複素質量の場の量子論に対するコメント

大 高 成 介・高 木 秀 男

Comments on Quantum Field Theory of Complex Mass

Sigeyuki OTAKA and Hideo TAKAKI

The quantum field theory of complex mass is critically reviewed with respect to the quasi-hermitian conjugation, definition of the vacuum and unitarity of the scattering matrix in the physical subspace. Moreover, it is suggested that the quasi-hermitian conjugation and definition of the vacuum are modified, and their availability is discribed.

§ 1 Introduction

素粒子論の分野で論理的に一番完成された理論体系は場の量子論である。量子力学の正準形式を忠実に拡張した **Heisenberg, Pauli** の理論を源流とするもので，**Tomonaga** の超多時間理論の発表以後，共変的形式に書き直されたいわゆる **Feynman, Dyson** 流の理論形式がそれである。すなわち，**4** 次元の連続体と考えられる時空の各点に場を考え，それらの存在する **Hilbert space** において物理的状態は状態ベクトルで表わされ，観測可能な量はそれに作用する **1** 次演算子によって表わされる。そしてこの理論は量子電磁力学の分野ですばらしい成功を収め，この範囲では実験と非常によく一致している。たとえば，陽電子の存在の予言・水素原子のエネルギー準位のずれ（**Lambshift**）・電子の異常磁気能率などである。

この理論形式は **Lagrangian** が与えられれば，任意の過程の遷移振幅を少くなくとも原理的に計算できるという意味で完全であるが，くりこみ理論自体に物理的問題が残っているので依然として現在の場の理論の最も重要な問題は発散の困難である。

場の理論で問題となる発散[1]は主として次の **2** つの型がある。すなわち，

(i) infrared divergence

(ii) ultraviolet divergence

よく知られているように，遷移振幅が **4** 次元運動量の **low frequency limit** で発散するとき **infrared divergence**，そして **high frequency limit** で発散するとき **ultraviolet divergence** という。

Nakanishi[2] によって光子のみならずニュートリノと他の粒子との相互作用を含んだ **infrared divergence** の一般的問題が述べられている。他方，**ultraviolet divergence** の解決として，遷移

振幅を収束項と発散項に分けて，後者を質量と電荷の再定義によって消去する方法がある。この方法をくりこみ理論という。また，最近10年ほどのあいだに，実験結果と直接比較できるくりこまれた遷移振幅を自動的に導出でき，かつ強い相互作用の記述に適した分散理論と呼ばれる理論形式が展開されるようになった。しかしながら，素粒子現象の dynamical 的様相を決定できないという難点がある。

くりこみ理論には次のような困難がある。すなわち，

(i) 数学的に厳密でない。

(ii) 電磁場との相互作用にはくりこみ操作を行なって摂動展開できるが，核子と π 中間子との相互作用のように，強い相互作用の場合には，摂動展開はほとんど意味のないことが多い。

(iii) 弱い相互作用においては，くりこみ不可能なことが知られている。

以上より，くりこみ理論に頼らない一般的で有限な答えを出す新しい場の量子論が要求される。

最近，Yamamoto[3)~6)] は新しい場の理論の研究を行なっている。上記の困難を解決するために複素質粒子を含む propagator に次の条件を要請する。すなわち，

(i) relativistic covariance

(ii) real analytic

(iii) one simple pole on real k^2-axis (definite norm)

(iv) free from infrared divergence

(v) free from ultraviolet divergence

(vi) macrocausality

結局，次の propagator であればよい事が Yamamoto[5),6)] によって指摘されている。

$$<0 \mid T\psi(x)\phi(x') \mid 0> = \frac{1}{(2\pi)^2}\int d^4k e^{-ik(x-x')} \frac{(\kappa^2-\gamma^2)(\kappa^2-\bar{\gamma}^2)}{(k^2-\kappa^2)(k^2-\gamma^2)(k^2-\bar{\gamma}^2)}$$

ここで propagator は scalar field の場合に関してである。§2において Yamamoto の複素質量粒子に関する場の量子論の詳細な評価が与えられている。

また，Lee, Wick[7)~9)] は S-matrix が unitary であるが Lagrangian がエルミットでない場の量子論が一般的に存在することを明らかにし，特に電磁相互作用の場合，普通の零質量光子場 A_μ を複素場

$$\phi_\mu = A_\mu + iB_\mu$$

に変えることによって，ハドロン間の電磁質量差からすべての無限大を除くことなどを可能にしている。ここで B_μ は negative metric に関係ある質量を有する Bose field である。

§2 複素質量粒子の場の量子論の問題点

Yamamoto は場の量子論の困難である場の発散を解決するために複素質量を導入して一連の論文[3)~6)]を書いたが，それらの理論の問題点を指摘するのがこの section の目的である。

Yamamoto の理論の主要な内容は次の点にある。すなわち，

(1) 場の量子論で propagator に要求される基本的事項（Lorentz 不変，Causality 等）を満足し，かつ場の発散を防ぐ事の出来る propagator を提唱した。

(2) その様な propagator を導入すると必然的に複素質量粒子を考えなければならず，そのために通常の正準量子化の方法で量子化を行なうと propagator が時間 $t \longrightarrow \pm\infty$ で発散を起こし，そのために真空の定義を従来のものと変えて propagator が収束する様にした。

(3) quasi-hemitian conjugation＊ を定義し，hermitian conjugation † と区別して用い，

(4) quasi-unitary な S-matrix を定義出来ることを示した。

この論文では特に(2)，(3)，(4)の問題点を中心に述べる。

Yamamoto の論文に従って Lagrangian density を

$$L=\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi_0\partial_\mu\phi_0-\kappa^2\phi_0\right)+\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi_1\partial_\mu\phi_1-\gamma^2\phi_1^2\right)$$
$$+\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi_1^*\partial_\mu\phi_1^*-\bar{\gamma}^2\phi_1^{*2}\right) \qquad (2.\ 1)$$

と仮定すれば，field equation は

$$(\square+\kappa^2)\ \phi_0=0,\quad (\square+\gamma^2)\phi_1=0,\quad (\square+\bar{\gamma}^2)\phi_1^*=0 \qquad (2.\ 2)$$

となり，その解は

$$\phi_0=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}}\int\frac{d^3k}{\sqrt{2\omega_0}}\left\{a(\boldsymbol{k})e^{i\boldsymbol{kx}-i\omega_0t}+a^*(\boldsymbol{k})e^{-i\boldsymbol{kx}+i\omega_0t}\right\} \qquad (2.\ 3)$$

$$\phi_1=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}}\int\frac{d^3k}{\sqrt{2\omega_1}}\left\{\alpha(\boldsymbol{k})e^{i\boldsymbol{kx}-i\omega_1t}+\beta^*(\boldsymbol{k})e^{-i\boldsymbol{kx}+i\omega_1t}\right\} \qquad (2.\ 4)$$

$$\phi_1^*=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3}}\int\frac{d^3k}{\sqrt{2\bar{\omega}_1}}\left\{\beta(\boldsymbol{k})e^{i\boldsymbol{kx}-i\bar{\omega}_1t}+\alpha^*(\boldsymbol{k})e^{-i\boldsymbol{kx}+i\bar{\omega}_1t}\right\} \qquad (2.\ 5)$$

となり，ϕ_1 と ϕ_1^* は $t \longrightarrow \pm\infty$ で明らかに発散する。これは複素質量粒子を導入した必然的な結果である。ここで，

$$\omega_0=\sqrt{\boldsymbol{k}^2+\kappa^2},\quad \omega_1=\sqrt{\boldsymbol{k}^2+\gamma^2},\quad \bar{\omega}_1=\sqrt{\boldsymbol{k}^2+\bar{\gamma}^2} \qquad (2.\ 6)$$

である。以上の事により propagator もまた $t \longrightarrow \pm\infty$ で発散を起こす危険があり，実際従来の交換関係

$$[a(\boldsymbol{k}),\ a^*(\boldsymbol{k}')]=\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}') \tag{2.7}$$

$$[\alpha(\boldsymbol{k}),\ \beta^*(\boldsymbol{k}')]=\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}') \tag{2.8}$$

$$[\beta(\boldsymbol{k}),\ \alpha^*(\boldsymbol{k}')]=\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}') \tag{2.9}$$

$$[\text{other combinations}]=0 \tag{2.10}$$

と真空の定義

$$\begin{aligned} &a(\boldsymbol{k})\mid 0>=\alpha(\boldsymbol{k})\mid 0>=\beta(\boldsymbol{k})\mid 0>=0 \\ &<0\mid a^*(\boldsymbol{k})=<0\mid \alpha^*(\boldsymbol{k})=<0\mid \beta^*(\boldsymbol{k})=0 \end{aligned} \tag{2.11}$$

を使うと propagator は

$$\begin{aligned} &<0\mid T\phi_1(x)\phi_1(x')\mid 0> \\ &=\frac{1}{2}\left[\left\{1+\varepsilon(x-x')\right\}\frac{-i}{(2\pi)^4}\int_{c+}d^4k\ \frac{e^{i\boldsymbol{k}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')-i\omega(t-t')}}{k^2+\gamma^2}\right. \\ &\left.+\left\{1-\varepsilon(x-x')\right\}\frac{-i}{(2\pi)^4}\int_{c-}d^4k\ \frac{e^{i\boldsymbol{k}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')-i\omega(t-t')}}{k^2+\gamma^2}\right] \\ &=\frac{1}{2}\Delta'_F\ (x-x'\,;\gamma) \end{aligned} \tag{2.12}$$

$$\begin{aligned} &<0\mid T\phi_1^*(x)\phi_1^*(x')\mid 0> \\ &=-\frac{1}{2}\left[\left\{1+\varepsilon(x-x')\right\}\frac{-i}{(2\pi)^4}\int_{c-}d^4k\ \frac{e^{i\boldsymbol{k}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')-i\omega(t-t')}}{k^2+\bar{\gamma}^2}\right. \\ &\left.+\left\{1-\varepsilon(x-x')\right\}\frac{-i}{(2\pi)^4}\int_{c+}d^4k\ \frac{e^{i\boldsymbol{k}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}')-i\omega(t-t')}}{k^2+\bar{\gamma}^2}\right] \\ &=-\frac{1}{2}\Delta_F(x-x'\,;\bar{\gamma}) \end{aligned} \tag{2.13}$$

となり，$I_m\omega_1<0$ のときは式（2．13）は時間と共に発散し，$I_m\omega_1>0$ のとき式（2．12）が発散を起こす。

そこで Yamamoto は場の Fourier 展開および交換関係は従来のままにしておいて真空の定義を

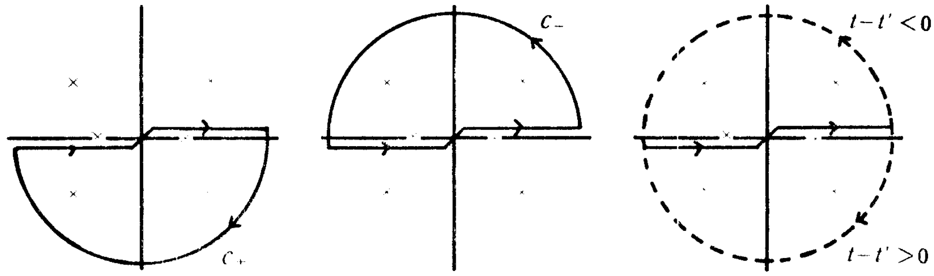

Fig. 1

$$a(\boldsymbol{k})\mid 0>=\alpha(\boldsymbol{k})\mid 0>=\alpha^*(\boldsymbol{k})\mid 0>=0$$

$$<0\mid a^*(\boldsymbol{k})=<0\mid \beta(\boldsymbol{k})=<0\mid \beta^*(\boldsymbol{k})=0 \qquad (2.12)$$

の様に変形し propagator が収束する様にしたわけである。しかしながら，交換関係と真空の定義は無関係に定義出来るものではなく，例えば式（2．9）と

$$\beta(\boldsymbol{k})\mid \cdots n_{\boldsymbol{k}}\cdots>=\sqrt{n_{\boldsymbol{k}}}\mid \cdots\cdots(n-1)_{\boldsymbol{k}}\cdots\cdots> \qquad (2.15)$$

$$\alpha^*(\boldsymbol{k})\mid \cdots n_{\boldsymbol{k}}\cdots>=\sqrt{(n+1)_{\boldsymbol{k}}}\mid \cdots\cdots(n+1)_{\boldsymbol{k}}\cdots\cdots> \qquad (2.16)$$

は同値であり，$\beta(\boldsymbol{k})$，$\alpha(\boldsymbol{k})$ はそれぞれ消滅演算子，生成演算子の役割を演じている。従って，式（2．15），（2．16）と式（2．14）における $\alpha^*(\boldsymbol{k})\mid 0>=0$，$<0\mid \beta(\boldsymbol{k})=0$ とは全く相入れないものである。もともと real mass particle の理論においては hermitian conjugation † のついた演算子が生成演算子，つかない演算子は消滅演算子という意味づけが与えられていたが，Yamamoto の真空の定義においてそれらが一般的に成立せず，quasi-hermitian conjugation * が生成演算子を表わすという対応関係は全くおさえられている。Yamamoto は式（2．14）の定義を採用した理由として * と † は意味が違うから式（2．14）の定義は不自然でないという主張をしているが，式（2．14）と交換関係が矛盾している以上理由にはならないと言えよう。

また真空の定義として我々の支持している式（2．11）を採用すれば

$$[H,\ \phi(x)]=0,\ H\mid 0>=0 \qquad (2.17)$$

を満足する Hamiltonian として

$$H=\int d^3k\left\{a^*(\boldsymbol{k})a(\boldsymbol{k})+\beta^*(\boldsymbol{k})\alpha(\boldsymbol{k})+\alpha^*(\boldsymbol{k})\beta(\boldsymbol{k})\right\} \qquad (2.18)$$

を使うことが出来，これは明らかに quasi-hermitian conjugation のもとで不変であり

$$H=H^* \qquad (2.19)$$

となる。ただし

$$\phi(x)=\phi_0(x)+\sqrt{\frac{\kappa^2-\bar{\eta}^2}{\bar{\eta}^2-\eta^2}}\,\phi_1(x)+\sqrt{\frac{\kappa^2-\eta^2}{\eta^2-\bar{\eta}^2}}\,\phi_1^*(x) \tag{2. 20}$$

とする。

次に Yamamoto[6] は hermitian conjugation † と quasi-hermitian conjugation * を厳密に区別してその性質を調べているが，必ずしも quasi-hermitian conjugation * の物理的意味がはっきりしているとは言えない。以下その問題点について考えてみよう。

quasi-hermitian conjugation * は次の様な変換を意味する。すなわち，

$$\begin{aligned} &a(\boldsymbol{k}) \leftrightarrow a^*(\boldsymbol{k}) \\ &\alpha(\boldsymbol{k}) \leftrightarrow \alpha^*(\boldsymbol{k}) \\ &\beta(\boldsymbol{k}) \leftrightarrow \beta^*(\boldsymbol{k}) \end{aligned} \tag{2. 21}$$

その演算は hermitian conjugation と全く同じ法則

$$\begin{aligned} &(Q^*)^*=Q \\ &(Q_1Q_2)^*=Q_2{}^*Q_1{}^* \\ &(cQ)^*=\bar{c}Q^* \end{aligned} \tag{2. 22}$$

に従うと定義されているが，Yamamoto は始めのうちは quasi-hermitian conjugation と hermitian conjugation の明確な区別を与えていなかったが，real mass field だけに関係した physical state と complex mass field に関係した unphysical state とを明確に区別するために，quasi-hermitian conjugation という概念を導入した。

ところでYamamoto[5],[6] は S-matrix を

$$S=T\exp\left(-i\int_{-\infty}^{+\infty}H_{int}(x)d^4x\right) \tag{2. 23}$$

と定義することによって，quasi-unitary

$$S^*S=1 \tag{2. 24}$$

が成立し，また

$$|f\rangle=S\,|\,i\rangle \quad \text{および} \quad \langle f\,|=\langle i\,|\,S^* \tag{2. 25}$$

から，状態の norm

$$\langle f\,|\,f\rangle=\langle i\,|\,i\rangle \tag{2. 26}$$

が保存すると述べている。さらに式（2. 25）において始状態 $|\,i\rangle$ が物理的であれば，終状態 $|\,f\rangle$ もまた物理的であるゆえ，physical subspace において S-matrix は unitary と述べている。

physical subspace で unitary が成立しないことを証明するために，H_I の最低次のオーダーの S-matrix について考察する。すなわち，

$$S=1-i\int_{-\infty}^{+\infty}d^4xT[H_I(x)]=1-i\int_{-\infty}^{+\infty}d^4xT[g\mathrm{O}] \qquad (2.27)$$

H_I の形として gp^3, gp^4 等が考えられているから，operator product O＝ABCD について調べる。ここでA，B，C，Dは一般に各々 a, a^*, α, α^*, β, β^* を含む演算子である。operactor product O は一般に次のように展開される。すなわち，

$$\begin{aligned}\mathrm{O}&=\mathrm{ABCD}\\&=N[\mathrm{ABCD}]+\delta_p\langle\mathrm{AB}\rangle_0N[\mathrm{CD}]+\delta_p\langle\mathrm{AC}\rangle_0N[\mathrm{BD}]\\&+\delta_p\langle\mathrm{AD}\rangle_0N[\mathrm{BC}]+\delta_p\langle\mathrm{BC}\rangle_0N[\mathrm{AD}]+\delta_p\langle\mathrm{BD}\rangle_0N[\mathrm{AC}]\\&+\delta_p\langle\mathrm{CD}\rangle_0N[\mathrm{AB}]+\delta_p\langle\mathrm{AB}\rangle_0\langle\mathrm{CD}\rangle_0+\delta_p\langle\mathrm{AC}\rangle_0\langle\mathrm{BD}\rangle_0\\&+\delta_p\langle\mathrm{AD}\rangle_0\langle\mathrm{BC}\rangle_0\end{aligned} \qquad (2.28)$$

ただし $N[\mathrm{ABCD}]$ は normal product, $\langle\mathrm{AB}\rangle_0$ は factor pair である。故に，S は一般的には a, a^*, α, α^*, β, β^* を含む operator であることが判る。従って，状態 $|i\rangle$, $|j\rangle$, $|f\rangle$ を各々物理的状態であるとすれば，一般的に

$$\langle i|S^*|j\rangle\neq\langle i|S^\dagger|j\rangle \qquad (2.29)$$

であるゆえ，式（2．25)，（2．26）より

$$\begin{aligned}\langle f|f\rangle&=\langle i|S^*S|i\rangle\\&=\sum_j\langle i|S^*|j\rangle\langle j|S|i\rangle\\&\neq\sum_j\langle i|S^\dagger|j\rangle\langle j|S|i\rangle\\&=\langle i|S^\dagger S|i\rangle\end{aligned} \qquad (2.30)$$

すなわち，

$$\langle i|S^*S|i\rangle\neq\langle i|S^\dagger S|i\rangle \qquad (2.31)$$

となって，unphysical space において quasi-unitary は成立しても physical subspace では unitary は成立しない。

§ 3 Discussion

§ 2において，complex mass particle の理論に関して批判を与えたが，ここで我々は次の修正された2つの仮定をする。

（I） ket vector と bra vector の関係は，physical subspace においては従来通り hermitian conjugation † であるとする。

$$\langle \text{physical} | \xleftrightarrow[\dagger-\text{conjugation}]{} | \text{physical} \rangle \tag{3.1}$$

unphysical space における ket vector と bra vector は，physical subspace のときと同様の関係（この関係を quasi-hermitian conjugation * と呼ぶことにする）があるものとする。

$$\langle \text{unphysical} | \xleftrightarrow[*\text{-conjugation}]{} | \text{unphysical} \rangle \tag{3.2}$$

ただし *-conjugation は physical subspace では †-conjugation の物理的意味となり，†-conjugation は unphysical space では適用できないものとする。

（II） 式（2．11）ですでに述べているように，真空の定義を次のようにとる。

$$a(\boldsymbol{k}) \mid 0 \rangle = \alpha(\boldsymbol{k}) \mid 0 \rangle = \beta(\boldsymbol{k}) \mid 0 \rangle = 0$$

$$\langle 0 \mid a^*(\boldsymbol{k}) = \langle 0 \mid \alpha^*(\boldsymbol{k}) = \langle 0 \mid \beta^*(\boldsymbol{k}) = 0 \tag{3.3}$$

complex particle といえども実在する粒子（このことは後に述べる）を想定しているのであるから，§2でも明らかにされたように生成消滅の物理的内容を含んでいる交換関係と真空の定義は密接な関係がなければならないと思われるが，Yamamoto の規定した交換関係と真空の定義は全く互いに独立している。しかしながら，上の2つの仮定を認めることによって，そのような困難はのぞくことができる。また Yamamoto の論文において “The most characteristic point of the theory of complex mass is the energy which is not real. This reflects that the Hamiltonian as the energy operator is not hermitian,

$$H^\dagger \neq H$$

The hermiticity of Hamiltonian was assumed originally in order that the energy expectation value is real” とあるが我々の方法では physical subspace における Hamiltonian は

$$H = \int d^3k a^*(\boldsymbol{k}) a(\boldsymbol{k}), \quad (a^* = a^\dagger) \tag{3.4}$$

であるから，

$$H^\dagger = H \tag{3.5}$$

となり，また§2でも示したように unphysical space における Hamiltonian は

$$H = \int d^3k \left\{ a^*(\boldsymbol{k}) a(\boldsymbol{k}) + \alpha^*(\boldsymbol{k}) \alpha(\boldsymbol{k}) + \beta^*(\boldsymbol{k}) \beta(\boldsymbol{k}) \right\} \tag{3.6}$$

であるから，

$$H^* = H \tag{3.7}$$

となる。

さらに Yamamoto[5] は次のように述べている。"We must notice here

$$\Big\{(\text{operator}) \mid 0 > \Big\}^* \neq < 0 \mid (\text{operator})^*$$

for some operators. For example,

$$
\begin{aligned}
&[< 0 \mid \alpha_{\boldsymbol{k}} \beta^*_{\boldsymbol{k}'} \mid 0 >]^* \\
&= \begin{cases} < 0 \mid \beta_{\boldsymbol{k}'} \alpha^*_{\boldsymbol{k}} \mid 0 > = 0 & \text{incorrect} \\ [\omega_1 \delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')]^* = \omega_1^* \delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}') & \text{correct} \end{cases}
\end{aligned}
$$

It seems therefore that the vacuum is defined independently for the bra and ket vectors. In other words bra state vectors and ket state vectors are not connected with each other by a simple operation like hermite conjugation."

この事は同じ論文中の後に出ている。

$$| f > = S \mid i > \text{ and } < f \mid = < i \mid S^*$$

と矛盾するように思われ，また単に bra vector と ket vector の scalar 積のつじつまを合せるために，いたずらに †-conjugation と *-conjugation の複雑な関係を与えるだけで，*-conjugation の物理的意味をあいまいにしている。ところが，我々の２つの仮定と交換関係（２．８）を使うと上の例は

$$
\begin{aligned}
&[< 0 \mid \alpha(\boldsymbol{k}) \beta^*(\boldsymbol{k}') \mid 0 >]^* \\
&= \begin{cases} < 0 \mid \beta(\boldsymbol{k}') \alpha^*(\boldsymbol{k}) \mid 0 > = \delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}') \\ [\delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}')]^* = \delta(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{k}') \end{cases}
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

となり，また上のような矛盾は全くない。ここで ω_1 がないのは我々の notation を使ってからである。

しかしながら，我々の仮定を採用した場合，最大の難点は $t \to \pm\infty$ に対して propagator が発散することである。この困難を解決する方法として次のようなことが考えられる。

(1) propagator を収束する項と発散する項に分離すること。

(2) その発散項の物理的意味を明らかにした後，その項を除くこと。

そして physical subspace で unitary な S-matrix をつくらなければならない。

次に，propagator の中のみに含まれる複素質量の仮想粒子は一体どのような粒子にするのか，その属性および実験的検証はどのようにするかという問題がある。そのような仮想粒子へのアプロ

ーチとして考えられることは次の様な事である。

(1) complex mass を使って計算された値と実験値とうまく一致するような仮想粒子であること。

(2) reass mass を持つ仮想粒子と同じ量子数の仮想粒子と考えられる。

(3) propagator の中にだけ仮想粒子が現われるから，寿命が極端に小さいと考えられるので，resonance の中から選ばれるのがのぞましいであろう。

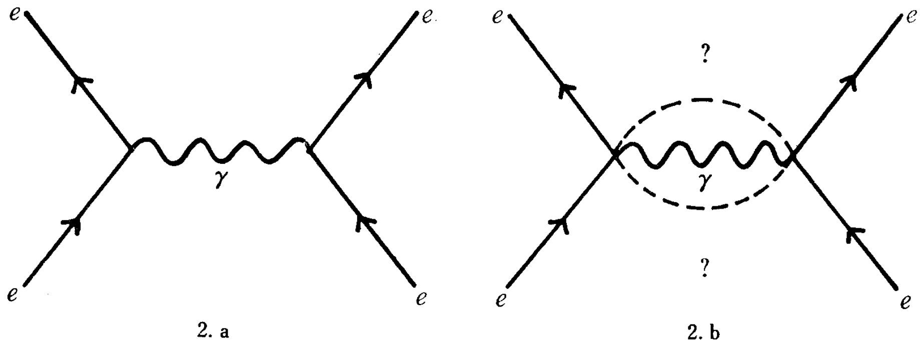

Fig. 2

Fig. (2) の (a) には従来の Feynman graph（$M\phi$ller scattering に関して）を示し，(b) には complex mass 理論の Feynman graph が示されている。ここで？の記号は complex mass および conjugate complex mass の仮想粒子を示し，今後の問題である。

References

1）For example, H. Muirhead, The Physics of Elementary Particles (Pergamon Press Publishers, 1968)

2）N. Nakanishi, General theory of infrared divergence, Prog. Theor. Phys. **19**, 159 (1958)

3）H. Yamamoto, Convergent field theory with complex masses, Prog. Theor. Phys. **42**, 707 (1969)

4）H. Yamamoto, Convergent field theory with complex masses. II, Prog. Theor. Phys. **43**, 520 (1970)

5）H. Yamamoto, Quantum field theory of complex mass, Prog. Theor. Phys. **44**, 272 (1970)

6）H. Yamamoto and K. Kudo, Quantum field theory of complex mass. II, Prog. Theor. Phys. **46**, 1278 (1971)

7）T. D. Lee and G. C. Wick, Negative metric and the unitarity of the S-matrix, Nucl. Phys. **B9**, 218 (1968)

8）T. D. Lee and G. C. Wick, Unitarity in the $N\theta\theta$ sector of soluble model with indefinite metric, Nucl. Phys. **B10**, 1 (1969)

9）T. D. Lee and G. C. wick, Finite theory of quantum electrodynamics, Phys. Rev. **2**, 1033 (1970)

（著者　一般教養　昭和47年3月18日受理）