔3〕 マクスウェルの電磁方程式

マクスウェルの電磁方程式および磁界そして電流密度は、

$$\text{rot } \mathbf{E} = - \partial \mathbf{B} / \partial t \quad (20)$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 \quad (21)$$

$$\mathbf{J}_M = \mathbf{J}_p + \mathbf{J}_b \quad (22)$$

になる。

(20) 式の rot をとり (21) および (22) 式を代入すると

$$\begin{aligned}
k^2 E_x \mathbf{i} + k^2 E_y \mathbf{j} = & (\mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 E_x - j\omega \mu_0 J_{Mx}) \mathbf{i} \\
& + (\mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 E_y - j\omega \mu_0 J_{My}) \mathbf{j} + (\mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 E_z - j\omega \mu_0 J_{Mz}) \mathbf{k}
\end{aligned} \quad (23)$$

が得られる。

(23) 式を $[J_{Mx}, J_{My}, J_{Mz}]$ についてまとめると

$$\begin{pmatrix} J_{Mx} \\ J_{My} \\ J_{Mz} \end{pmatrix} = j\omega \varepsilon_0 \begin{pmatrix} \frac{k^2 c^2 - \omega^2}{\omega^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{k^2 c^2 - \omega^2}{\omega^2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (24)$$

が得られる。

〔4〕 分散式の誘導

陽光柱と陰極降下の結合は電流結合であるので、分散式は $[(6) + (19) - (24) = 0]$ を計算して求めればよい。

この結果、正常波の分散式は

$$\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2 + k^2 c^2 - \omega^2 = 0 \quad (25)$$

になる。

異常波の分散式は

$$\begin{aligned}
& \frac{\omega^4 \omega_{p1}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}^2 + \frac{\omega^4 \omega_{p1}^4}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2} \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}^2 \\
& - \frac{\omega^3 \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2 \left(1 - \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right) \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}}{\omega_c^2 - \omega^2} + \omega^2 \omega_{p2}^2 (\omega - kv_0) \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\} \\
& + \frac{\omega^2 \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \cdot (\omega - kv_0) \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\} - \omega \omega_{p2}^4 \left(1 - \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right) (\omega - kv_0) \\
& - \omega^4 \left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 \right) \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}^2 - \frac{\omega^4 \omega_{p1}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \cdot \left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 \right) \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}^2 \\
& + \omega^3 \omega_{p2}^2 \left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 \right) \left(1 - \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right) \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\} - \frac{\omega^2 \omega_c^2 \omega_{p1}^4}{(\omega_c^2 - \omega^2)^2} \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}^2 \\
& + \frac{\omega \omega_c^2 \omega_{p1}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\} \left\{ 2\omega^2 \left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 \right) + \left(1 - \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right) \omega_{p2}^2 - \frac{2\omega_c^2 \omega^2 \left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 \right)}{(\omega - kv_0)^2} \right\} \\
& + \frac{\omega \omega_c^2 \omega_{p2}^2}{\omega - kv_0} \left\{ 2\omega^2 \left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 \right) + \left(1 - \frac{kv_0}{\omega - kv_0} \right) \omega_{p2}^2 - \frac{2\omega_c^2 \omega^2 \left(\frac{k^2 c^2}{\omega^2} - 1 \right)}{(\omega - kv_0)^2} \right\} \\
& - \frac{\omega^2 \omega_c^2 \omega_{p1}^2 \omega_{p2}^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \cdot \frac{\left\{ \frac{\omega_c^2}{\omega - kv_0} - (\omega - kv_0) \right\}}{(\omega - kv_0)} = 0
\end{aligned} \quad (26)$$

になる。

(16) 式より密度変調 n_2 は

$$kv_0 \simeq \omega \quad (27)$$

のとき最大になるので、この場合について不安定性を考える。

前号で報告したように⁽¹⁰⁾,

$$\omega_{p1}^2/\omega^2 < 1, \quad \omega_{p2}^2/\omega^2 < 1 \quad (28)$$

および,

$$k^2 c^2/\omega^2 \gg 1 \quad (29)$$

が成立する。

(27) 式を適用すると $(\omega - kv_0)^3$ の項が近似的に省略でき、(28) 式を適用すると ω_{p1}^4/ω^4 , ω_{p2}^4/ω^4 , $\omega_{p1}^2\omega_{p2}^2/\omega^4$ の各項が近似的に省略でき、(29) 式を適用すると $(k^2 c^2/\omega^2 - 1)$ の項が近似的に省略できるので、省略後の異常波の分散式は

$$\begin{aligned} & 2 \left\{ 2\omega_{p2}^2 + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right\} (\omega - kv_0)^2 - \omega \left\{ (\omega_{p2}^2 + \omega_c^2) + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right\} (\omega - kv_0) \\ & - 2\omega_c^2 \left\{ \omega_{p2}^2 + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (30)$$

になる。

(30) 式を k について解くと,

$$\begin{aligned} kv_0 = \omega + & \frac{-\omega \left\{ (\omega_{p2}^2 + \omega_c^2) + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right\} \mp \sqrt{\omega^2 \left\{ (\omega_{p2}^2 + \omega_c^2) + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right\}^2}}{2 \left\{ 2\omega_{p2}^2 + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right\}} \\ & \cdot \frac{+16\omega_c^2 \left(2\omega_{p2}^2 + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right) \left(\omega_{p2}^2 + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right)}{4 \left(2\omega_{p2}^2 + \frac{\omega_{p1}^2 \omega_c^2}{\omega_c^2 - \omega^2} \right)} \end{aligned} \quad (31)$$

が得られる。

(30) 式または (31式) を $\omega-k$ 平面上に作図したのが図3である。図3(a)の $\omega_c^2 > 3\omega_{p2}^2$ の場合、斜線の範囲ですべての実数の ω に対して実数の k が存在し、実数の k に対して ω の複素数が存在する。この範囲内において、波の振幅が一定の空間で時間的に増加するという不安定性 [Absolute instability] が存在し、発振が可能である。

つぎに、二重斜線の範囲で実数の ω に対して k の複素数が存在し、実数の k に対して ω の複素数が存在する。この範囲内において、波の振幅が空間のあらゆる点で時間的に増加するという不安定性 [Convective instability] が存在し、増幅が可能である。

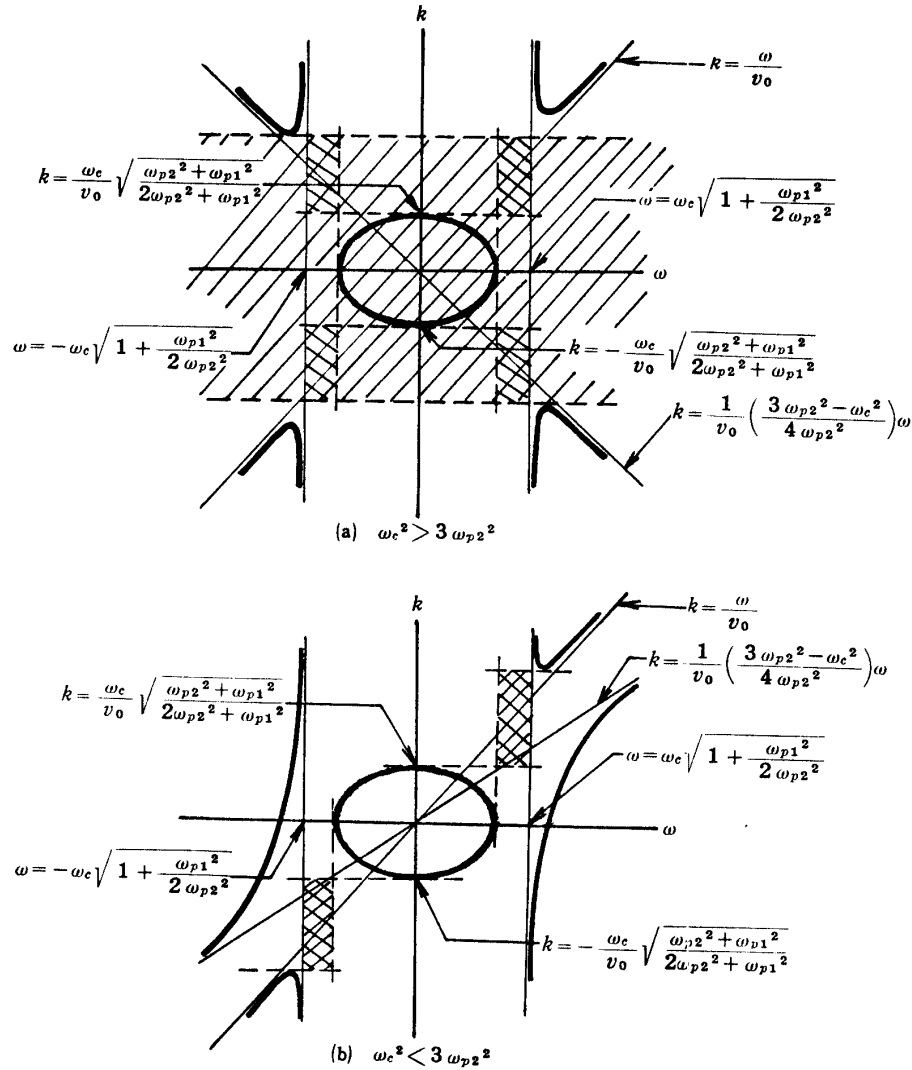


図3 (30) 式又は (31) 式の分散関係

図3(b)の $\omega_c^2 < 3\omega_{p2}^2$ の場合、斜線の範囲でも **Convective instability** が存在し、増幅が可能である。

〔5〕 不安定波の磁界範囲

分散式の作図より不安定波の種類および存在がわかったので、つぎにこれらの不安定波が発生する磁界範囲を求める。まず、**Absolute instability** の存在する磁界範囲を求める。磁界範囲は分散式(30)式を ω について解き、 ω が複素数になる条件を求めればよいが、(30)式は ω の降べき順に $a_0\omega^4 + a_1\omega^3 + a_2\omega^2 + a_3\omega + a_4 = 0$ なる形をしているので解を求めることは大変困難なので近似的に求めてみる。

図3(a)より実数の k に対して ω が複素数になる範囲として、

$$\omega < \omega_c \sqrt{1 + \frac{\omega_{p1}^2}{2\omega_{p2}^2}} \quad (32)$$

が得られ、根号の中は実験的に約 1.5 の大きさであるから、(32) 式は近似的に

$$\omega_c / \omega > 0.8 \quad (33)$$

になる。

つぎに、

$$\omega < \sqrt{\frac{-\omega_c^2(5\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2 - \omega_c^2) + \sqrt{\omega_c^4(5\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2 - \omega_c^2)^2 + 8\omega_c^4(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2)(\omega_c^2 - 3\omega_{p2}^2)}}{2(\omega_c^2 - 3\omega_{p2}^2)}} \quad (34)$$

が得られるが、近似的に $8(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2)(\omega_c^2 - 3\omega_{p2}^2) / (\omega_c^2 - 5\omega_{p2}^2 - \omega_{p1}^2) < 1$ であるので、(34) 式を二項定理を用いて整理すると、

$$\omega > \omega_c \sqrt{\frac{2(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2)}{5\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2 - \omega_c^2}} \quad (35)$$

が得られ、根号の中は実験的に約 0.35 の大きさであるから (35) 式は近似的に、

$$\omega_c / \omega < 2.86 \quad (36)$$

になる。それゆえ、不等式 (32) 式および (34) 式を満足する範囲は

$$\omega_c \sqrt{\frac{2(\omega_{p1}^2 + \omega_{p2}^2)}{5\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2 - \omega_c^2}} < \omega < \omega_c \sqrt{1 + \frac{\omega_{p1}^2}{2\omega_{p2}^2}} \quad (37)$$

になる。

(37) 式を磁束密度で表示すると、 $(\omega_c/\omega)^2 = 3200$ Gauss であるので約 2600~9200 Gauss の磁界範囲になる。この結果、Absolute instability が発生する磁界範囲はハイブリッド共鳴点 ($\omega_c^2 = \omega^2 - \omega_p^2$) 附近と、サイクロトロン共鳴点をこえる ($\omega_c^2 > \omega^2$) 広い磁界範囲であることがわかる。

つぎに、Convective instability の存在する磁界範囲を求める。

磁界範囲は分散式 (30) 式を k について解き、 k が複素数になる条件を求め、この条件に $h\nu_0 \simeq \omega$ なる式を代入し ω についての式にすればよいが、 ω についての解を求めることは困難なので近似的に求めてみる。

図 3(a)(b)より、実数の ω に対して k が複素数になる範囲として、

$$kv_0 > \omega_c \sqrt{\frac{\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2}{2\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2}} \quad \text{or} \quad kv_0 > \omega_c \sqrt{1 - \frac{\omega_{p2}^2}{(2\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2)}} \quad (38)$$

が得られる。いま、 $kv_0 \simeq \omega$ としているので (38) 式は

$$\omega > \omega_c \sqrt{1 - \frac{\omega_{p2}^2}{(2\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2)}} \quad (39)$$

になり、根号の中は実験的に約 0.65 の大きさであるから、(39) 式は近似的に

$$\omega_c / \omega < 1.24 \quad (40)$$

になる。つぎに、

$$\omega < \omega_c \sqrt{1 + \frac{\omega_{p1}^2}{2\omega_{p2}^2}} \quad (41)$$

が得られ、根号の中は実験的に約 1.5 の大きさであるから、(41) 式は近似的に

$$\omega_c / \omega > 0.8 \quad (42)$$

になる。

それゆえ、不等式 (39) 式および (41) 式を満足する範囲は

$$\omega_c \sqrt{1 - \frac{\omega_{p2}^2}{(2\omega_{p2}^2 + \omega_{p1}^2)}} < \omega < \omega_c \sqrt{1 + \frac{\omega_{p1}^2}{2\omega_{p2}^2}} \quad (43)$$

になる。

(43) 式を磁束密度で表示すると、約 2600~3960 Gauss の磁界範囲になり、ハイブリッド共鳴点附近で **Convective instability** が発生することがわかる。

第 3 章 結 言

放電管に外部から電界および磁界を互いに垂直に印加した場合、放電管の陰極降下から異常に電力の大きなマイクロ波がハイブリッド共鳴点附近およびサイクロtron共鳴点をこえる広い磁界範囲で放射されていることをつきとめ、この原因を理論的に考察してきた。異常放射の原因として、電界および磁界が互いに垂直に加えられているのでマグネトロンと同じように電子ビームが存在し、この電子ビームの不安定性による発振現象であろうと考えた。そして、この考えにもとづき理論的考察を行ない分散式を導き、この分散式から異常放射の発生する磁界範囲を求めたところサイクロtron共鳴点をこえる広い ($\omega_c > \omega$) 磁界範囲であることがわかった。しかし、これは実験結果の磁界範囲と一部違っていた。

そこで今回は、陰極降下中の電子ビームにより陽光柱プラズマ中に波が生じ、この波と電子ビームとが相互作用する結果不安定波が生ずると考えた。そして、この考えにもとづく分散式を導き、不安定波が生ずる磁界範囲を求めた。この結果、異常放射の原因になる **Absolute instability** はハイブリッド共鳴点附近 およびサイクロtron共鳴点をこえる広い磁界範囲であることがわかった。また、紀要第 1 号で報告したように、異常放射が発生している時に外部よりプラズマ中にマイ

クロ波を入射すると、透過マイクロ波はハイブリッド共鳴点附近で増幅される。この増幅の原因になる **Convective instability** が実験と同じようにハイブリッド共鳴点附近で発生することもわかった。

以上述べてきたように、今回の理論的考察より得られた異常放射の発生する磁界範囲が実験結果のそれとかなりよく一致することがわかった。この異常放射および増幅現象は今回の理論で説明がつくと考えている。今後の課題として、不安定波が発生する磁界範囲を正確に定量的に分散式より求めることが必要である。

最後に、終始有益なご助言をいただいた関西大学工学部電子工学科高元暉夫教授に深く感謝します。

参 考 文 献

- (1) 長浜：福井工業大学研究紀要，2，105（1972）
- (2) 長浜・高元：電気関係四学会関西支部連合大会，G1-12（1969）
- (3) 高元・長浜：電気学会雑誌，90，666（1970）
- (4) 長浜：福井工業大学研究紀要，2，105（1972）
- (5) S. C. Brown：Phys. Rev, 129, 506（1963）
- (6) S. Tanaka：J. Phys. Soc. Japan, 18, 1810（1963）
- (7) S. Tanaka and K. Mitani：J. Phys. Soc. Japan, 19, 1376（1964）
- (8) 長浜：福井工業大学研究紀要，1，140（1971）
- (9) 長浜：福井工業大学研究紀要，2，112（1972）
- (10) 長浜：福井工業大学研究紀要，2，109（1972）

（著者 電気工学科 昭和49年3月20日受理）