

カムおよび従動節系の拘束用バネの力について

奥 田 薫

On the Study of the Controlling Spring Force for the Cam and the Follower Series

Kaoru OKUDA

It has been considered that the spring force controlling the actions at the point of contact for the cam and the follower series is important. The problem is concerned with the determination of the equivalent total force acting at the cam, such information being necessary in determining the design of the cam series.

Then the author found the equivalent total force for the various cam series, and dealt with the comparison of the controlling spring force and the equivalent total force of the cycloidal cam, fifth order polynomials curved cam, simple harmonic cam, seventh order polynomials cam and next the fifth order polynomials cam and then the weakest spring force has been adapted at the best for the simple harmonic cam.

I 緒 言

機械が高速度化するにつれて種々の問題がおこってくるがその重要な課題の一つはカムと従動節が常に接触していなければならないのでバネの力で拘束する必要がある。

拘束用バネの力が弱いとカムに従動節を押しつける力はなくなり、カムより従動節を離してしまう。また必要以上に大きなバネ力を加えることは動力の浪費となるばかりでなく振動を生じカムや接触子などの損傷を来すからカムに使用する拘束用バネの力は適当であることを必要とする。

よってこの論文においては(1)サイクロイドカム(2)5次曲線カム(3)単弦曲線カム(60° 静止) (4)5次曲線カム(60° 静止) (5)7次曲線カム(60° 静止)の5種類のカムを用いて各回転数におけるカムにかかる力を理論と実験から検討を加えた。

II 理 論

図1における振動系の運動方程式は次のようになる。

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -C_t \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dy_c}{dt} \right) - C_f \frac{dy}{dt} - C_b \frac{dy}{dt} - k(y - y_c) - k_s y - S_1 \quad (2-1)$$

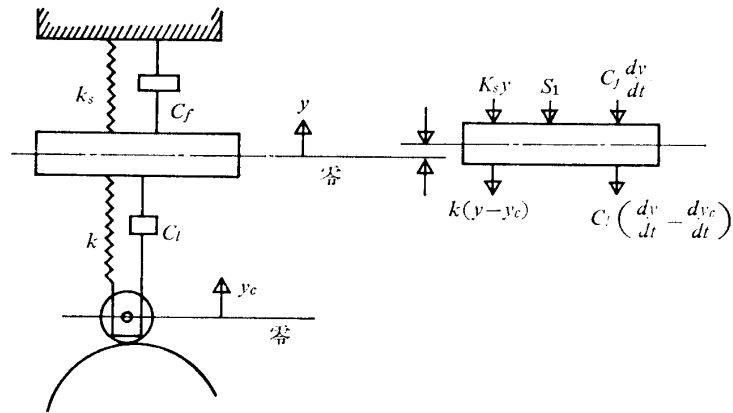


図1 カムと従動節装置の系

(a) 装置の系

(b) 質量に働く力

m : 従動節先端の相当質量	($\text{kgs}^2\text{-mm}$)
y : 従動節先端の変位	(mm)
y_c : カムの変位	(mm)
k : 従動節の相当バネ常数	(kg/mm)
k_s : 拘束用バネのバネ常数	(kg/mm)
C_f : フレームと従動節間の減衰係数	(kgs/mm)
C_t : 従動節内の減衰係数	(kgs/mm)
C_b : カム軸の軸受内における減衰係数	(kgs/mm)
S_1 : 初期のバネの力	(kg)

とする。

この式において従動節の減衰係数は極めて小であり無視出来るしまたフレームと従動節間の減衰係数も運転開始時は極めて大であるが定常状態においては小となるのでこれを無視することが出来るし軸受内の減衰係数も定常状態には小として省略するとこの式は次のようになる。

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -k(y - y_c) - k_s y - S_1 \quad (2-2)$$

ここに y_c はカムの変位曲線であるから次の色々のカム変位曲線についてその振動状態を検討する。

(a) サイクロイドカムの変位曲線は次のとおりである。

$$y = h \left(\frac{\theta}{\theta_0} - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi \frac{\theta}{\theta_0} \right)$$

ただし ; $0 \leq \theta \leq \theta_0$

h ; カムの行程 (mm)

θ ; カムの回転角 (degree)

θ_0 ; カム上昇変位 h の行程を完了するに要する回転角 (degree)

この実験においてはカムは次式であらわされる。

$$y = 15 \left(\frac{\theta}{180} - \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi \frac{\theta}{180} \right), \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq 180^\circ$$

(b) 5 次曲線カムの変位曲線は次のとおりである。

$$y_c = h \left\{ 10 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3 - 15 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^4 + 6 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^5 \right\}, \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq \theta_0$$

本実験のカム曲線は次式で示される。

$$y_c = 15 \left\{ 10 \left(\frac{\theta}{180} \right)^3 - 15 \left(\frac{\theta}{180} \right)^4 + 6 \left(\frac{\theta}{180} \right)^5 \right\}, \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq 180$$

(c) 単弦 (60° 静止) 曲線カムの変位曲線は次式であらわされる。

$$y_c = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{\theta}{\theta_0} \right), \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq \theta_0$$

本実験のカムは次のとおりである。

$$y_c = \frac{15}{2} \left(1 - \cos \pi \frac{\theta}{150} \right), \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq 150^\circ$$

(d) 5 次 (60° 静止) 曲線カムの変位曲線は次のとおりである。

$$y_c = h \left\{ 10 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^3 - 15 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^4 + 6 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^5 \right\}, \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq \theta_0$$

本実験では次式にてあらわし得る。

$$y_c = 15 \left\{ 10 \left(\frac{\theta}{150} \right)^3 - 15 \left(\frac{\theta}{150} \right)^4 + 6 \left(\frac{\theta}{150} \right)^5 \right\}, \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq \theta_0$$

(e) 7 次 (60° 静止) 曲線カムの変位曲線は次式となる。

$$y_c = h \left\{ 35 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^4 - 84 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^5 + 70 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^6 - 20 \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)^7 \right\}, \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq \theta_0$$

本実験のカムは次式であらわされる。

$$y_c = 15 \left\{ 35 \left(\frac{\theta}{150} \right)^4 - 84 \left(\frac{\theta}{150} \right)^5 + 70 \left(\frac{\theta}{150} \right)^6 - 20 \left(\frac{\theta}{150} \right)^7 \right\}, \text{ mm ; ただし } 0 \leq \theta \leq 150^\circ$$

(i) 以上のカム曲線はすべてカム軸 1 回転の変位曲線であり、カム回転によりくりかえしくりかえし周期運動をなすのである。ゆえに変位 y_c をフーリエ級数によって展開して表わすものとする。

ただし単弦カムの場合はこれを除く。区間 $0 \leq \omega t \leq 2\pi$ を 24 等分しその分点 $x_0 = 0, x_1 = \frac{\pi}{12},$

$\frac{2\pi}{12}, \dots, x_{23} = 23 \times \frac{\pi}{12}$ における値, $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{23}$ が与えられているから y_c の値をフーリエ級数で展開するため次式を用える。

$$\begin{aligned} y_c &= a_0 + a_1 \cos \omega t + a_2 \cos 2\omega t + \dots + a_{11} \cos \omega t \\ &\quad + a_{12} \cos 12\omega t + b_1 \sin \omega t + \dots + b_{11} \sin \omega t \\ &= \sum_{i=0}^{12} a_i \cos i\omega t + \sum_{i=1}^{11} b_i \sin i\omega t \end{aligned} \quad (2-3)$$

この(2-3)式を(2-2)式に代入すると次のようになる。

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + (k + k_s) y = k \left\{ \sum_{i=0}^{12} a_i \cos i\omega t + \sum_{i=1}^{11} b_i \sin i\omega t \right\} - S_1 \quad (2-4)$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{(k + k_s)}{m} y = \frac{k}{m} \left\{ \sum_{i=0}^{12} a_i \cos i\omega t + \sum_{i=1}^{11} b_i \sin i\omega t \right\} - \frac{S_1}{m} \quad (2-5)$$

ここに $\frac{k + k_s}{m} = p^2$, $\frac{k}{m} a_i = \varphi_i$, $\frac{k}{m} b_i = \psi_i$, $\frac{S_1}{m} = q$ とおけば

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + p^2 y = \sum_{i=0}^{12} \varphi_i \cos i\omega t + \sum_{i=1}^{11} \psi_i \sin i\omega t - q \quad (2-6)$$

ここにおいて両辺をラプラス変換をすると

$$\begin{aligned} s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0) + p^2 Y(s) \\ = \sum_{i=0}^{12} \varphi_i \frac{s}{s^2 + i^2 \omega^2} + \sum_{i=1}^{11} \psi_i \frac{i\omega}{s^2 + i^2 \omega^2} - \frac{q}{s} \end{aligned} \quad (2-7)$$

初期時間 $t = 0$ のときは, $y = 0$, $y' = 0$ であるから

$$\therefore (s^2 + p^2) Y(s) = \sum_{i=0}^{12} \varphi_i \frac{s}{s^2 + i^2 \omega^2} + \sum_{i=1}^{11} \psi_i \frac{i\omega}{s^2 + i^2 \omega^2} - \frac{q}{s} \quad (2-8)$$

$$\therefore Y(s) = \sum_{i=0}^{12} \varphi_i \frac{s}{(s^2 + p^2)(s^2 + i^2 \omega^2)} + \sum_{i=1}^{11} \psi_i \frac{i\omega}{(s^2 + p^2)(s^2 + i^2 \omega^2)} - \frac{q}{s(s^2 + p^2)} \quad (2-9)$$

この式を逆ラプラス変換して

$$\begin{aligned} y = \sum_{i=0}^{12} \frac{\varphi_i}{i^2 \omega^2 - p^2} (\cos pt - \cos i\omega t) + \sum_{i=1}^{11} \frac{\psi_i}{i^2 \omega^2 - p^2} \left(\frac{i\omega}{p} \sin pt \right. \\ \left. - \sin i\omega t \right) - \frac{q}{p^2} (1 - \cos pt) \end{aligned} \quad (2-10)$$

もとに記号を戻して

カムおよび従動節系の拘束用バネの力について

$$\begin{aligned}
 y = & \sum_{i=0}^{12} \frac{\frac{k}{m} a_i}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} \left(\cos \sqrt{\frac{k+k_s}{m}} t - \cos i \omega t \right) \\
 & + \sum_{i=1}^{11} \frac{\frac{k}{m} b_i}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} \left(\frac{i \omega}{\sqrt{\frac{k+k_s}{m}}} \sin \sqrt{\frac{k+k_s}{m}} t - \sin i \omega t \right) \\
 & - \frac{s}{k+k_s} \left(1 - \cos \sqrt{\frac{k+k_s}{m}} t \right) \quad (2-11)
 \end{aligned}$$

この(2-11)式において時間が経過すれば自由振動の項は消滅するから

$$y = \sum_{i=0}^{12} \frac{\frac{k}{m} a_i}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} (-\cos i \omega t) + \sum_{i=1}^{11} \frac{\frac{k}{m} b_i}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} (-\sin i \omega t) - \frac{s}{k+k_s} \quad (2-12)$$

速度を得るためにこの式を微分すると

$$y' = \sum_{i=1}^{12} \frac{\frac{k}{m} a_i i \omega}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} \sin i \omega t - \sum_{i=1}^{11} \frac{\frac{k}{m} b_i i \omega}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} \cos i \omega t \quad (2-13)$$

この(2-13)式を微分して加速度を得その値は

$$y'' = \sum_{i=1}^{12} \frac{\frac{k}{m} a_i i^2 \omega^2}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} (\cos i \omega t) + \sum_{i=1}^{11} \frac{\frac{k}{m} b_i i^2 \omega^2}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} (\sin i \omega t) \quad (2-14)$$

したがって慣性力は次のようになる。

$$m y'' = \sum_{i=1}^{12} \frac{k i^2 \omega^2}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} a_i \cos i \omega t + \sum_{i=1}^{11} \frac{k i^2 \omega^2}{i^2 \omega^2 - \frac{k+k_s}{m}} b_i \sin i \omega t \quad (2-15)$$

次にフーリエ級数による近似解析によってカム変位をおらわす必要がある。

いま関数値が有限個与えられているとき周期 2π の未知関数を $y=f(x)$ とする。区間 $0 \leq x \leq 2\pi$ を $2n$ 等分しその分点, $x_0=0$, $x_1=\frac{\pi}{n}$, $x_2=\frac{2\pi}{n}$, $\dots\dots\dots$, $x_{a-1}=(l-1)\frac{\pi}{n}$, ($l=2n$) における関数値, $y_0, y_1, y_2, y_3, \dots\dots\dots, y_{a-1}$ が与えられているとする。 $f(x)$ の近似関数としてフーリエ級数

$$\begin{aligned}
 \phi(x) = & a_0 + a_1 \cos x + a_2 \cos 2x + \dots\dots\dots + a_n \cos nx \\
 & + b_1 \sin x + b_2 \sin 2x + \dots\dots\dots + b_{n-1} \sin(n-1)x
 \end{aligned}$$

をとり, $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots\dots\dots, x_{a-1}$ における (x) の値 $\phi(x_0)=y_0$, $\phi(x_1)=y_1$, $\phi(x_2)=y_2$, $\dots\dots\dots, \phi(x_{a-1})=y_{a-1}$ となるように $x_0, a_1, a_2, \dots\dots\dots, a_n, b_1, b_2, \dots\dots\dots, b_{n-1}$ を定めれば

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{l}(y_0 + y_1 + \cdots + y_{l-1}) \\ a_k &= \frac{2}{l}(y_0 \cos kx_0 + y_1 \cos kx_1 + \cdots + y_{l-1} \cos kx_{l-1}) \\ a_n &= \frac{1}{l}(y_0 - y_1 + y_2 - \cdots - y_{l-1}) \\ b_k &= \frac{2}{l}(y_0 \sin kx_0 + y_1 \sin kx_1 + \cdots + y_{l-1} \sin kx_{l-1}) \end{aligned} \right\} \quad (2-16)$$

ただし $k = 1, 2, 3, \dots, n-1$

(ii) 単弦 (60° 静止) 曲線カムにおいては速度 y' のフーリエ級は変位 y のフーリエ級数を微分して得られるが加速度 y'' のフーリエ級数は y' のフーリエ級数を項別に微分することはできない。この理由は y'' が $0 \leq \omega t \leq 2\pi$ において連続でない点を生ずるからである。したがって単弦 (60° 静止) 曲線カムは図4のように $0 \leq \omega t \leq 150^\circ$ まで上昇し $150^\circ \leq \omega t \leq 210^\circ$ 静止, $210^\circ \leq \omega t \leq 360^\circ$ 降下する。ただし上昇, 降下の変位曲線は 180° を境として対称なので $0 \leq \omega t \leq 150^\circ$ の時の加速度を求めて慣性力を得る。単弦曲線は次式であらわされる。

$$y = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\theta_0} \omega t \right) = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{t}{t_0} \pi \right) \quad (2-17)$$

ただし $0 \leq \omega t \leq \theta_0$ ($0 \leq t \leq t_0$)

(2-17) 式を (2-2) 式に代入すると

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{k+k_s}{m} y = \frac{h}{2} \cdot \frac{k}{m} \left(1 - \cos \pi \frac{t}{t_0} \right) - \frac{S_1}{m}$$

ここにおいて $\frac{k+k_s}{m} = p^2$, $\frac{hk}{2m} = \varphi$, $\frac{\pi}{t_0} = q_1$, $\frac{S_1}{m} = \gamma$ とすれば上式は次のようになる。

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + p^2 y = \varphi (1 - \cos q_1 t) \quad (2-18)$$

両辺をラプラス変換して虚像を求めれば

$Ly(t) = Y(s)$ として

$$s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0) + p^2 Y(s) = \varphi \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + q_1^2} \right) - \frac{\gamma}{s} \quad (2-19)$$

従動節は出発点 $t = 0$ のとき $y = 0$

$$y' = 0$$

この条件を代入すると

$$s^2 Y(s) + p^2 Y(s) = \varphi \left(\frac{1}{s} - \frac{s}{s^2 + q_1^2} \right) - \frac{\gamma}{s}$$

カムおよび従動節系の拘束用バネの力について

$$\therefore Y(s) = \varphi \left\{ \frac{1}{s(s^2 + p^2)} - \frac{s}{(s^2 + q_1^2)(s^2 + p^2)} \right\} - \frac{r}{s(s^2 + p^2)} \quad (2-20)$$

ここで (2-20) 式を逆ラプラス変換し実像を求めると

$$y_t = \varphi \left\{ \frac{1}{p^2} (1 - \cos pt) - \frac{\cos pt - \cos q_1 t}{q_1^2 - p^2} \right\} - \frac{r}{p} (1 - \cos pt) \quad (2-21)$$

上式において記号をもとにもどすとする

$$y(t) = \frac{kh}{2m} \left\{ \frac{1}{\frac{k+k_s}{m}} \left(1 - \cos \sqrt{\frac{k+k_s}{m}} t \right) - \frac{\cos \sqrt{\frac{k+k_s}{m}} t - \cos \frac{\pi}{t_0} t}{\left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2 - \frac{k+k_s}{m}} \right\} \\ - \frac{S}{k+k_s} \left(1 - \cos \sqrt{\frac{k+k_s}{m}} t \right) \quad (2-22)$$

上式において時間が経過して定常となれば自由振動の項は消滅するから次の式を得る。

$$y = \frac{kh}{2m} \left\{ \frac{m}{k+k_s} + \frac{\cos \left(\frac{\pi}{t_0} \right) t}{\left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2 - \frac{k+k_s}{m}} \right\} - \frac{S}{k+k_s} \quad (2-23)$$

(2-23) を微分し速度を得る。

$$y' = \frac{kh}{2m} \left\{ \frac{-\left(\frac{\pi}{t_0} \right) \sin \frac{\pi}{t_0} t}{\left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2 - \frac{k+k_s}{m}} \right\} \quad (2-24)$$

(2-24) を微分して加速度を得る。

$$y'' = \frac{kh}{2m} \cdot \frac{\left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2 \cos \frac{\pi}{t_0} t}{\frac{k+k_s}{m} - \left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2}, \quad \text{ただし } \left\{ \frac{k+k_s}{m} \neq \left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2 \right\} \quad (2-25)$$

故に慣性力は次のとおりになる。

$$my'' = \frac{kh}{2} \cdot \frac{\left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2 \cos \frac{\pi}{t_0} t}{\frac{k+k_s}{m} - \left(\frac{\pi}{t_0} \right)^2}, \quad \text{ただし } 0 \leq t \leq t_0 \quad (2-26)$$

次にカム従動節について考慮すべき力を考える。第2図の上段に示すような変位曲線で外力は自重は全区間一定、慣性力は加速度に比例するとして各力を図示し力線図を作成した。

ここでは従動節がカムを押え付ける方向の力を正にとってある。

これらの力を加えて一つの線図にすると下から2番目のような総合力（除バネ荷重）が得られる。この線図の正の力はカムでうけ、負の力はバネ荷重でカバーしている。

したがってバネ荷重はこの図では正の方向にはたらくもので図において破線で示したが負の力との比較のため正負を逆にして描いてあり一点鎖線で示してある。もしカム回転が高速度になってくると自重、バネ力は変化はないが慣性力が極めて大となってくるのでこのためカムから従動節が離れる現象を生ずることになる。

III 実験装置および実験器具

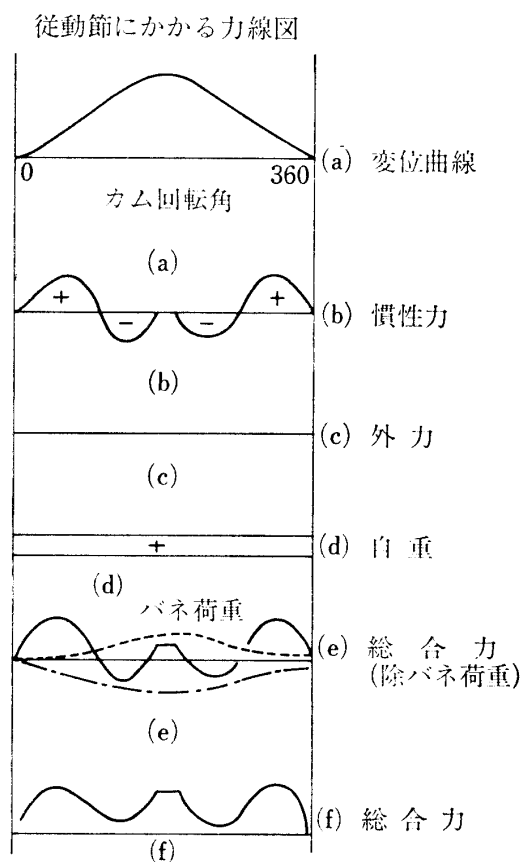
(a) 実験装置

実験装置としては次のものを使用した ①モータ ③拘束用バネ ④従動節 ⑤カム ⑥検出器 ⑨マーカを使用した。

(b) 実験器具

②無段変速機 ⑦振動加速度計 ⑧ペン書きレコーダ⑩タコメータ

以上のものを適当に連結し増巾して測定した。



第2図 従動節にかかる力線図

IV 実験方法

(1) 拘束用コイルバネのバネ係数の測定

これを求めるには

(a)のコイルバネのバネ係数 $k_s = 0.467 \text{ kg/mm}$

(b)のコイルバネのバネ係数 $k_s = 0.975 \text{ kg/mm}$

(c)のコイルバネのバネ係数 $k_s = 1.850 \text{ kg/mm}$

を使用した。

(2) 従動節のバネ係数

従動節を弾性体として取り扱い従動節のバネ係数を求めた。接触子側を固定し作動部にその運動方向に逆向きの力、 $k \text{ kg}$ を加えた時の変形量が 1 mm である時 $k (\text{kg/mm})$ をその系のバネ係

実験装置および実験器具

(i) 実験装置

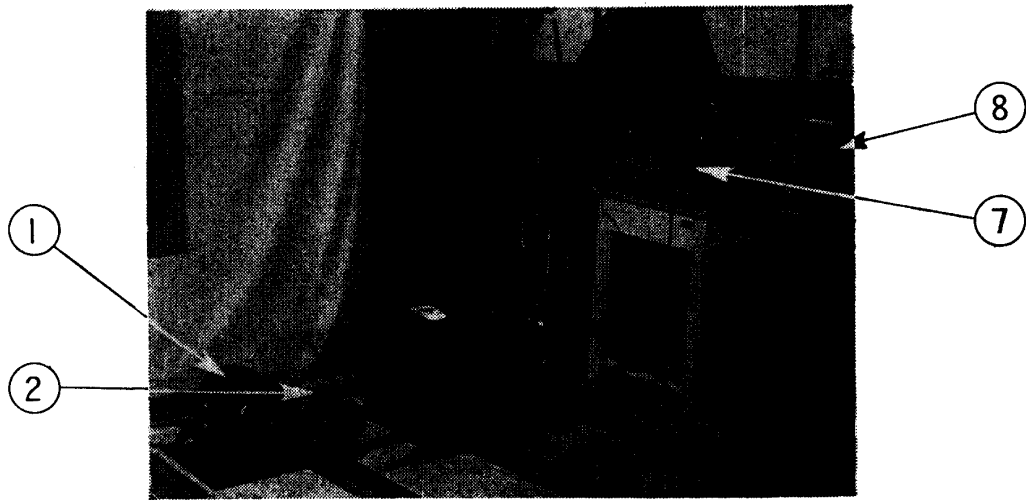


写真 (1) 実験装置

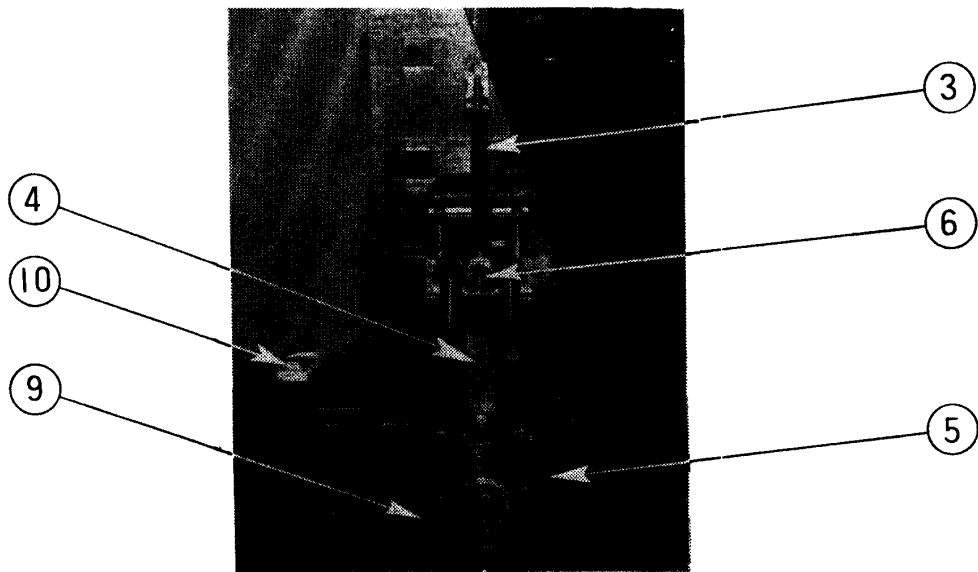


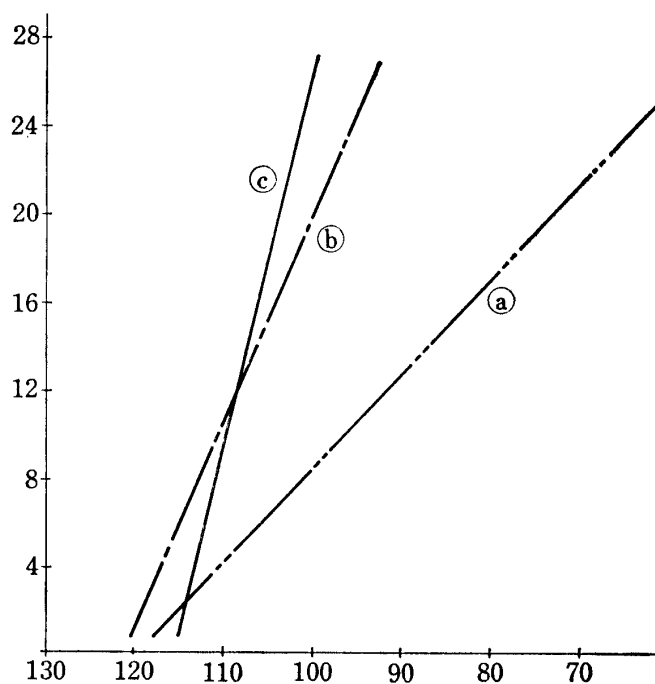
写真 (2) 実験装置の拡大図

数と呼びこの実験では個々の要素からバネ係数を理論的に計算した。

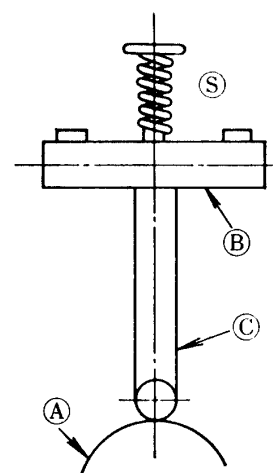
バネ係数 $k=EA/L$, E =縦弾性係数 (kg/mm^2) を用い実験に使用した従動節の材質はシユラルミン 17s で $E=7400\text{kg}/\text{mm}^2$, $A=200\text{mm}^2$, $L=207\text{mm}$ したがってこの従動節のバネ係数 $k=7140\text{kg}/\text{mm}$ を得た。

(3) 相当質量について

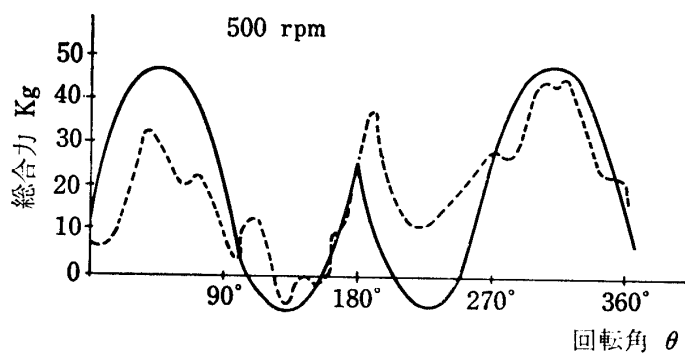
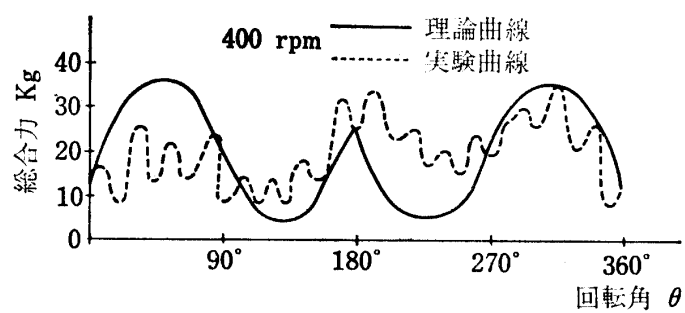
図において 0 点における重量は B の重量 W_B とコイルバネ S の重量 W_S の $\frac{1}{2}$, C の重量 W_C の $\frac{1}{2}$ (バネとみなす) その他ピックアップなどの重量 W_A のを加えたものとなる。よってこの点 0 における質量 m は次式にて示される。



第3図 コイルバネのバネ係数 kg/mm



第4図 相当質量系



第5図 サイクロイド曲線にかかる総合力

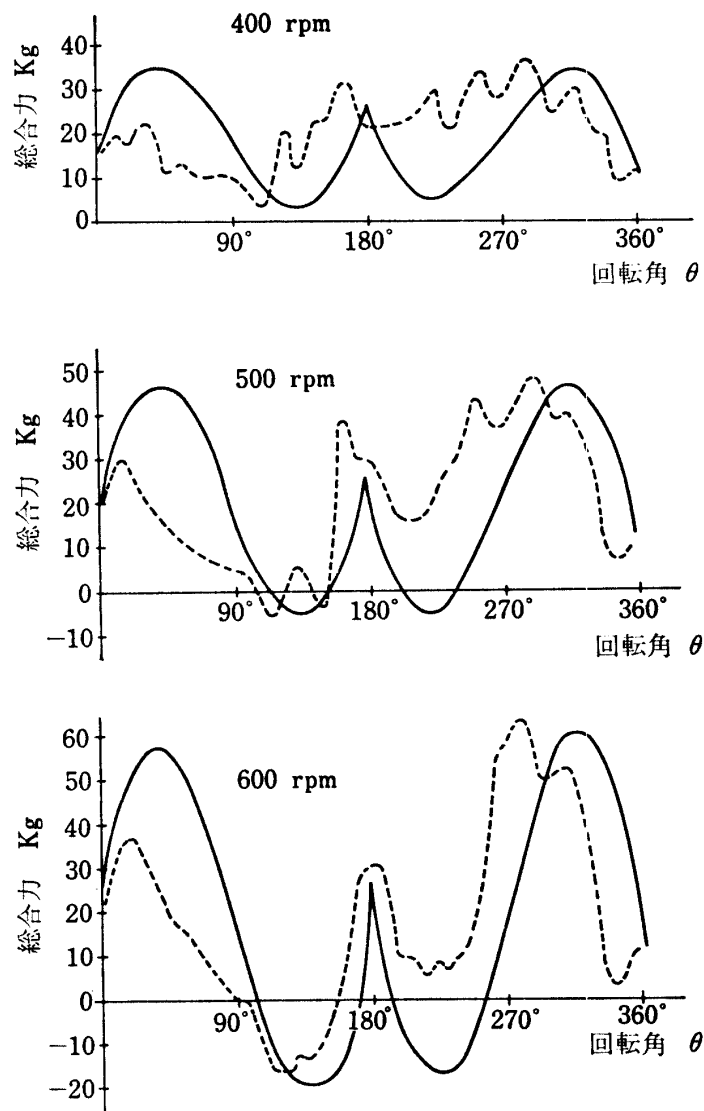
$$m = \frac{1}{3} \frac{W_S}{g} + \frac{W_B}{g} + \frac{1}{3} \frac{W_C}{g} + \frac{W_A}{g}$$

この実験では $W=0.050\text{kg}$ $W_B=6.55\text{kg}$

$W_C=1.15\text{kg}$ $W_A=0.05\text{kg}$

ゆえに $m=7.148 \times 10^{-4} \text{kgS}^2/\text{mm}$ となる。

(4) 揚程 15.00mm のカム (イ) サイクロイド曲線カム, (ロ) 5次曲線カム, (ハ) 単弦 (60°静止) 曲線カム, (ニ) 5次 (60°静止) 曲線カム, (ホ) 7次 (60°静止) 曲線カムの5種類カムを用いて実験を行う。先ず拘束用バネの初期バネ力を一定にしておき, 回転数を 400r.p.m, 500r.p.m, 600r.p.m, と増加させてその時の加速度を測定する。回転数の増加, 減少は無段変速機で行い, カムの運動をローラで追従させて従動節先端に取りつけたピックアップによって加速度を取り出し振動加速度計を経てペン書きレコーダに記録させる。



第6図 5次曲線カムにかかる総合力

この実験ではバネ係数 0.975kg/mm の拘束用バネを使用して、初期バネ力 5.0kg を与えて実験した。

V 実験結果

(イ) サイクロイド曲線カムを用いたときのフーリエ係数は計算の結果次のようになる。このカムの変位曲線は偶関数で表わされるので正弦項の係数 b_i ($i=1, 2, \dots, 11$) は零となる。

$$\begin{aligned} a_0 &= 8.763 & a_7 &= 0.001 \\ a_1 &= -8.364 & a_8 &= -0.008 \\ a_2 &= -1.605 & a_9 &= -0.010 \\ a_3 &= 0.874 & a_{10} &= 0.003 \\ a_4 &= 0.307 & a_{11} &= 0.014 \\ a_5 &= -0.017 & a_{12} &= 0.008 \\ a_6 &= 0.034 \end{aligned}$$

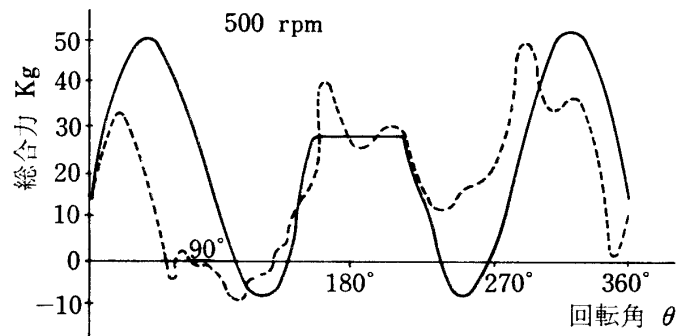
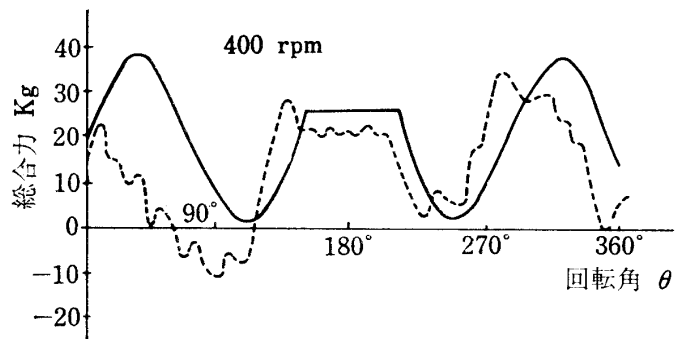
(ロ) 5次曲線カムを用いたときのフーリエ係数は計算の結果次のようになる。

$$\begin{aligned} a_0 &= 7.449 & a_7 &= 0.006 \\ a_1 &= -7.899 & a_8 &= -0.027 \\ a_2 &= -0.062 & a_9 &= -0.061 \\ a_3 &= 0.464 & a_{10} &= 0.062 \\ a_4 &= 0.097 & a_{11} &= 0.074 \\ a_5 &= -0.005 & a_{12} &= 0.049 \\ a_6 &= 0.000 \end{aligned}$$

(ハ) 5次 (60° 静止) 曲線カムを用いたときのフーリエ係数は計算の結果次のようになる。

この場合も5次曲線カムとともにカム変位曲線は偶関数で表わされるので正弦項の係数 b_i ($i=1, 2, \dots, 11$) は零となる。

$$\begin{aligned} a_0 &= 8.740 & a_7 &= -0.023 \\ a_1 &= -8.141 & a_8 &= 0.025 \\ a_2 &= -1.401 & a_9 &= 0.020 \\ a_3 &= 0.605 & a_{10} &= -0.018 \\ a_4 &= 0.096 & a_{11} &= -0.001 \\ a_5 &= 0.041 & a_{12} &= 0.010 \end{aligned}$$



第7図 5次 (60° 静止) 曲線カムにかかる総合力

$$a_6 = 0.047$$

(二) 7次(60°静止) 曲線カムを用いたときのフーリエ係数は計算の結果次のようになる。ただし、カム変位曲線は偶数で表わされているので正弦項の係数 b_i ($i = 1, 2, \dots, 11$) は零となる。

$$\begin{aligned} a_0 &= 8.763 & a_7 &= 0.001 \\ a_1 &= -8.364 & a_8 &= -0.008 \\ a_2 &= -1.605 & a_9 &= -0.010 \\ a_3 &= 0.874 & a_{10} &= 0.003 \\ a_4 &= 0.307 & a_{11} &= 0.014 \\ a_5 &= -0.017 & a_{12} &= 0.008 \\ a_6 &= 0.034 \end{aligned}$$

VI 考 察

(1) 理論について

振動方程式を解くに当りフレームと従動節間の減衰係数，従動節内の減衰係数，カム軸受内の減衰係数等を省略しているので実際の振動系の変位とは少々異なる。したがってその慣性力にも微少ながら差異はある。

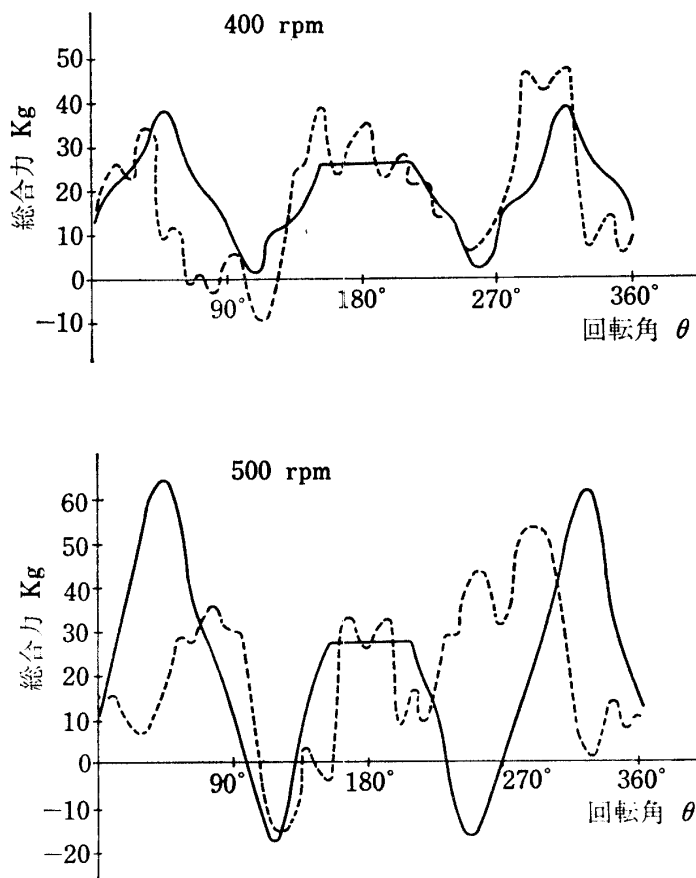
(2) 装置について

慣性力を得るために振動加速計にて加速度を測定しこたに質量をかけて求めた。いまサイクロイド曲線カムを使用した場合400回転の場合を例にとると第10図において実験曲線を実線，理論曲線を破線にて示した場合において(i)の区間においては加速度は理論曲線より少々小さく，(ii)の区間においてはほぼ一致した曲線，(iii)の区間においては可なり小さい値をとり，(iv)の区間においては殆ど一致した曲線となった。このような傾向は回転数を増加しても同じであった。

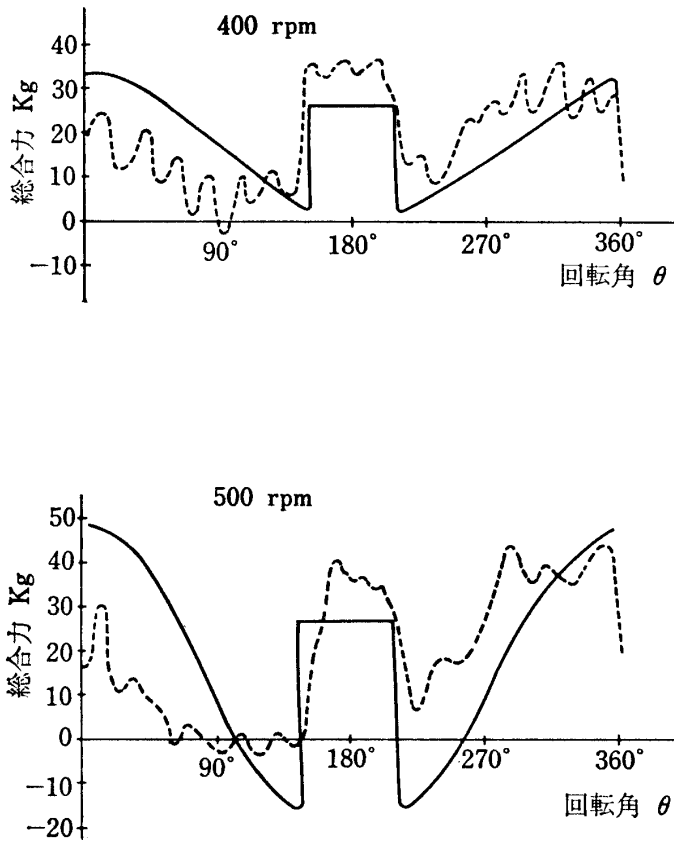
カム変位の位置を知るためにマーカを使用しマーカの一端子をカムシャフトの軸受側に接し他方をカムの側面に接触子に触れさせた。 $\omega t = 0, 2\pi, 4\pi, \dots$ の時に絶縁しマーカを作動させてペン書きレコーダにて記録させた。

(3) 実験結果について

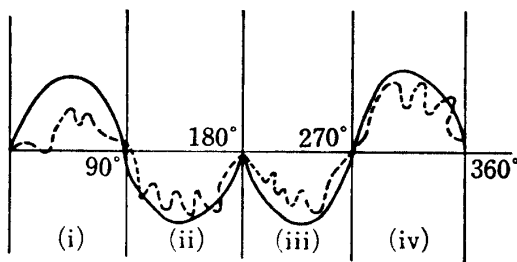
最も適当と思考されるサイクロイド曲線カムを使用した時バネ係数が (a) $k_s = 1.850 \text{ kg/mm}$, (b) $k_s = 0.975 \text{ kg/mm}$, (c) $k_s = 0.467 \text{ kg/mm}$ の3種類の場合の拘束用バネの適，不適を述べることに



第8図 7次(60°静止) 曲線カムにかかる総合力



第9図 単弦(60°静止)曲線カムにかかる総合力



第10図 実線——理論曲線
点線——実験曲線

する。

(i) 回転数 400r.p.m. の場合(a)の拘束用バネは初期バネの力、零であっても揚程が 15mm に達すると 27.75kg の力が加わりカムを押しつける力が過大であって無駄である。このバネは 400 r.p.m. において不適当である。

(b) の拘束用バネは初期バネの力 5 kg を加えると揚程 15.00mm では 19.625kg のバネの力が加わる。400 r.p.m. ではこのバネが適している。

(c) の拘束用バネはバネ力が弱い。もし揚程 15mm で 20kg のバネ力がほしいとすれば初期バネ力 15.10kg をかけねばならない。45° の位置においてカムを押しつける力が最大になり、バネをさらに加速度を加えて過大な力がカムに加わるので良くない。

(iii) 500r.p.m. の場合(a)のバネは初期バネ力が 5 kg であると揚程 15mm では 32.75kg の力が働く。線図において 135°, 225° における位置の拘束用バネ力が 26.85kg 以上でなければならないが(a)のバネは 29.80kg の力が働くので適当である。

(b) のバネは線図で明かなように従動節をカムから離そうとする慣性力が大きくなってきて、拘束用バネ力を超える点が生じて来る。この場合初期バネを増すことはカムを押しつける力の方

向いいかえれば 加速度が正の区間に 33.9kg という力がカムに加わる点が生じて来るので良くはない。

また高速回転になった場合バネの力をむやみに増すことはカムに損傷を来たすので良くない。

600r.p.m. 回転の場合のように(b)のバネではバネ力が弱いので(a)のバネを使用しなければならない。

カムおよび従動節系の拘束用バネの力について

次に静止区間を有するカムについて述べると静止区間を有する単弦，5次，7次曲線カムは何れも400r.p.m.においてカムから従動節が離れる結果を得た。

さらに回転数を増加させて500r.p.m.になると一応加速度の測定はできたけれど均衡はとれていない。加速度は550r.p.m.まで測定は出来たが600r.p.m.に達すると測定は不能となった。つぎに各回転数において従動節がカムから離れようとする最大の慣性力は次のようになる。

カムの種数	回転数		400rpm	500rpm	600rpm
			kg	kg	kg
5次曲線		理論	20.11	31.49	45.50
		実験	22.53	33.79	42.94
サイクロイド曲線		理論	21.35	33.90	49.28
		実験	23.23	33.79	43.80
単弦(60°静止)		理論	22.70	36.30	
		実験	25.35	31.19	
5次(60°静止)		理論	24.76	36.74	
		実験	31.68	38.72	
7次(60°静止)		理論	25.45	44.70	55.82
		実験	33.79	55.34	

上記の慣性力はカムによって起る位置が異なるがこの実験に使用したカムの場合慣性が最大の所で従動節はカムから離れる現象がおこることを知った。サイクロイド曲線に関する線図は5次曲線に関する線図とは良く似た曲線になっている。

前者は $\omega t = \left(\pi \pm \frac{\pi}{4}\right) + 2\pi n$, ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) の付近で従動節は離す力が最大となり後者は $\omega t = \left(\pi \pm \frac{3 - \sqrt{3}}{6}\pi\right) + 2\pi n$, 附近で最大となるのでこの処で耐える適当な使用バネを選ぶことが最も大切である。この実験装置の場合は上記の表を参照して得られる。

また静止区間を有するカムにおいては5次曲線カムに関する線図と7次曲線カムに関する線図とは良く似ている力線図になっている。

前者は $\omega t = \left(\pi \pm \frac{21 - 5\sqrt{3}}{36}\pi\right) + 2\pi n$, ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$)

後者は $\omega t = \left(\pi \pm \frac{7 - \sqrt{5}}{12}\pi\right) + 2\pi n$, ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) の付近で従動節はカムから離すが最大になるのでその場所で耐える拘束用バネを選ぶことが必要である。

単弦曲線カムに関する線図において $\omega t = \left(\pi \pm \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi n$, ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) の所でカムから従動節を離す力が最大になるのでこのところで耐える拘束用バネを選ぶことが大切である。

また $\omega t = \left(\pi \pm \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi n$ のところで急に慣性力が変わるので高速では特に振動の原因となるように思われる。

拘束用バネの設計にあたっては自由振動の頂を含んだ過渡状態を調べる必要がある。

VII 結 言

本論においては従動節系において

サイクロイド曲線カムを使用する時

$\omega t = \left(\pi \pm \frac{\pi}{4} \right) + 2\pi n, (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ において5次曲線カムを使用する時 $\omega t =$

$\left(\pi \pm \frac{3 - \sqrt{3}}{6} \pi \right) + 2\pi n, (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ においてカムから従動節を離す力が最大

となるのでその場所で耐える拘束用バネを選ばねばならない。回転数、カムの揚程等が等しい場合サイクロイドカムの方が5次曲線カムより 従動節がカムから離れる力が大きい。60°静止を有する

カムを使用する時5次曲線カムは $\omega t = \left(\pi \pm \frac{21 - 5\sqrt{3}}{36} \pi \right) + 2\pi n, (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$

…), 7次曲線カムは $\omega t = \left(\pi \pm \frac{7 - \sqrt{5}}{12} \pi \right) + 2\pi n, (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$, 単弦曲線カ

ムは $\omega t = \left(\pi \pm \frac{\pi}{6} \right) + 2\pi n, (n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 付近においてカムから従動節を離す

力が最大になり、その力の大きさは7次>5次>単弦の順である。0→πの場合をみると一番早くその力に達するのは7次で5次, 単弦の順である。から一番強い拘束用バネ力を要求されるのは7次で5次, 単弦の順である。そして拘束用バネにおいて過大な初期バネ力を加えることは望ましくない。

この論文を作るにあたり本研究において実験の手伝を得た谷口明弘君, 田中豊君に深謝の意を表する。

VIII 参 考 文 献

- 1) CAM DESIGN and MANUFACTURE
PREBEN W. JENSEN
- 2) HAROLD. A. ROTHBART, CAMS,
JOHN. WILE and SONS.
- 3) WILLIAM. TYRRELL. THOMSON, MECHANICAL VIBRATIONS.
PRENTICE-HALL
- 4) 安達忠次; 三角法, フーリエ解析の演習森北出版
- 5) 中井英一; 実用カム設計法: 日刊工業
- 6) 矢野健太郎; 解析学概論, 裳華房
- 7) 武田晋一郎; 演算子法演習, 培風館

(著者 機械工学科 昭和45年12月25日受理)