

高周波放電プラズマにおいて負性コンダクタンスが生ずる電子密度の半径方向分布

長 濱 治 男

On the radial distribution of electron densities occurring the negative conductance in high-frequency discharge plasma.

Haruo NAGAHAMA

When a high frequency electric field $E_{1\theta}$ and a high frequency magnetic field B_{1z} are applied in azimuthal and axial direction, respectively, using a coil wound around a cylindrical discharge tube, a high frequency electrodeless discharge generates two kinds of plasma states, one of which is a weak discharge with visible light emission and another of which is an intense. For the purpose of studying the mechanism of the intense discharge, the electron density distribution in radial direction, and the oscillation excited in the plasma have been measured. As a result, it can be supposed that an ambipolar diffusion in radial direction is closely connected with the mechanism of the intense discharge.

Taking above result into consideration, the conductivity of plasma could be obtained by solving the kinetic equation of electrons in the high frequency electric and magnetic fields.

It was found that the conductance of high frequency discharge plasma becomes negative when an ambipolar diffusion velocity due to the electron density gradient exists in the radial direction.

1. ま え が き

円筒状の放電管上に高周波発振器の高周波コイルを巻き、方位方向 (θ 方向) に $E_{1\theta}$ 、管軸方向 (z 方向) に B_{1z} の高周波電磁界を加えて高周波無電極放電を行うと、弱い発光の放電状態と強い発光の放電状態の2種類の放電状態が分れて発生する⁽¹⁾⁽²⁾。この現象として、高周波電界に対するプラズマのコンダクタンスが負になることで生ずる不安性のため、高周波電界の振動の励起現象が起こり、電離が促進される結果強い発光の放電に移行するものと考えている⁽³⁾。

衝突現象のない真空状態の高周波電界の下では、電子は電界よりも90度位相の進んだ運動をするため、電子に対して高周波電界が生み出す導電率は純虚数となり、電子は高周波電界からエネルギーを吸収できない⁽⁴⁾。しかし、低圧ガス状態の高周波電界の下では、電子はガス粒子とひんば

んに衝突して速度成分を変化させるため、位相も90度よりもずれやがて同相成分も生じてくる。このため、導電率は複素導電率になり、電子は高周波電界に対してインピーダンスの性質を示すようになる。それゆえ、電子は高周波電界のエネルギーを吸収できるようになり、ガス粒子との衝突現象をくり返すことにより電離が起こり、電子が生成される。また一方、電子、イオンの再結合や拡散などにより電子は消滅するが、生成電子>消滅電子の条件が成立すると高周波絶縁破壊が起こる⁽⁵⁾。このように、導電率を調べることにより放電状態の過程をおおよそ理解することができる。

本報告はいろいろな電子密度分布状態のプラズマの導電率を高周波電磁界中の電子の運動方程式から求め、プラズマのコンダクタンスが負になる可能性のあるプラズマ状態を検討し、弱い放電から強い放電への移行機構の考察をするものである。

2. プラズマの複素導電率の導出

円筒状の放電管上に高周波発振器の高周波コイルを数回巻き、このコイル両端間に高周波電圧を印加するとき、方位方向(θ 方向)に高周波電界 E_{θ} 、管軸方向(z 方向)に高周波磁界 B_{iz} がそれぞれ実効的に生ずる。このようなモデルをプラズマの複素導電率の導出に際し考えることにし、図-1にこのモデルを示す。また、高周波無電極放電における絶縁破壊条件(無放電から弱い発光の放電の場合)として、半径 R 、長さ L の円筒放電管の場合には、

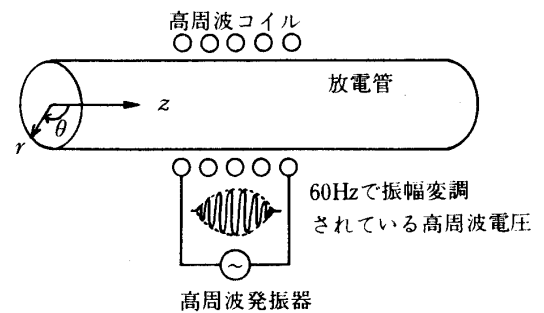


図-1 実験のモデル図

$$\frac{1}{\Lambda^2} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + \left(\frac{2.4}{R}\right)^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

が与えられる⁽⁶⁾。ただし、 Λ は拡散長で放電管壁などの境界条件での拡散の特徴を表わし、右辺1項目、2項目はそれぞれ管軸方向端面と円筒放電管壁からの拡散を示している。本モデルの場合、半径 R は1.5cm、長さ L は80cmであるので、(1)式にこれらの数値を代入すると、拡散長に占める半径方向の拡散が極めて大きいことがわかる。それゆえ、プラズマの導電率の導出に際しては、管軸方向(z 方向)の密度分布は問わずに、半径方向(r 方向)の密度分布だけ考えることにする。また、各諸量の計算は1次項までとし、線形理論で計算を行う。

2. 1. 一様密度の場合

電子密度分布が半径方向に一様である理想化された場合、拡散方程式

$$nv_{or} = -D_e \nabla n \quad \dots\dots\dots (2)$$

より、定常的な半径方向の拡散速度 v_{or} は存在しないことがわかる。ただし、 D_e は電子の拡散係数である。それゆえ、プラズマ中の電子の運動方程式は

$$m(d\mathbf{v}/dt) = -e\mathbf{E} - \nu_m m \mathbf{v} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となる。ただし、 ν_m は運動量伝達衝突周波数である。(3) 式において、高周波成分に対する諸量に添字 1 を付けると、 $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1$ 、 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1$ になる。これらは $\exp(j\omega t)$ で振動すると仮定して、 θ 成分について一次の量をとると、高周波電界 $E_{1\theta}$ で加速される電子速度 $v_{1\theta}$ として、

$$\begin{aligned} v_{1\theta} &= -\frac{e}{m} \left(\frac{\nu_m}{\omega^2 + \nu_m^2} - j \frac{\omega}{\omega^2 + \nu_m^2} \right) E_{1\theta} \\ &= v_{1\theta}' - jv_{1\theta}'' \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

が得られる。また、 θ 成分表示の電流密度の式

$$J_{1\theta} = n(-e)v_{1\theta} = \sigma_1 E_{1\theta} \quad \dots\dots\dots (5)$$

と(4)式から、複素導電率 σ_1 は

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{ne^2}{m} \left(\frac{\nu_m}{\omega^2 + \nu_m^2} - j \frac{\omega}{\omega^2 + \nu_m^2} \right) \\ &= \epsilon_0 \omega_p^2 \left(\frac{\nu_m}{\omega^2 + \nu_m^2} - j \frac{\omega}{\omega^2 + \nu_m^2} \right) \\ &= \sigma_1' - j\sigma_1'' \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。ただし、 σ_1 の実数部 σ_1' はコンダクタンスである。それゆえ、半径方向に密度分布がない理想化されたプラズマのコンダクタンスは

$$\sigma_1' = \epsilon_0 \omega_p^2 \cdot \nu_m / (\omega^2 + \nu_m^2) \quad \dots\dots\dots (7)$$

で表わされ、 $\sigma_1' < 0$ になることはない。しかし現実には、どんなプラズマでも密度勾配を持つので、次にこの場合を取り扱う。

2. 2. 半径方向に密度勾配がある場合

$a = 1.5\text{cm}$ の放電管で $f = 1.68\text{MHz}$ を使い、 $p = 0.01\text{Torr}$ において、強い発光の放電が生ずる直前の状態に印加電圧を保ち、複探針を用いて電子密度 n の半径方向分布を測定した結果が図-2 である。この場合のように、半径方向に密度差があり、特に放電管壁付近で大きな密度勾配がある場合を対象にする。

このように半径方向に電子密度勾配があると、まず移動度の大きい電子が放電管の中心から管壁に向かって拡散する結果、電子に対しては減速電界、正イオンに対しては加速電界として作用する分極電界が中心から管壁に向う方向に発生する。このため、中心付近に存在するイオンも管壁方向に拡散してゆく両極性拡散現象が生ずる。この場合の拡散方程式は、

$$n v_{or} = -D_a \nabla n \quad \dots\dots\dots (8)$$

となる。ただし、 v_{or} は半径方向の定常的な拡散速度、 D_a は両極性拡散係数で $D_a = (D_e \mu_i + D_i \mu_e) / (\mu_e + \mu_i)$ である。(8) 式はまた

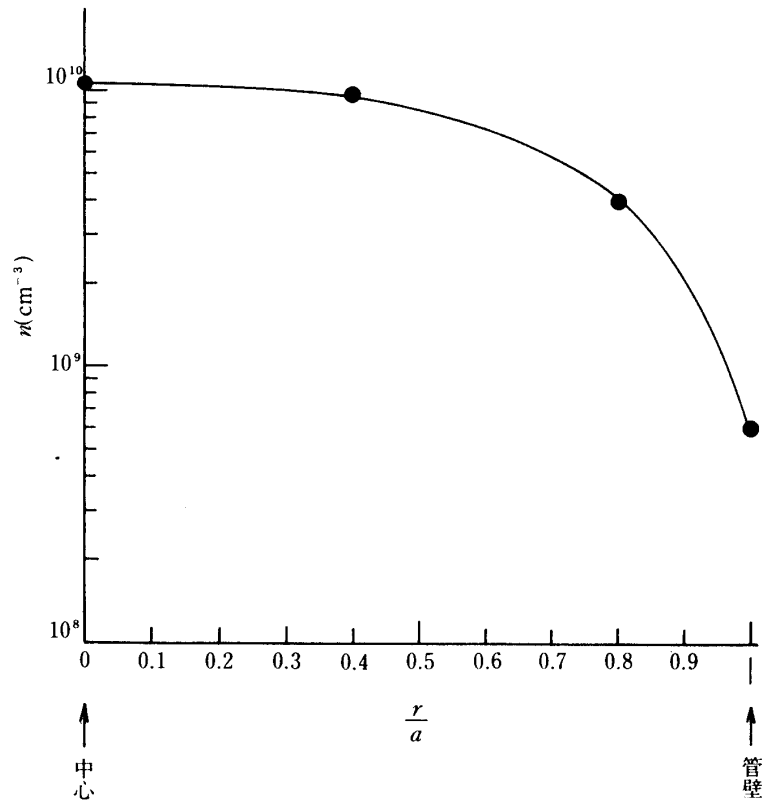


図-2 電子密度の半径方向分布($p=0.01 T_{0rr}$)

$$v_{or} = -\frac{D_a}{n} \cdot \frac{dn}{dr} \quad \dots\dots\dots (9)$$

と書けるので、図-2 より拡散速度は中心から管壁に行くほど大きくなり、特に管壁付近で最も大きくなることが予想できる。

次に、半径方向に密度勾配にもとづく拡散速度 v_{or} が存在する時、プラズマの複素導電率 σ は電子の運動方程式

$$m \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right) + m (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -e \mathbf{E} - e (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \nu_m m \mathbf{v} \quad \dots\dots\dots (10)$$

を解くことにより求まる。ただし、右辺第2項は電磁力項である。半径方向の定常的な拡散速度を考慮すると、 $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1$ となる。また、 $\mathbf{E} = \mathbf{E}_1$ 、 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1$ および \mathbf{v}_1 は $\exp(j\omega t)$ で振動すると仮定し、 θ 成分について1次量を計算すると、

$$\begin{aligned} j\omega m v_{1\theta} + m v_{or} (\partial v_{1\theta} / \partial r) + m v_{or} (v_{1\theta} / r) \\ = -e E_{1\theta} + j (e v_{or} / \omega) (E_{1\theta} / r + \partial E_{1\theta} / \partial r) - \nu_m m v_{1\theta} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここで、左辺第2項 $\partial v_{1\theta} / \partial r$ はコリオリの力を表わしている。

v_{or} 、 $E_{1\theta}$ 、 $v_{1\theta}$ はみな r の関数であるので、(10) 式とマクスウェルの電磁方程式とを連立させて、 $v_{1\theta}$ の完全な解を得ることは困難である。それゆえ、マクスウェルの電磁方程式と分離し、

(10)式だけから導電率を求める。このため、共同研究者達が文献(7)で報告したのと同様に、長さ ℓ のプラズマ円筒の半径 a を細かく m 等分し、第 n 番目の領域を半径 r_n 、円周 $2\pi r_n$ 、厚さ Δr 、軸方向の長さ ℓ の薄い殻状の円筒にとり、この第 n 領域について次のような仮定を設けて解くことを試みる。

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial v_{1\theta}'}{\partial r} \right)_{r=r_n} &= x_n \left(\frac{v_{1\theta}'}{r} \right)_{r=r_n} \\ \left(\frac{\partial v_{1\theta}''}{\partial r} \right)_{r=r_n} &= y_n \left(\frac{v_{1\theta}''}{r} \right)_{r=r_n} \\ \left(\frac{\partial E_{1\theta}}{\partial r} \right)_{r=r_n} &= z_n \left(\frac{E_{1\theta}}{r} \right)_{r=r_n} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、 $v_{1\theta} = v_{1\theta}' - jv_{1\theta}''$ である。また、 x_n, y_n, z_n は領域ごとに異なった値をとり得るが、一つの領域では一定値であるとする。

(11)式、(12)式から

$$\begin{aligned} j\omega m v_{1\theta}' + \omega m v_{1\theta}'' + m v_{0r} \cdot x_n \cdot \frac{v_{1\theta}'}{r_n} - j m v_{0r} \cdot y_n \cdot \frac{v_{1\theta}''}{r_n} \\ + m v_{0r} \frac{v_{1\theta}'}{r_n} - j m v_{0r} \frac{v_{1\theta}''}{r_n} = - e E_{1\theta} + j \frac{e v_{0r}}{\omega} (1+z) \frac{E_{1\theta}}{r_n} \\ - \nu_m m v_{1\theta}' + j \nu_m m v_{1\theta}'' \end{aligned} \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。(13)式の実数部および虚数部からそれぞれ、

$$v_{1\theta}'' = - \frac{1}{\omega} \left\{ (1+x_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m \right\} v_{1\theta}' - \frac{e}{\omega m} E_{1\theta} \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned} \omega m v_{1\theta}' - m (1+y_n) \frac{v_{0r}}{r_n} v_{1\theta}'' \\ = \frac{e v_{0r}}{\omega r_n} (1+z_n) E_{1\theta} + \nu_m m v_{1\theta}'' \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

が得られる。(14)式を(15)式に代入し $v_{1\theta}'$ を求めると、

$$v_{1\theta}' = - \frac{e}{m} \cdot \frac{\nu_m - (z_n - y_n) \frac{v_{0r}}{r_n}}{\omega^2 + \left\{ (1+x_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m \right\} \left\{ (1+y_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m \right\}} \cdot E_{1\theta} \dots\dots\dots (16)$$

となる。また、(16)式を(14)式に代入すると $v_{1\theta}''$ は

$$v_{1\theta}'' = -\frac{e}{\omega m} \cdot \frac{\omega^2 + (1+z_n) \frac{v_{0r} \nu_m}{r_n} + \left(\frac{v_{0r}}{r_n}\right)^2 (1+x_n)(1+z_n)}{\omega^2 + \left\{(1+x_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m\right\} \left\{(1+y_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m\right\}} \cdot E_{1\theta} \quad \dots\dots\dots (17)$$

となる。

次に、電流密度の式 $J_{1\theta} = -nev_{1\theta} = \sigma_{1n} E_{1\theta} = (\sigma_{1n}' - j\sigma_{1n}'') E_{1\theta}$ に (16), (17) 式を代入し、第 n 領域の複素導電率 σ_{1n} を求めると、

$$\sigma_{1n}' = \varepsilon_0 \omega^2 p_n \cdot \frac{\nu_m - (z_n - y_n) \frac{v_{0r}}{r_n}}{\omega^2 + \left\{(1+x_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m\right\} \left\{(1+y_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m\right\}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\sigma_{1n}'' = \frac{\varepsilon_0 \omega^2 p_n}{\omega} \cdot \frac{\omega^2 + (1+z_n) \frac{v_{0r} \nu_m}{r_n} + \left(\frac{v_{0r}}{r_n}\right)^2 (1+x_n)(1+z_n)}{\omega^2 + \left\{(1+x_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m\right\} \left\{(1+y_n) \frac{v_{0r}}{r_n} + \nu_m\right\}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。ただし、 $\omega^2 p_n = (ne^2 / m\varepsilon_0)$, n は $r=r_n$ における電子密度である。

(18) 式より、プラズマのコンダクタンス σ_{1n}' は

$$\nu_m - (z_n - y_n) (v_{0r}/r_n) \leq 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

を満足するとき、 $\sigma_{1n}' < 0$ になることが明らかである。(20) 式で σ_{1n}' の正負を決めるためには、 v_{0r} , z_n , y_n を知る必要があるので、次にこれらを求めることにする。

3. 検 討

3. 1. v_{0r} の半径方向分布

(20) 式で $\sigma_{1n}' < 0$ を決めるためには v_{0r} を知る必要があり、そのためには電子密度 n の半径方向分布が必要である。 n の分布を与える式としては、連続の式と拡散の式とから

$$\nabla^2 n + (\nu_i / D_a) n = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

が得られる⁽⁸⁾。ただし、 ν_i は電離衝突周波数であり、電界 $E_{1\theta}$ の関数すなわち r の関数である。このことを考慮して (21) 式を解くと、

$$\left. \begin{aligned} n &= n_{00} J_0 \left(\sqrt{\frac{B}{D_a}} \cdot \frac{r^2}{a} \cdot E_0 \right) \\ B &= \frac{1}{e V_i} \cdot \frac{e^2 \nu_m}{m(\nu_m^2 + \omega^2)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

が得られる⁽⁹⁾。ただし、 V_i は電離電圧、 E_0 は $r=a$ での電界の値である。図-2 は σ_{1n}' が負になる直前の分布すなわち、弱い発光の放電から強い発光の放電へ移行する直前の分布である。(22)

式は $r=a$ の境界条件では

$$\frac{(n)_a}{n_{00}} = J_0 \left(\sqrt{\frac{B}{D_a}} \cdot \frac{a^2}{a} \cdot E_0 \right) = J_0(\zeta) \quad \dots\dots\dots (23)$$

となるが、管壁密度 $(n)_a$ と中心密度 n_{00} は図-2 で実測しているのので、これらの比から $\zeta=2.30$ を得る。それゆえ、 $\sqrt{B/D_a} \cdot E_0 = 2.30/a$ であるので、(22) 式から図-2 の電子密度分布の式として、

$$n = n_{00} J_0 \left(2.30 \frac{r^2}{a^2} \right) \quad \dots\dots\dots (24)$$

を得る。ただし、 J_0 は零次のベッセル関数である。

次に、 v_{0r} は (9) 式で表わされるので、(24) 式を (9) 式に代入すると、

$$v_{0rn} = 4.60 \frac{r_n}{a^2} D_a \frac{J_1 \left(2.30 \frac{r_n^2}{a^2} \right)}{J_0 \left(2.30 \frac{r_n^2}{a^2} \right)} \quad \dots\dots\dots (25)$$

が求まる。ただし、 J_1 は1次のベッセル関数である。 v_{0rn} は J_1/J_0 に比例するから、(13) 式同様に今層分割数を $m=10$ として各領域で J_1/J_0 を計算した結果が図-3 である。図から明らかなように最も外側領域(第10領域)で v_{0rn} が大きくなるので、コンダクタンスの負性化に最も効くことがわかる。

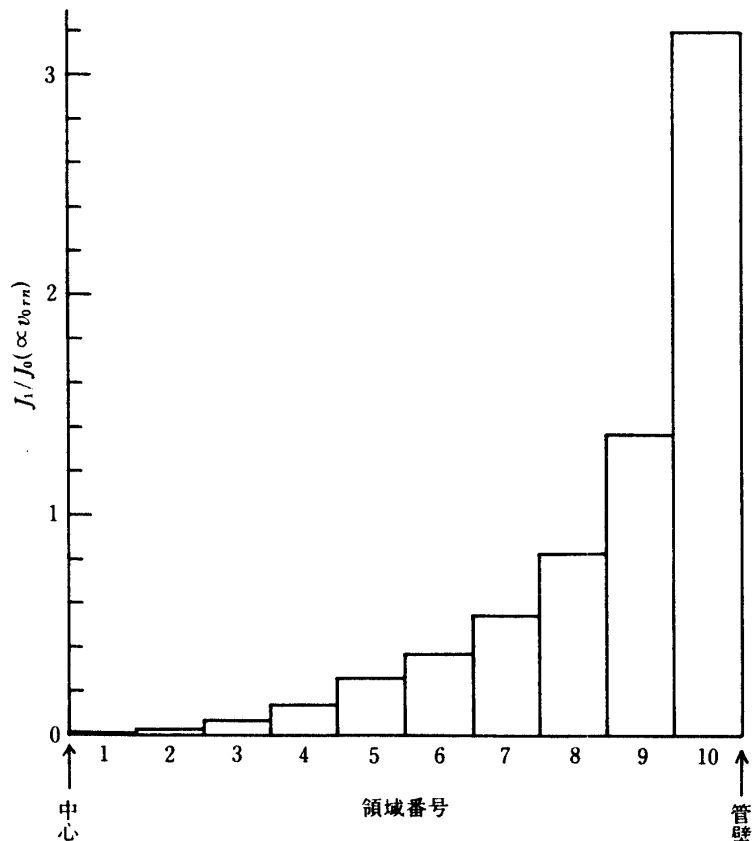


図-3 各領域における $J_1/J_0 (\propto v_{0rn})$ の値

3. 2. z_n, y_n の大きさ

まず、 z_n は高周波電界の半径方向分布のずれの程度を表わす係数である。

弱い放電状態におけるプラズマは薄いので、プラズマがないと仮定すると、半径方向の電界分布はマクスウェルの電磁方程式を解くことから、

$$E_{1\theta} \simeq \frac{r}{a} E_0 \quad \dots\dots\dots (26)$$

で近似でき、(26) 式と (12) 式 $\partial E_{1\theta}/\partial r = z(E_{1\theta}/r)$ より $z=1$ が得られる。また、実効的なプラズマの抵抗率は密度に反比例するため、図-2 で表わされるような密度分布をとるプラズマの場合、管壁部で抵抗率が大きくなり、電圧降下も大きくなるため電界強度が大きくなる。このため、プラズマがあると管壁付近では $z > 1$ となる。

次に、 y_n は半径方向に密度勾配のあるときに生ずる定常的な拡散速度 v_{0r} と z 方向の実効的な高周波磁界 B_{1z} との相互作用で生ずる電磁力 $-e(\mathbf{v}_{0r} \times \mathbf{B}_{1z})$ および高周波電界 $\mathbf{E}_{1\theta}$ による電気力 $-e\mathbf{E}_{1\theta}$ の2つの力によって加速される電子の速度 $\mathbf{v}_{1\theta}$ の虚数部 $\mathbf{v}_{1\theta}''$ の r 方向分布を示す係数である。もし、2. 1 節のように v_{0r} が0で電磁力項 $-e(\mathbf{v}_{0r} \times \mathbf{B}_{1z})$ がなく、 $\mathbf{E}_{1\theta}$ のみで電子が加速されるとき、(4) 式、(26) 式より $x_n=y_n=z_n$ となり、 $\mathbf{v}_{1\theta}$ が $\mathbf{E}_{1\theta}$ と同様の变化を示すことを示す。しかし、半径方向に拡散速度 v_{0r} が存在し、特に図-3 のように中心よりも管壁付近で大きい場合には、(16) 式より $\mathbf{E}_{1\theta}$ の r 方向における増加に対して $\mathbf{v}_{1\theta}$ の増加がにぶり減少する可能性も考えられる。このように $\mathbf{v}_{1\theta}$ が r の増加にもかかわらず減少するような領域では、 $\mathbf{v}_{1\theta}$ の傾きは $\mathbf{E}_{1\theta}$ の傾きと逆勾配となることがわかる。それゆえ、このような領域においては $x_n < 0$ 、 $y_n < 0$ となり得る。 $y_n < 0$ となると、(20) 式の $-(z_n - y_n)$ の項はますます負に大きくなるので、 v_{0r} の増加にともない σ_{1n}' は負に大きくなる可能性のあることがわかる。

4. ま と め

半径方向に密度勾配があり、特に中心よりも管壁付近での勾配が大きい場合のプラズマの複素導電率を電子の運動方程式から求め、コンダクタンス σ_{1n}' が負になる可能性を検討した。この結果、放電管壁付近で v_{0r} が最も大きくなるので、電磁力 $-e(\mathbf{v}_{0r} \times \mathbf{B}_{1z})$ が θ 方向に生じ、これが $-e\mathbf{E}_{1\theta}$ に逆位相で加わるため、プラズマの高周波に対する等価コンダクタンスが負となる。このため、一種の不安定現象が生じてプラズマ中の高周波電界の振幅が増大し、電離が促進されるため、弱い発光の放電から強い発光の放電状態に移行すると考えられる。

おわりに、始終有益なご助言、ご指導をいただきました関西大学工学部電子工学科高元暉夫教授、福村隆志助手に感謝の意を表わします。

参 考 文 献

- (1) 高元, 向山, 長浜: 電気学会論文誌 91, 753, (1971)
- (2) 長濱 : 福井工業大学研究紀要 10, 1, (1980)
- (3) 福村, 長濱, 高元: 電気学会論文誌 97A-5, 243, (1977)
- (4) S.C.Brown : Encyclopedia of Physics XX11, 531, (1956)
- (5) 同上 : 同上 532, (1956)
- (6) 同上 : 同上 533, (1956)
- (7) 福村, 高元 : 電気学会論文誌 100A-2, 64, (1980)
- (8) 関口・一丸 : プラズマ物性工学 56 (1969) オーム社
- (9) 長濱 : 福井工業大学研究紀要 12, 4, (1982)
- (10) 同上 : 同上 6, (1982)