

壁乱流構造の研究の最近の進展

三宅 裕*・藤井 貴広**

A brief review on the structure of near-wall turbulence.

Hiroshi Miyake and Takahiro Fujii

Abstract

Recent new findings concerning turbulent structure in wall turbulence are reviewed. The review is composed of two sections devoted to near-wall turbulence and outer layer turbulence, respectively. In the former, topics on the elementary vortices which are key player in the layer close to the wall, for the sake of a locally low Reynolds number there, are described. Turbulent-like but steady laminar flows including streamwise vortices are shown to occur between normal laminar and turbulent regime. As for the outer layer structure, it is suggested that cross-stream vortices having their axis in spanwise direction play dominant role in boundary layer flow, while streamwise large-scale vortices are dominant in channel/pipe flows. Lower capability of mixing of the spanwise vortices than streamwise ones causes wake-like property in the outer layer of boundary layer flow, which reasonably explains other particular features of turbulence observed there.

1. はじめに

一様等方乱流にも要素渦と定義される構造渦が存在し、これがそれぞれのコルモゴロフ・スケールで正規化すれば全ての種類の乱流に共通の統一的な渦構造になっていることが最近発見され、現在文部科学省の特定領域研究の一つとして集中的な研究が行われている[1]。壁乱流、自由乱流ともせん断乱流における乱流構造は、上記の要素渦が全てかどうかは議論が残るところである。乱流は時々刻々変化し、位相空間内でアトラクタを形成するが、それぞれの位相でそれぞれに対応する渦構造を持っている。せん断乱流で関心があるのは乱流混合、とりわけ運動量（または熱）の乱流輸送を担う渦構造で、乱流せん断応力を生じる渦である。一様等方乱流の要素渦は統計的にせん断応力は無く、カスケードの過程のさまざまなスケールの渦と解釈できようが、壁のごく近傍の乱流は壁の制約が局所レイノルズ数を低下させるため波数の広がり狭く非等方性が強い。Klineら[3]の可視化実験で示されたストリーク構造は近傍層の構造の初めての実験的証明であるが、その後の高い時空間解像度を与える数値解析技術の発達で壁乱流の構造については近年急速にコンセンサスが確立しつつある。本稿では壁乱流の構造について考察する。

壁乱流は Near-Wall Turbulence とも呼ばれて自由乱流と区別されるが、この呼び方は層全体を指し、特に壁に近い領域を指すとする概念はない。しかし、平均流のスケーリングは内層では壁関数、外層では巨視的関数に使い分けられることはよく知られており、壁近傍層と遠方層とは構造も相似ではない。本稿では、これまでの乱流構造研究の Overview でなく、ごく最近の、著者らにとって特に関心のある成果について概説したい。

* 機械工学科 ** 機械工学専攻大学院生

本稿は日本機械学会2002年度年次大会（東京大学）で行った基調講演を改訂したものである。

2. 壁近傍の乱流

壁近傍では主要な関心の対象となる渦はカスケードの途中の渦ではなく、乱流混合とエネルギー消散にとりわけ重要な、生成以後しばらくの間のそれである。このため、Townsend の縦渦対[2]をはじめ、さまざまな「渦構造」が提唱されてきた。これらは明確な構造をもつ渦であるので秩序構造渦とも呼ばれ、構造の普遍性が特徴である。

乱れの活動がもっとも活発な領域は緩衝層付近で、壁面からその上方のある厚さまで、低レイノルズ数 (Re) 領域での Re 数依存性を除けば壁関数でスケーリングした平均流速や乱流統計量の壁垂直方向分布は相似性を示す。壁乱流の平均流は溝乱流の場合は圧力勾配により、また境界層の場合はせん断応力によって流れのエネルギーを与えられるが、その大きさは壁遠方で最も大きい。壁に最も近い層は主として乱流拡散によって上方から運ばれたエネルギーの一部を乱れエネルギーの生成に充てている。一方、生成された乱れエネルギーの一部が乱流拡散によって壁遠方に運ばれ壁遠方の乱れを維持している[6]。このようなエネルギーのサイクルは近傍層と遠方層との補完関係を示唆している。この層はしかし、壁面が粗い場合は消失するが、それでも粗面乱流の遠方層の乱れの特性は巨視的スケールで整理すると滑面乱流の場合とほぼ一致する[7]。したがって、遠方層にとって滑面上の壁近傍層は不可欠とはいえない。一方、近傍層が壁関数で普遍的に表されることはよく知られている。近傍層の自律性を調べるために壁からある距離にある壁に平行な平面上で壁垂直方向速度のみを 0 とし、上下の層間の干渉を許さない溝乱流[8]を作ると、平面の壁からの距離 h が壁指標で $h^+ (=hu_\tau/\nu)$ 、ただし u_τ は摩擦速度、 ν は動粘性係数が数十以下ではその面と壁面の間の層は乱れが維持されず層流化する。また h^+ が 100 以上ではこの面近傍を除く y^+ が数十以下の層では乱れの統計量の分布は通常の溝乱流と同一となり、壁近傍層が自律的、普遍的であることが確かめられる。Jimenez ら[9]は同じ目的の数値実験を、外層の乱れを人工的に除去する溝乱流で行った。この壁近傍層の渦は乱流混合に主要な役割を担う秩序構造渦で、層流に比べて著しく大きな壁面摩擦抗力を生む機構を含んでいる。その理解の進展とともに、実用上の必要の高い、主として壁面摩擦抗力の低減を目的とする乱流制御も実現に近づいている[10]。壁近傍層の乱れの構造は、それを特徴付けるストリークと縦渦とも呼ばれる秩序構造渦について、多くは壁遠方層との干渉を想定しないことを暗黙の前提として詳細な研究が進められてきたといえる。ストリークは縦渦の作用によって生成することは確立した知見であるが、縦渦の生成、再生にはさまざまな提案があつて、それぞれに矛盾はない。縦渦自身が子渦を作る機構によるものという観察があつて[11][12]、実際にもその場合は多い。また、縦渦はストリークのスパン方向の不安定による揺らぎなど、ストリークのある場の中から生成するとする考え方も実際をよく説明し[13]、ストリークの揺らぎを人工的に止めると縦渦の生成が妨げられる[9]。Hussain らは[14]さらに、ストリークのこのような、normal-mode の不安定でなくさまざまなカオスに至る過程のうちの線形増幅の機構の方が重要であることを指摘している。

Minimal channel は可能な限り多様な渦間の干渉を抑制するための工夫であるが、このなかで縦渦とストリークの再生、減衰の自律サイクルを模擬した数値実験もあり[15]、ストリークと縦

渦だけによる自律サイクルが可能である。このサイクルは壁近傍層の最も重要な要素現象と考えられるが、依然、その乱流過程における重要度を明確に与える資料は無い。これに対し、時々刻々変転する乱れと渦を体系的に理解しようとするもう一つの研究の流れがあり、最近その成果が大きく注目されている。その原型は古い。Nagata[16]はクエット流について、良く知られる直線速度分布の層流以外に、定常ナビエストークスの厳密解があることを示した。解はあるレイノルズ数で分岐し、それぞれの分岐線上の解は乱流の場合の速度分布に近い分布になり、定常な縦渦が存在してせん断のみでない、渦による運動量交換が生じる。この解は、ナビエストークスの層流解が唯一でないことを示す事のほかに、層流と乱流の間に渦管を含む擬似乱流の流れがあることを示した点で注目される。Waleffe[17]はNagataの解をポワズイユ流れに拡張して同様の解を求めた。この解は数値解であるが、流れ方向に一定速度で形（流れ方向、スパン方向の波数が $\alpha = 0.5$, $\gamma = 1.5$ ）を変えないで伝播する定常進行波になっている。クエット流の場合と同様、壁面摩擦速度と溝半幅を代表値とするレイノルズ数で $Re_\tau = 52$ で解が分岐し、それぞれが波状のストリークとそれに付随する縦渦とからなり、実際に乱流場で観察される構造に近い。摩擦抗力が大きい上部分岐解は強い一対の縦渦を含み、他方は弱い複数の縦渦対を含んでいる。後者は縦渦の中には乱流混合に寄与の小さな渦があることを窺わせる。分岐解は二つとも、層流の場合より大きな摩擦抗力を与え、やはり、層流と乱流の間に擬似乱流があることを示唆している。Waleffeは、より高レイノルズ数流れは二つの分岐解の中間にあり、それぞれが壁面摩擦の上、下限を与える構造と推察しているが、摩擦係数は発達乱流の外挿値よりさらに高く、この流れが通常の乱流中の構造を与えるかどうかは明らかでない。また、この解は鞍点の不安定解であるとも述べている。実際に現れる構造は間欠的であることに対応するとしている。Waleffe[17]と同じ定常進行波解の存在はより高いレイノルズ数($Re_\tau = 130$)に対してもTohら[18]によっても確かめられた。ただし、クエット流れの場合に解が唯一でないと同様、Tohらの解とWaleffeの解の対応は明らかでない。この定常進行波は不安定で、定常進行波解から容易に離脱するが、Tohらはそれらのうちから元に戻るサイクル解を見出した。この短いサイクルの中で、縦渦は急速に数を増し、再び急速に減少する。この解では溝の片側のみで流れが変動し、他方では安定な層流を保っている。したがって縦渦は強い粘性消散層の中にあるので通常の乱流で観察される縦渦とは必ずしも同じ挙動はしない。Tohらはさらに溝全幅に達するバーストに成長し、再び収束する場合も観察しているが、サイクル解には至っていない。なお、乱流は変動流れであるがこれを適当な位相空間の点で表すと流れの変化が簡潔に表され、変動の特徴が表示しやすいが、この解の表示の流れは、流れ方向に平均した2次元流れとそれからの差の流れ場が持つ運動エネルギー E^{2D} と E^{3D} の位相空間で適切に表されている。Jiménezら[19]はこの非線形の伝播波の時間発展の挙動を、minimal channelにさらに前述の外層マスキングを加えることによって調べた。渦間の干渉を排除するためにminimal channelが用いられるが、これによってして得られる構造が最も基本的な構造と考えられるからである。外層の干渉をほぼ遮断すると($35 < h^+ < 50$)波は定常進行波となり、やはり層流から乱流に移行する中間の流れとして、渦管があるが乱流ではない流れがある。

マスキングの位置を次第に壁から離して外層の干渉を強くしていくと周期流を経てバーストを伴うカオス流れに発展する ($h^+ \geq 70$)。バーストは外層との干渉であるが、干渉の有無に関わらず壁近傍層の縦渦とストリーク構造はそれほど変わらず、その構造が **robust** であることが確かめられる。Kawahara ら[20]はさらに、層流から離脱する弱い乱流でなく、発達した乱流クエット流について、全計算空間内での総注入エネルギー I と総エネルギー消散量 D の2次元位相空間内で流れの軌跡を求め、これらから周期解となる軌跡を探索して乱流のさまざまな構造のうち最も現れやすい構造のサイクルがあることを示した。この周期流の周辺に流れの軌跡が集中し、その時間平均が無条件の全平均に極めて近い。つまり、乱流は場全体の乱れが強化、減衰を繰り返す変動流れではあるが、多くの時間は近いサイクルを繰り返している。その一周周期に現れる渦構造の変転が乱流渦として最も重要であることを示唆している。しかし、乱流制御の観点からはこの周期的サイクルの軌道から外れて大きくエネルギーを増加させる位相に現れる渦の方が重要であるとも考えられる。

3. 壁遠方層の乱流

壁遠方の層の乱流が巨視的代表値でスケーリングされることはよく知られている。したがってこの層は壁近傍層とは異なる独自の乱流維持機構を持つことが期待される。しかし、等価的なレイノルズ数が大きく乱れの要素機構も多様で焦点を絞りにくいことや、乱れの摩擦抗力は壁面速度勾配から決まり、遠方は乱流制御の主たる関心域でないという認識などから、その構造の研究は最近まで近傍層に比べて低調であった。しかし、たとえば摩擦抗力低減に対して、壁面操作による場合は高レイノルズ数では10%程度が限界であるのに比べ、壁遠方層を操作してそこでの乱流せん断応力を消す界面活性剤の添加では70%を超える場合もあり、壁遠方も近傍層に劣らず重要である。

壁遠方層の乱れの構造的長の一を示す実験に Comte-Bellot のそれ[21]がある。アスペクト比が17.5のほぼ二次元溝の乱流を測定したもので、流れ方向の変動速度のスパン方向相関係数が壁遠方の面で大きな負の値をとり、溝幅の1/4程度の直径の大スケールのロールセルが発生することが示されている。このことはその後のDNSでも確かめられている[22]。また、このロールセルは近傍層の縦渦と同様にストリークをつくり、さらに縦渦を吹き寄せるので縦渦群を作る[23]。このような特徴を作り出す大スケールの渦構造については結論が出ていないと言いが、対応する構造があるはずである。乱流の速度分布を持つ層流の中に微小な種渦を導入して種渦のその後の時間発展を追跡する方法が、せん断乱流渦の研究に用いられる。種渦は任意のものでは粘性消散が勝るため成長せず、発達した壁乱流から線形統計評価法 (LSE) [24]によって採取した渦対の場合に成長する[25][26]。導入する渦対は壁からの位置をどの位置においてもほぼ同じ渦系を作り[23]、最初に導入した渦対はヘアピン渦になる。また、ヘアピン渦の生成は壁面の性状には関係なく、LSEで採取した渦対を埋め込めば粗面でもほぼ同様な渦系が作られる[27]。いずれの場合もはじめに脚部の縦渦対が成長し、次にヘッド部が成長する。自由せん断層でも縦

渦は作られるので縦渦の種があればヘアピン渦が作られる。粗面の場合は、たとえばリブ粗面では壁面は縦渦を生成しないが、リブ上流角から剥離するせん断層の両端が巻き上がって縦渦が生成される。この縦渦は壁に対する傾斜が強いがその後のプロセスは、速さの違いはあるが変わらない[28]。

このヘアピン渦はその脚部が低速ストリークを作り、縦渦が連鎖的に生成する。また、ヘアピン渦上部はさらに上、下流に次々と新しいヘアピン渦を生成する。ヘアピン渦は壁近傍で周期的に生成して成長するので流れ方向に一定間隔で並んだ群を作り、ヘッド部分は壁にある角度で傾いた直線上にほぼ等間隔で並ぶ。Adrain らはこれを渦のパケットと名付けている[26]。このような構造が全体の流れの形成にどの程度重要であるかは近傍層の場合と同様に判断が難しい。これを調べるためには最適直交展開法 (POD) を用いた解析が一つの手がかりになる。この場合も余分な干渉による流れの複雑化を避けるため、外層に焦点を当てたミニマル・チャンネルを考えることができる。PODでは、壁に平行な面内でのフーリエ変換された変動速度の各波数 (m , n) の成分に対して固有関数系を数値的に作り、これを実空間に変換するが、固有関数は壁垂直方向の格子点数の3倍で、それぞれに対応する固有値の大きさがその固有関数モードの変動エネルギー量になる[28]。固有値の大きさの順に並べ、大きい方から幾つかのモードを選んで実空間の流れを再構成することになる。このときのレイノルズ数が大きくなるほど構造の多様化のために初めのモードが全エネルギーに占める割合が低下する。しかし、初めの幾つかのモードはいずれも流れ方向に変化の少ない、渦幅でスケールされるような大スケールのロールセルになっている[29][30]。この分解では、Comte-Bellot が示唆したようなロールセルが抽出されるがヘアピン渦、特に上部構造であるヘッドの寄与は現れない。これに対し、Adrian ら[31]はPIVを用いて渦乱流を計測し、これに流れに平行な壁垂直面内の二次元PODを行い、レイノルズ数に関係なく幅全体にわたる大規模渦が上位の固有値を占め、乱れエネルギーの半分を占める構造が全乱流せん断応力の2/3ないし3/4を担うことを示している。この流れを合成するとヘアピン渦は無いが、個々の上位固有モードの中にはヘアピン渦の垂直断面に相当する速度場を作るものが含まれる。また、同様に、PIVを用いた速度場の計測からそれを用いた旋回強さ (速度勾配テンソルの複素固有値の虚部正値) をイベントパラメータとするLSEを行い、ヘアピン渦パケットがレイノルズ数に依らないrobustな外層構造であると主張している[32]。しかし、POD解析が示すような変動速度のエネルギーに対する寄与の大きさは示されていない。いずれも外層として想定されているのは対数域よりやや上方までで、溝半幅の0.6倍程度までである。

対数域を越える高さでの乱れの構造はより複雑で理解は遅れている。境界層と溝乱流についても同じ構造であるとの暗黙の前提で議論されるが溝乱流は境界層のような間欠性がないので、流路中心面で平均せん断応力が消失するためには平均的な渦は中心面に直交する軸をもたねばならない。しかし、そのような観測は、筆者らの知る限り無い。一方、境界層では曲がりくねった境界層外縁の外側にはせん断応力を持たない非回転流れがあり、壁から遠ざかるにつれて非回転流れが多くなることで層外のせん断応力を消失させている。したがって層内には平均構造があり得

て、外縁でのエントレイン作用から横渦が作られると期待される。したがって、壁遠方場の混合を担う大規模渦は、境界層と溝乱流では構造が異なる。境界層の外層は横渦が支配するが、溝乱流では POD(最適直交展開)を行うとロールセルが抽出され、縦渦が支配的であることがわかる。その違いは平均速度分布に現れ、境界層では対数則速度分布から上方に乖離する後流域が生じるのに反し、溝乱流では対数則速度分布が流路中央まで及ぶ。このことは境界層では混合が弱く、壁の影響がより及びにくいことを示している。壁遠方の大規模渦を対象とするミニマル・チャンネルの DNS(乱流直接シミュレーション)[29]を行い、スパン方向の溝幅を狭めていく。ロールセルが収容しきれない程度に狭くなると外層の混合は横渦にとって代われ、速度分布は境界層の場合のように、後流域が現れる。すなわち横渦は縦渦より混合が弱い。この混合の低下は渦粘性係数の分布で確かめられる。渦粘性係数は乱流混合による運動量混合の強さの指標であると同時に、平均流の粘性消散あたりの乱れエネルギー生成を意味するのでいずれも乱流活動の低下を意味するが、縮小幅流路の場合は通常幅の場合に比べて数分の一に低下する。したがって、外層のロールセルを横渦に変換する機構が見出されれば、管内流の摩擦抗力の別の原理に基づく低減が可能になる。

通常の溝乱流では、変動の流れ方向のスケールは有限で、Adrian ら[33]が境界層、溝乱流、管内流を含む多くの実験結果を整理して見出したように、流路中央部では管径(溝乱流では溝半幅)の3倍程度である。筆者らが行った溝乱流の DNS では横渦が現れる場合の横渦の間隔は、やはり流路半幅の3倍程度で、上記の観察と一致する。すなわち、溝乱流、管内流の中心部外層域にはこの寸法程度の固有な周期性を作る不安定性が潜在していることが示唆される。境界層における外層褶曲の流れ方向寸法のスケールが溝乱流に潜在的に含まれる固有スケールに合致することは壁乱流制御の手がかりになろう。

参考文献

- [1] 木田重雄、「乱流要素渦による乱流理論・予測・制御の新展開」、(2000)
- [2] Townsend, A.A., *The structure of turbulent shear flow*, Cambridge University Press., 1956.
- [3] Kim, H.T., Kline, S.J., Reynolds, W.C., "The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layers", *J. Fluid Mech.*, **50**(1971), pp.133-160.
- [4] Robinson, S.K., Kline, S.J., Reynolds, W.C., "Quasi-Coherent Structures in the Turbulent Boundary Layer: Part II. Verification and New Information from a Numerically Simulated Flat-Plate Layer", *Near-Wall Turbulence*, Eds. S.J. Kline et al. (1988), pp.218-247.
- [5] Robinson, S.K., "Coherent motions in the turbulent boundary layers", *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **23**, pp.601-639
- [6] 三宅 裕, 辻本公一, 縣康明, 「粗さ要素モデルによる粗面溝乱流の DNS」, 日本機械学会論文集 B 編, **65**-633 (1999), pp.1613-1620.
- [7] Miyake, Y., Tujimoto, K. and Nakaji, M. "Direct numerical simulation of rough-wall heat transfer in a

turbulent channel flow", *Intern.J.Heat Fluid Flows*, **22** (2001), pp.237-244.

- [8] 三宅 裕, 辻本公一, 佐藤範和, 鈴木雄介, 「壁近傍乱流における壁近傍層の乱流特性」, 日本機械学会論文集B編, **66**-650 (2000), pp.2585-2592.
- [9] Jiménez,J., Pinelli,A., "The autonomous cycle of near-wall turbulence" , *J.Fluid Mech.*, **389**(1999), pp.335-359.
- [10] たとえば Jeong,J., Hussain,F., Schoppa,W., Kim,J., "Coherent structures near the wall in a turbulent channel flow", *J.Fluid Mech.*, **332**(1997), pp.185-214.
- [11] Brooke,J.W., Hanratty,T.J., "Origin of turbulence-producing eddies in a channel flow" , *Phys.Fluids*, **A5**(1993), pp.1011-1021.
- [12] 三宅 裕, 宇城竜介, 森川健志, 「壁近傍乱流の縦渦の再生について」, 日本機械学会論文集B編, **61**-584(1995), pp.1272-1278..
- [13] Schoppa,W., Hussain,F., "Genesis and dynamics of coherent structures in near-wall turbulence." , Self-sustaining Mechanism of Wall Turbulence (ed.Panton), 1997, pp.385-422., Comp.Mech.Publ.
- [14] Schoppa,W., Hussain,F., "Coherent structure generation in near-wall turbulence" , *J.Fluid Mech.*, **453**(2002), pp.57-108.
- [15] Hamilton,J.M., Kim,J., Waleffe,F., "Regeneration mechanism of near-wall turbulence structures" , *J.Fluid Mech.*, **287**(1995), pp.317-348.
- [16] Nagata,M., "Three-dimensional finite-amplitude solutions in planer Couette flow: bifurcation from infinity", *J.Fluid Mech.* **217**(1990), pp.519-527.
- [17] Waleffe,F., "Exact coherent structure in channel flow" , *J.Fluid Mech.*, **435**(2001), pp.93-102.
- [18] Itano,T., Toh,S., "The dynamics of bursting process in wall turbulence" , *J.Phys.Soc.Japan.*, **70**(2001), pp.703-716.
- [19] Jiménez,J., Simens,M.P., "Low-dimensional dynamics of a turbulent wall flow" , *J.Fluid Mech.*, **435**(2001), pp.81-91.
- [20] Kawahara,G., Kida,S., "Periodic motion embedded in plane Couette turbulence : regeneration cycle and burst" , *J.Fluid Mech.*, **449**(2001), pp.291-300.
- [21] Comte-Bellot,G., "Contribution à l'étude de la turbulence de conduite" , Thèse présenté à la Faculté des Science de l'Université de Grenoble, 1963.
- [22] Miyake,Y., Tujimoto,K., Sato,N., Suzuki,Y., "Structure of turbulence in the Logarithmic Layer and its mechanism" , *Advances in Turbulence VIII*, Eds. C.Dopazo et al., (2000), pp.403-406.
- [23] 辻本公一, 佐藤範和, 三宅 裕, 「溝乱流の遠方場の大規模構造について」, 日本機械学会論文集B編, **66**-651(2000), pp.2772-2779.
- [24] Adrian,R.J. and Moin,P., "Stochastic estimation of organized turbulent structure : Homogeneous shear flow" , *J.Fluid Mech.*, **190**(1988), pp.531-559.
- [25] Zhou,J., Adrian,R.J. and Balachandar,S., "Auto-generation of near-wall vortical structure in channel

flow” , *Phys.Fluids*, **8**·1(1996), pp.288-290.

[26] Zhou,J., Adrian,R.J., Balachandar,S. and Kendall,T.M., “Mechanism for generating coherent packets of hairpin vortices in channel flow” , *J.Fluid Mech.*, **387**(1999), pp.353-396.

[27] 辻本公一, 三宅 裕, 永井尚教, 「矩形断面二次元粗面溝乱流の数値シミュレーション」, 日本機械学会論文集B編, **68**·674(2002), pp.2741-2748.

[28] Moin,P., Moser,R.D., “Characteristic-eddy decomposition of turbulence in a channel” , *J.Fluid Mech.*, **200**(1989), pp.471-509.

[29] 辻本公一, 三宅 裕, 奥田貢, 「溝乱流における大規模構造に関するモデルシミュレーション」, 日本機械学会論文集B編, **68**(2002), 掲載予定.

[30] 岩本薫, 鈴木雄二, 笠置伸英, 「溝乱流のフィードバック制御に対するレイノルズ数効果」, 第14回数値流体力学シンポジウム, B04-1(2000)(CD-ROM).

[31] Liu,Z., Adrian,R.J., Hanratty,T.J., “Large-scale modes of turbulent channel flow” , *J.Fluid Mech.*, **448**(2001), pp.53-80.

[32] Christensen,K.T., Adrian,R.J., “Statistical evidence of hairpin vortex in wall turbulence” , *J.Fluid Mech.*, **431**(2001), pp.433-443.

[33] Kim,J., Adrian,R.J., “Auto-generation of near-wall vortical structure in channel flow” , *Phys.Fluids*, **11**·(1999), pp. 417-422.

(平成14年12月4日受理)