

# 対向型オフセット 2 気筒機関の平衡について

藤 井 博 知

## On the Balance of the Inertia Force of Piston Movement in Two Different Engines.

Hirotoomo FUJII

In this paper we compared and approached the inertia force of piston movement in two different engines.

Then we found the maximum value of two unbalanced piston movements-one is in the two cylinders opposed engines and the other in the opposed two cylinders offset engine.

We tried to illustrate their processes in this paper.

### 1 緒 言

本論文は、対向型 2 気筒機関と対向型オフセット 2 気筒機関の平衡について、この 2 つの場合における機関のピストンの不均衡慣性力の最大値を求め、図解し、その不均衡慣性力が、いかに変化するかを比較検討した。

### 2 対向型 2 気筒機関の平衡

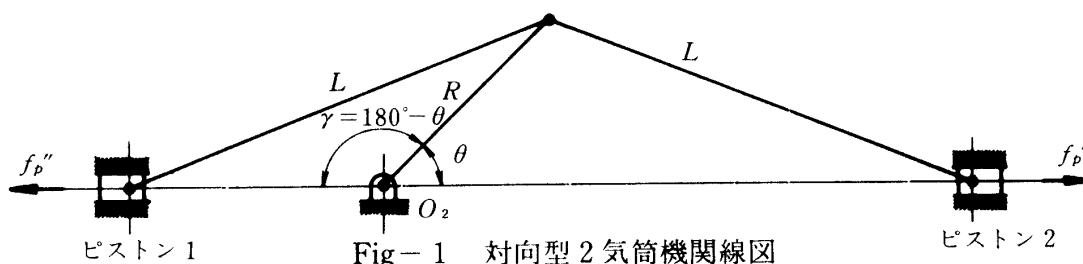


Fig1 において 2 個の気筒を有し、連接棒の長さはいずれも  $L$  とし、クランクの回転中心を  $O_2$ 、クランクの長さを  $R$  とする。

すなわち、ピストン 1 とピストン 2 とクランクの固定軸  $O_2$  が一直線上にある場合の総不均衡慣性力を求めると、

但し、ピストンの重量を  $W_p$  [kg]、ピストンに集中される連接棒の分力  $W_p'$  [kg] とする。

ピストン 1 の不均衡慣性力は

$$f_p' = \frac{(W_p + W_p')}{g} R \omega^2 \left( \cos \theta + \frac{R}{L} \cos 2\theta \right)$$

ピストン2の不均衡慣性力は、但し  $180^\circ - \theta = \gamma$  とすると

$$f_p'' = \frac{W_p + W_p'}{g} R \omega^2 \left( \cos \gamma + \frac{R}{L} 2 \cos \gamma \right)$$

故に、総不均衡慣性力は

$$\begin{aligned} f &= f_p' + f_p'' \\ &= \frac{(W_p + W_p')}{g} R \omega^2 \left( \cos \theta + \frac{R}{L} \cos 2\theta \right) - \frac{(W_p + W_p')}{g} R \omega^2 \left( \cos \gamma + \frac{R}{L} \cos 2\gamma \right) \end{aligned}$$

Since  $\gamma = (180^\circ - \theta)$  より

$$f = 2 \frac{(W_p + W_p')}{g} R \omega^2 \cos \theta$$

### 3 対向型オフセット2気筒機関の平衡

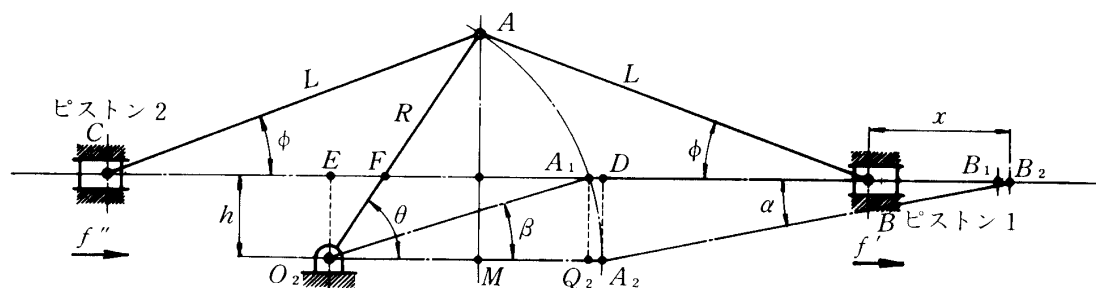


Fig-2 対向型オフセット2気筒機関線図

Fig 2において2気筒を有し、クランクの固定軸を  $O_2$ 、クランクの長さを  $R$ 、接続棒の長さをそれぞれ  $L$  とし、 $B_1$  および  $B_2$  はクランクが  $A_1$  および  $A_2$  に来たときに、水平線  $CB$  線上に位置する点とする。 $\angle \phi$  は水平線と  $AB$  とのなす角、 $\angle \theta$  は  $\angle AOA_2$ 、偏位位置は水平線  $CB$  より  $h$  下方にあるものとし、クランク  $O_2 A_2$  が水平の位置にある時、接続棒  $AB$  は  $A_2 B_2$  の位置を占めることになる。

クランク  $R$  が左回転する時、 $B_2$  点は左方向へ移動する距離を  $x$  とすると

(a)  $\angle \phi$  が小さい場合

$B$  から  $B_2$  に移動する距離  $x$  は

$$\begin{aligned} x &= EB_2 - (EF + FM + MB) & EB_2 &= ED + DB_2 \\ &= R + L \cos \alpha - (R \cos \theta + L \cos \phi) \end{aligned}$$

$$= R + L \cos \alpha - R \cos \theta - L \cos \phi \quad \dots\dots [1]$$

$$L \sin \phi = R \sin \theta - h$$

$$\sin \phi = \frac{R}{L} \sin \theta - \frac{h}{L}, \quad \frac{R}{L} = n, \quad \frac{h}{L} = \lambda \text{ とおくと}$$

$$\sin \phi = n \sin \theta - \lambda$$

$$\text{公式 } \cos \phi = \sqrt{1 - \sin^2 \phi} \text{ より}$$

$$\cos \phi = \sqrt{1 - (n \sin \theta - \lambda)^2} \doteq 1 - \frac{1}{2}(n \sin \theta - \lambda)^2 \dots\dots [2]$$

[2]式を[1]式に代入すると

$$\begin{aligned} x &= R + L \cos \alpha - R \cos \theta - L \left\{ 1 - \frac{1}{2}(n \sin \theta - \lambda)^2 \right\} \\ &= R(1 - \cos \theta) + L(\cos \alpha - 1) + \frac{1}{2} L (n \sin \theta - \lambda)^2 \quad \dots\dots [3] \end{aligned}$$

(b)  $\angle \phi$  が大きい場合

$$\cos \phi = \sqrt{1 - (n \sin \theta - \lambda)^2} \doteq 1 - \frac{1}{2}(n \sin \theta - \lambda)^2 - \frac{1}{8}(n \sin \theta - \lambda)^4 - \dots\dots$$

ゆえに、[1]式より距離  $x$  を求めると

$$x = R(1 - \cos \theta) + L(\cos \alpha - 1) + \frac{1}{2} L (n \sin \theta - \lambda)^2 + \frac{1}{8} L (n \sin \theta - \lambda)^4 \quad \dots [4]$$

$B$  から  $B_2$  に移動する距離  $x$  において  $\angle \phi$  が小さい場合、 $\angle \phi$  が大きい場合の総不均衡慣性力

$$f_p' = \frac{(W_p + W_p')}{g} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad f_p'' = \frac{(W_p + W_p')}{g} \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} \text{ を求めると}$$

(c)  $\angle \phi$  が小さい場合

[3]式よりピストンの加速度を求めると

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= R\omega - \left( -\sin \frac{d\theta}{dt} \right) + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2(n \sin \theta - \lambda)n \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \\ &= R\omega \sin \theta + L n \omega (n \sin \theta - \lambda) \cos \theta \end{aligned}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = R\omega^2 \cos \theta - L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda) \sin \theta - L n^2 \omega^2 \cos^2 \theta$$

ピストン1の不均衡慣性力は

$$f_p' = \frac{(W_p + W_p')}{g} R\omega^2 \cos \theta - L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda) \sin \theta + L n^2 \omega^2 \cos^2 \theta$$

ピストン2の不均衡慣性力は、但し  $180^\circ - \theta = \gamma$  とする。

$$f_p'' = \frac{(W_p + W_p')}{g} \cdot R\omega^2 \cos \gamma - L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda) \sin \gamma + L n^2 \omega^2 \cos^2 \gamma$$

総不均衡慣性力を  $f_p = f_p' \leftrightarrow f_p''$  より求めると  $f_p'$ ,  $f_p''$  の第2項は打ち消されるから総不均衡慣性力は次式のように簡略化される。

$$\begin{aligned} f_p &= f_p' \leftrightarrow f_p'' \\ &= 2 \cdot \frac{(W_p + W_p')}{g} R \omega^2 \cos \theta \end{aligned}$$

(d)  $\angle \phi$  が大きい場合

〔4〕式よりピストンの加速度を求めると

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= R \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{2} \cdot L \cdot 2 \cdot (n \sin \theta - \lambda) n \cos \theta \frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{8} \cdot L \cdot 4 \cdot (n \sin \theta - \lambda)^3 n \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \\ &= R \omega \sin \theta + L n \omega (n \sin \theta - \lambda) \cos \theta + \frac{1}{2} L n \omega (n \sin \theta - \lambda)^3 \cos \theta \\ \frac{d^2 x}{dt^2} &= R \omega \cos \theta \frac{d\theta}{dt} + L n \omega (n \sin \theta - \lambda) \left( -\sin \theta \frac{d\theta}{dt} \right) \\ &\quad + L n \omega \cos \theta \left( n \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \right) - \frac{1}{2} L n \omega \cdot 3 (n \sin \theta - \lambda)^2 \left( -\sin \theta \frac{d\theta}{dt} \right) \\ &\quad - \frac{1}{2} L n \omega (n \sin \theta - \lambda)^3 \left( -\sin \theta \frac{d\theta}{dt} \right) \\ &= R \omega^2 \cos \theta - L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda) \sin \theta + L n^2 \omega^2 \cos^2 \theta \\ &\quad + \frac{3}{2} L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda)^2 \sin \theta - \frac{1}{2} L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda)^3 \sin \theta \end{aligned}$$

ピストン1の不均衡慣性力は

$$\begin{aligned} f_p' &= \frac{(W_p + W_p')}{g} \cdot R \omega^2 \cos \theta - L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda) \sin \theta + L n \omega^2 \cos^2 \theta \\ &\quad + \frac{3}{2} L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda)^2 \sin \theta - \frac{1}{2} L n \omega^2 (n \sin \theta - \lambda)^3 \sin \theta \end{aligned}$$

ピストン2の不均衡慣性力は

$$\begin{aligned} f_p'' &= \frac{(W_p + W_p')}{g} \cdot R \omega^2 \cos \gamma - L n \omega^2 (n \sin \gamma - \lambda) \sin \gamma + L n \omega^2 \cos^2 \gamma \\ &\quad + \frac{3}{2} L n \omega^2 (n \sin \gamma - \lambda)^2 \sin \gamma - \frac{1}{2} L n \omega^2 (n \sin \gamma - \lambda)^3 \sin \gamma \end{aligned}$$

$f_p = f_p' \leftrightarrow f_p''$  より  $f_p'$ ,  $f_p''$  の第2, 第3項は打ち消されるから総不均衡慣性力は次式のように簡略化される。

$$f_p = f_p' \leftrightarrow f_p'' = 2 \cdot \frac{(W_p + W_p')}{g} R \omega^2 \cos \theta$$

ゆえに, Fig 1, Fig 2 における総不均衡慣性力は  $\angle \phi$  の大小にかかわらず次の式で表わされる。

$$f_p = f_p' \leftrightarrow f_p'' = 2 \cdot \frac{(W_p + W_p')}{g} R \omega^2 \cos \theta \quad \dots\dots [5]$$

#### 4 計 算 例

〔5〕式の一搬式を使って  $f$  [kg] を求める。

ただし

$$W_p + W_p' = 10 \text{ [kg]}, n = 1,200 \text{ [r.p.m]}, g = 9.8 \text{ [m/sec}^2\text{]}$$

角速度  $\omega$  は

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{2 \times 3.14 \times 1,200}{60} = 125.6 \text{ [rad/sec]}$$

とする。

また、式  $n = \frac{R}{L}$  より  $n = \frac{1}{2}$ , 1, 2 について、すなわち  $R = 200, 300, 400$  [mm] とし、それぞれの値を 5 式に代入して計算すると表－1 のようになる。

表－1

$f$  [kg]

$\theta \backslash R$ [mm]	200	300	400
0°	6438.92	9658.38	12877.84
5°	6414.42	9621.63	12828.84
10°	6341.10	9511.65	12682.20
15°	6219.52	9329.28	12439.04
20°	6050.61	9075.91	12101.22
25°	5835.65	8753.47	11671.29
30°	5576.27	8364.41	11152.54
35°	5274.46	7911.68	10548.91
40°	4932.50	7398.75	9865.00
45°	4553.01	6829.51	9106.01
50°	4138.86	6208.29	8277.72
55°	3693.21	5539.82	7386.43
60°	3219.46	4829.19	6438.92
65°	2721.21	4081.81	5442.41
70°	2202.24	3303.36	4404.28
75°	1666.52	2494.77	3333.03
80°	1118.11	1677.16	2236.21
85°	561.19	841.78	1122.38
90°	0	0	0

#### 5 計 算 結 果

表－1 により総不均衡慣性力  $f$  [kg] の最大値と最小値をとると

$R = 200$ ,  $\theta = 0^\circ$  のとき  $f = 6438.92$  [kg] が最大となる。

$R=300$ ,  $\theta=0^\circ$  のとき  $f=9658.38[\text{kg}]$  が最大となる。

$R=400$ ,  $\theta=0^\circ$  のとき  $f=12877.84[\text{kg}]$  が最大となる。

$R=200$ ,  $\theta=90^\circ$  のとき  $f=0[\text{kg}]$  が最小となる。

$R=300$ ,  $\theta=90^\circ$  のとき  $f=0[\text{kg}]$  が最小となる。

$R=400$ ,  $\theta=90^\circ$  のとき  $f=0[\text{kg}]$  が最小となる。

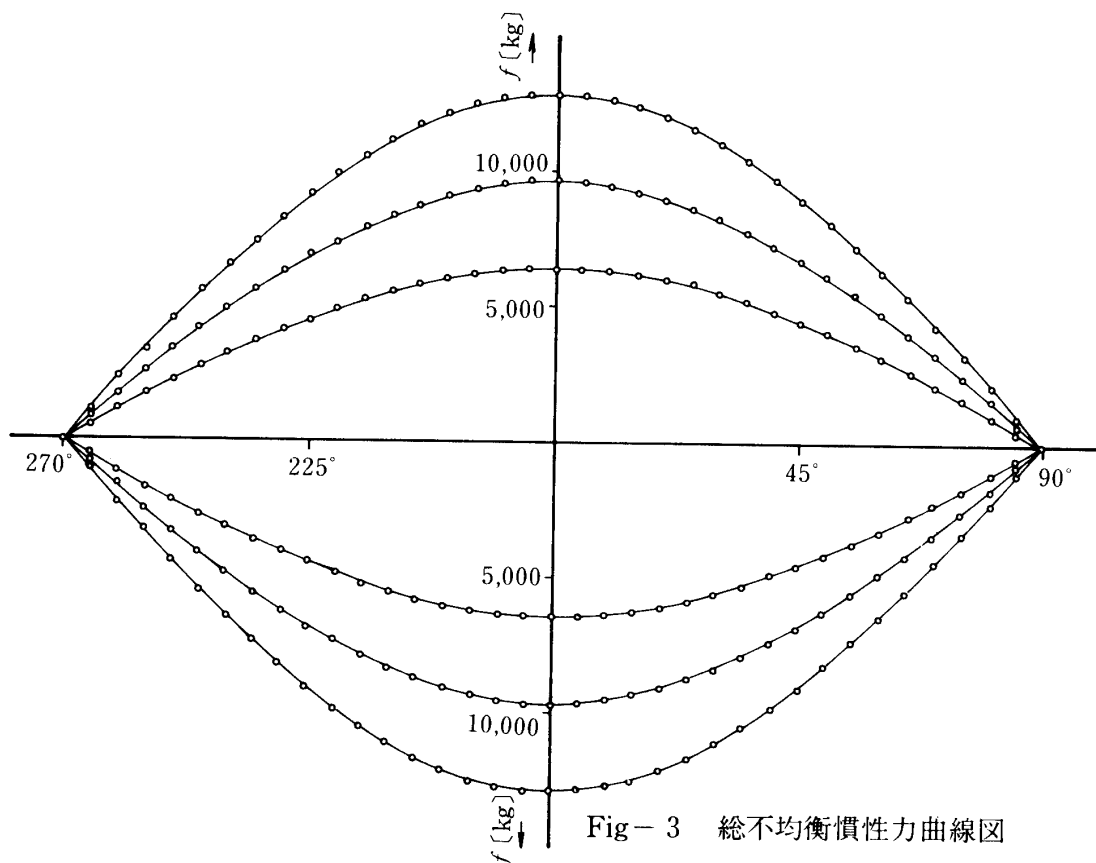


Fig-3 総不均衡慣性力曲線図

## 6 結 言

Fig 1 の対向型 2 気筒機関，すなわちピストン 1，ピストン 2，クランクの固定軸の 3 点が一直線上にある総不均衡慣性力  $f_p = f_p' + f_p'' [\text{kg}]$  と Fig 2 のように，ピストン 1，ピストン 2 の 2 点線上よりクランクの固定軸が  $h$  だけ下方にある対向型オフセット 2 気筒機関の総不均衡慣性力  $f_p = f_p' + f_p''$  とは相等しい。

なぜなら，Fig 2 において式  $f_p = f_p' + f_p'' [\text{kg}]$  は， $f_p'$  の第 2 項と  $f_p''$  の第 2 項は打ち消される。また，角の大小においても同様である。

故に Fig 1，Fig 2 の総不均衡慣性力  $f_p = f_p' + f_p'' [\text{kg}]$  は式  $f_p'$ ， $f_p''$  の第 2 項が水平的にバランスするから式  $f_p = f_p' + f_p'' [\text{kg}]$  において 0 となる。

角の大小においても関係しない事を Fig 2 の式  $f_p = f_p' + f_p''$  [kg] の展開より知る。

また Fig 3 の総不均衡慣性力曲線図においては  $\theta = 90^\circ$ ,  $\theta = 270^\circ$  においてバランス状態が最も安定している。

また  $R$  [mm], すなわちクランクの長さより, 連接棒の長さ  $L$  [mm] が大きい程, バランス状態が安定してくる。

最後に, 福井工業大学機械工学科教授 奥田薫先生に御指導をいただき深く感謝致します。

#### 参 考 文 献

1. 機械力学 田村章義著 森北出版
2. 機械振動入門 Willam Tyrrell Thomson 著  
小堀鐸二校閲  
小堀与一訳 丸善株式会社
3. 改訂 内燃機関工学 栗野誠一著 山海堂
4. Dynamics of Machinery A.R Holowenko  
Professor of mechanical  
Engineering Purdue univeraity
5. 機械工学通論 大久保肇編 朝倉書店
6. 機械力学 斉藤秀雄著 朝倉書店
7. 振動工学 谷口修著 コロナ社
8. 振動工学 田島清瀬著 産業図書
9. 機械振動学 加藤仁著 コロナ社
10. 機械振動論 J. P. DEN HARTOG 著  
谷口修・藤井澄二 共訳 コロナ社