

トレーラのステップによって生じる振動について

山 田 健 治

On the Vibration of Trailer for the Step

Takeharu YAMADA

The author found the equations of the displacements, velocities and accelerations of the sudden step given to the trailer tires.

Finall if $y(t)$ is the motion of the trailor, the damage of the freight is certainly impaired by the decreasing of the acceleration, then we discussed this sudden change which called a "jerk".

1 緒 言

貨物の輸送中の破損の一因に輸送衝撃というのがある。

この輸送衝撃にはいろんな輸送機関に起因する，たとえば鉄道においては humping があり貨物自動車には路面の不規則なおうとつによる車体振動加振が貨物の破損の一因を与えるものである。

筆者はこの貨物トレーラの衝撃加振を重視し市販のセミトレーラのデーターを基礎に一連の質量とばねで近似させ，簡単化した系によってステップ入力による運動（変位，速度，加速度）を求め貨物が受ける衝撃振動について検討を加えたものである。

2 理 論

第1図のような装置を用いる。

用いる記号を以下に示す。

- W_0 : 貨物積載重量 (kg)
- W_1 : 車体重量 (kg)
- W_2 : ばね下重量 (kg)
- m_1 : 貨物および車体質量 ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$)
- m_2 : ばね下質量 ($\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}$)
- k_1 : 懸架ばね定数 (kg/cm)
- k_2 : タイヤばね定数 (kg/cm)
- a : 路面突然変位 (cm)

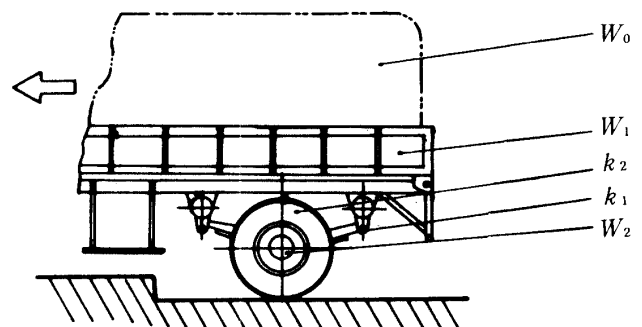


図-1 セミトレーラ装置

- y : 相対変位 (cm)
 v : 相対速度 (cm/sec)
 a : 相対加速度 (cm/sec²)

トレーラは一定速度で走行中、突然路面の石に乗りあがる場合を仮定する。
 この場合応答を近似させるため次の二つの場合を考える。

- (1) 突然変位がトレーラの板ばねに直接加えられる場合。
- (2) 突然変位がトレーラのタイヤに加えられる場合。

- (1) 高さ a cm の突然変位がトレーラの板ばねに加えられると仮定する場合。

運動の微分方程式は

$$m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} + ky = 0 \quad m_1 = \frac{W_1}{g}$$

ステップ入力 a を考えると

相対運動 $z_1 = y + a$ となるから

$$m_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + m_1 \frac{d^2 a}{dt^2} + ky = 0$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \frac{d^2 a}{dt^2} + \frac{k_1 y}{m_1} = 0$$

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \frac{k_1}{m_1} \right) y = -a \frac{d^2}{dt^2}$$

初期条件

$$\begin{cases} t=0 \text{ のとき } y=0 \\ v=0 \text{ のとき } y=0 \end{cases}$$

これをラプラス変換すると

$$\left(s^2 + \frac{k_1}{m_1} \right) y(s) = -as$$

$$y(s) = \frac{-as}{s^2 + \left(\frac{k_1}{m_1} \right)}$$

$$\left(\frac{k_1}{m_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \omega_1$$

$$\therefore y(s) = \frac{-as}{s^2 + \omega^2}$$

その相対変位は

$$y(t) = -a \cos \omega t$$

速度 v は

$$v(t) = a\omega \sin \omega t$$

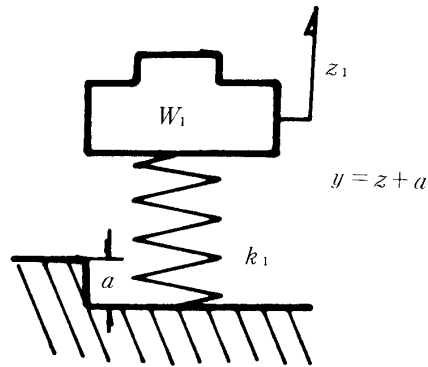


図-2 ステップ入力板ばねに加えられる、ばね下重量を無視できると仮定した系

加速度 α は

$$\alpha(t) = a\omega^2 \cos \omega t$$

(2) ステップ入力タイヤから加えられたとする場合。

この場合の微分方程式は次のようになる。

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} + k_1(z_1 - z_2) = 0 \\ -\left(\frac{k_1}{m_2}\right)y + \left(\frac{d^2}{dt^2} + \frac{k_2}{m_2}\right)z_2 = \frac{ak_2}{m_2} \end{cases}$$

これをラプラス変換すると

$$\begin{cases} \left(s^2 + \frac{k_1}{m_1}\right)y(s) + s^2 z_2(s) = 0 \\ -\left(\frac{k_1}{m_2}\right)y(s) + \left(s^2 + \frac{k_2}{m_2}\right)z_2(s) = \frac{ak_2}{sm_2} \end{cases}$$

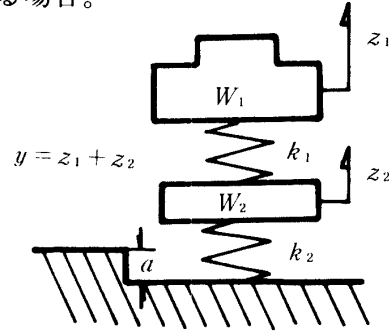


図-3 ばね下重量とタイヤこわさを有しているとして用いた系

$$y(s) = \frac{\begin{vmatrix} 0 & s^2 \\ \frac{ak_2}{sm_2} & s^2 + \frac{k_2}{m_2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} s^2 + \frac{k_1}{m_1} & -\frac{k_1}{m_2} \\ s^2 & s^2 + \frac{k_2}{m_2} \end{vmatrix}}$$

$$\begin{aligned} y(s) &= \frac{-\frac{ak_2 s}{m_2}}{\left(s^2 + \frac{k_1}{m_1}\right)\left(s^2 + \frac{k_2}{m_2}\right) + \frac{k_1 s^2}{m_2}} \\ &= -\frac{1}{m} \cdot \frac{ak_2 s}{\left(s^2 + \frac{k_1}{m_1}\right)\left(s^2 + \frac{k_2}{m_2}\right) + \frac{k_1 s^2}{m_2}} \\ &= -\frac{1}{m_2} \cdot \frac{ak_2 s}{s^4 + \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right)s^2 + \left(\frac{k_1}{m_1}\right)\left(\frac{k_2}{m_2}\right) + \frac{k_1 s^2}{m_2}} \\ &= -\frac{ak_2 s}{m_2} \cdot \frac{1}{s^4 + \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)s^2 + \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}} \\ &= -\frac{ak_2 s}{m_2} \cdot \frac{1}{\left\{s^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)\right\}^2 - \left\{\frac{1}{4}\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)\right\}^2 - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}} \\ &= -\frac{ak_2 s}{m_2} \cdot \frac{1}{\left\{s^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)\right\}^2 - \left\{\sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)^2 - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}}\right\}^2} \\ &= -\frac{ak_2 s}{m_2} \cdot \frac{1}{\left\{s^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)\right\} + \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2}\right)^2 - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}}} \end{aligned}$$

$$\cdot \frac{1}{\left\{ s^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) \right\} - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}}}$$

$$\left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}} = \alpha^2 \right.$$

$$\left. \frac{1}{2} \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_1 + k_2}{m_2} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2}} = \beta^2 \right\} \text{ とする。}$$

$$y(s) = -\frac{ak_2}{m_2} \cdot \frac{s}{(s^2 + \alpha^2)(s^2 + \beta^2)}$$

$$= -\frac{ak_2}{m_2} \cdot s \left(\frac{1}{s^2 + \alpha^2} - \frac{1}{s^2 + \beta^2} \right) \left(\frac{1}{\beta^2 - \alpha^2} \right)$$

$$= -\frac{ak_2}{m_2} \left(\frac{1}{\beta^2 - \alpha^2} \right) \left(\frac{s}{s^2 + \alpha^2} - \frac{s}{s^2 + \beta^2} \right)$$

これをラプラス逆変換すると

相対変位 y は

$$y(t) = -\frac{ak_2}{m_2} \left(\frac{1}{\beta^2 - \alpha^2} \right) (\cos \alpha t - \cos \beta t)$$

速度 v は

$$v(t) = \frac{dy}{dt} = -\frac{ak_2}{m_2} \left(\frac{1}{\beta^2 - \alpha^2} \right) (-\alpha \sin \alpha t + \beta \sin \beta t)$$

加速度 a は

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = -\frac{ak_2}{m_2} \left(\frac{1}{\beta^2 - \alpha^2} \right) (-\alpha^2 \cos \alpha t + \beta^2 \cos \beta t) \text{ となる。}$$

3 計 算 例

市販セミトレーラの各々の値 (4 ton 車の場合)

最大積載量 W_0 : 4000kg (max)

車体重量 W_1 : 2000kg

ばね下重量 W_2 : 800kg

懸架ばね定数 k_1 : 430kg/cm

タイヤばね定数 k_2 : 470kg/cm

以上の値を基にそれぞれの数値を変化させ、その運動の状態をグラフによって検討した。

(1) 車体積載量を変化した場合

表-1

	記号	単位	A'	A	B
積 載 量	W_0	kg		2000	4000
車 体 重 量	W_1	kg	2000	2000	2000
ばね下重量	W_2	kg	8000	800	800
懸架ばね定数	k_1	kg/cm	430	430	430
タイヤばね定数	k_2	kg/cm	470	470	470
ステップ入力	a	cm	10	10	10

A'は無積載とする。

質量 m_1 は積載量および車体重量を1つのかたまりと仮定する。

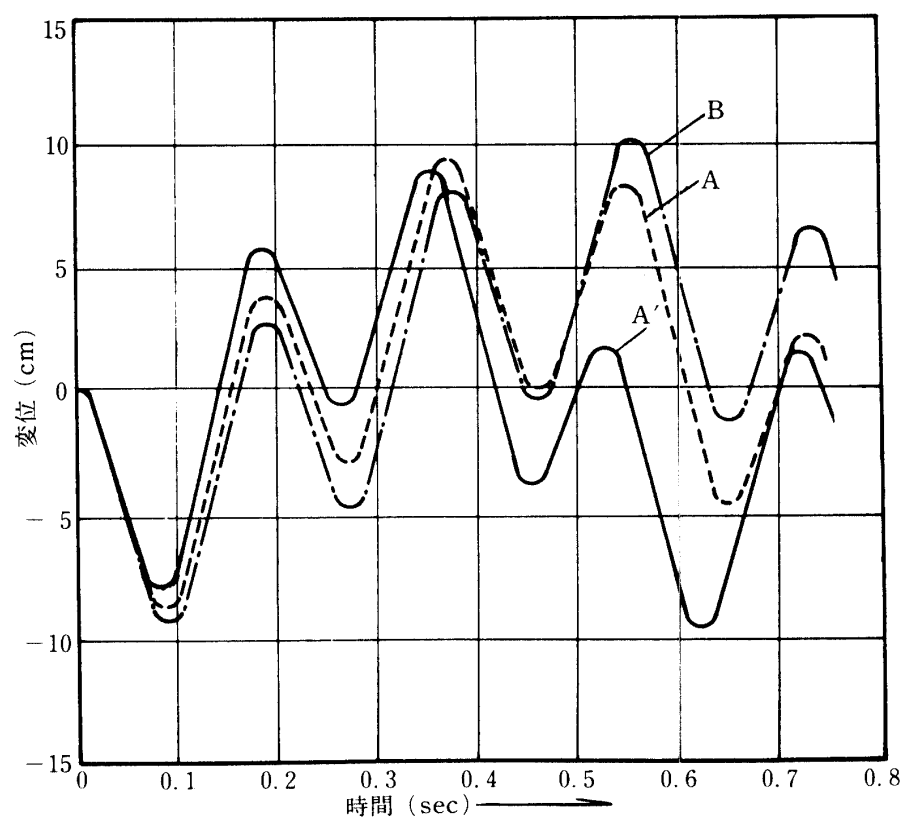


図-4 積載量を変化したときの相対変位線図

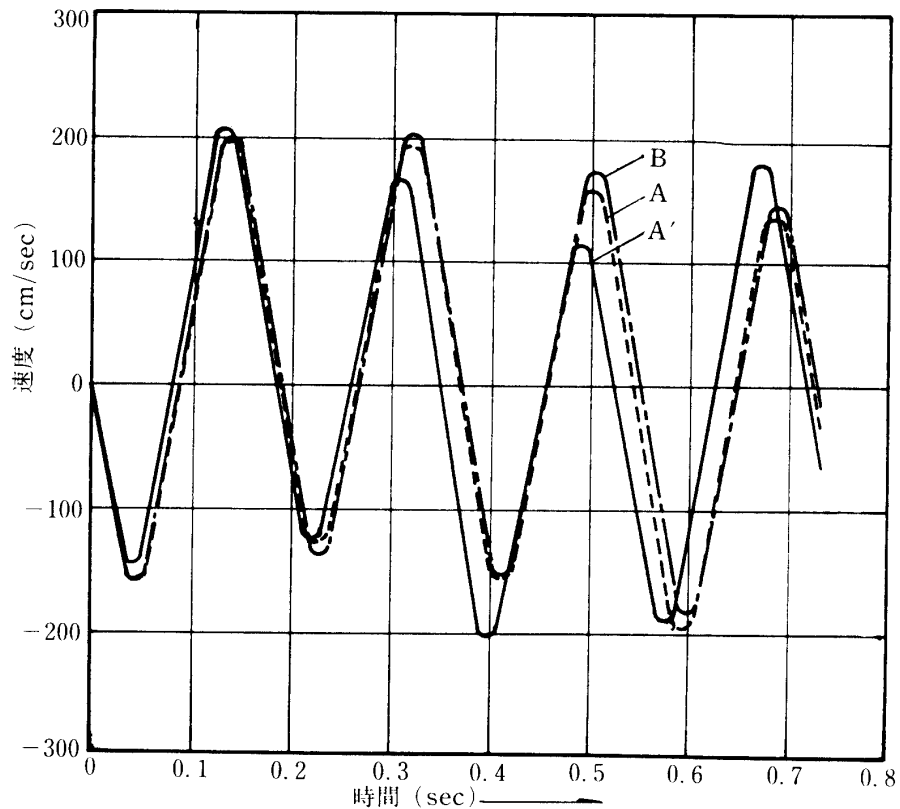


図-5 積載量を変化したときの相対速度線図

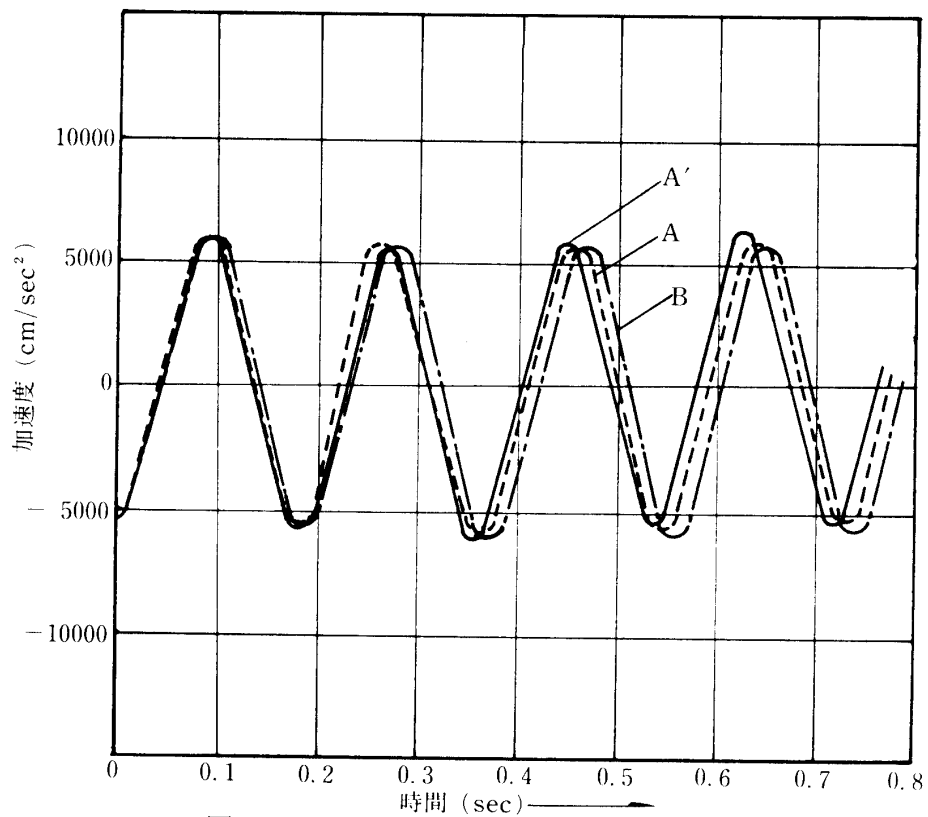


図-6 積載量を変化したときの相対加速度線図

(2) 懸架ばねを変化した場合

表-2

	記号	単位	A'	C	D
車体重量	W_1	kg	2000	2000	2000
ばね下重量	W_2	kg	800	800	800
懸架ばね定数	k_1	kg/cm	430	200	800
タイヤばね定数	k_2	kg/cm	470	470	470
ステップ入力	a	cm	10	10	10

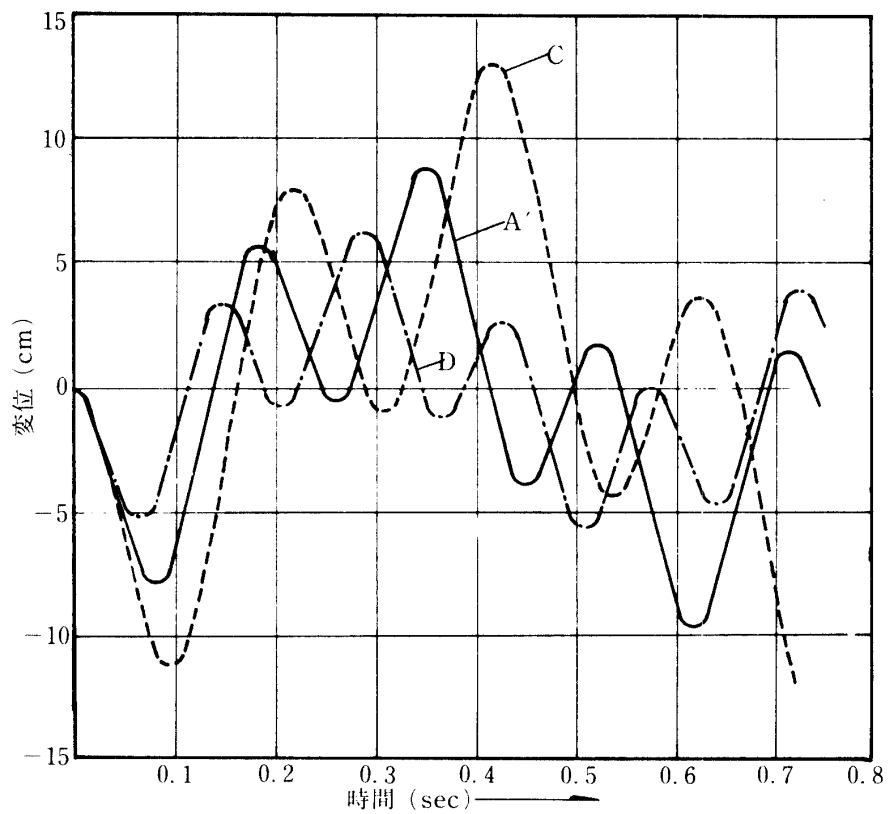


図-7 懸架ばねを変化したとき相対変位線図

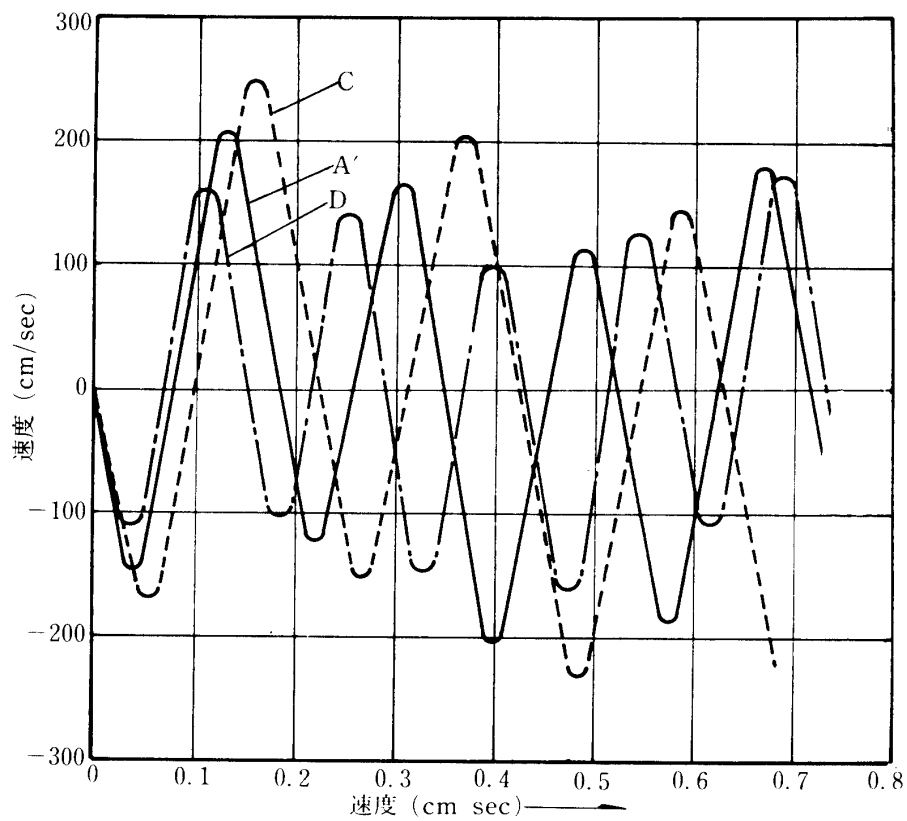


図-8 懸架ばねを変化したときの相対速度線図

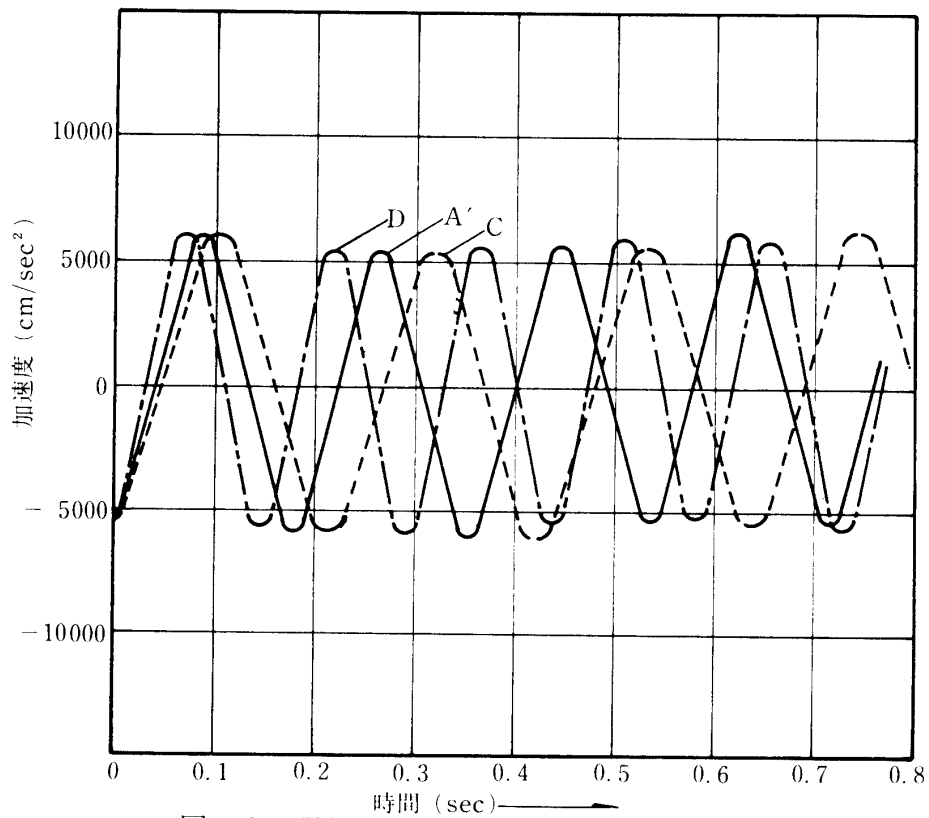


図-9 懸架ばねを変化したときの相対加速度線図

(3) タイヤこわさを変化した場合

表-3

	記号	単位	A'	E	F
車体重量	W_1	kg	2000	2000	2000
ばね下重量	W_2	kg	800	800	800
懸架ばね定数	k_1	kg/cm	430	430	430
タイヤばね定数	k_2	kg/cm	470	200	800
ステップ入力	a	cm	10	10	10

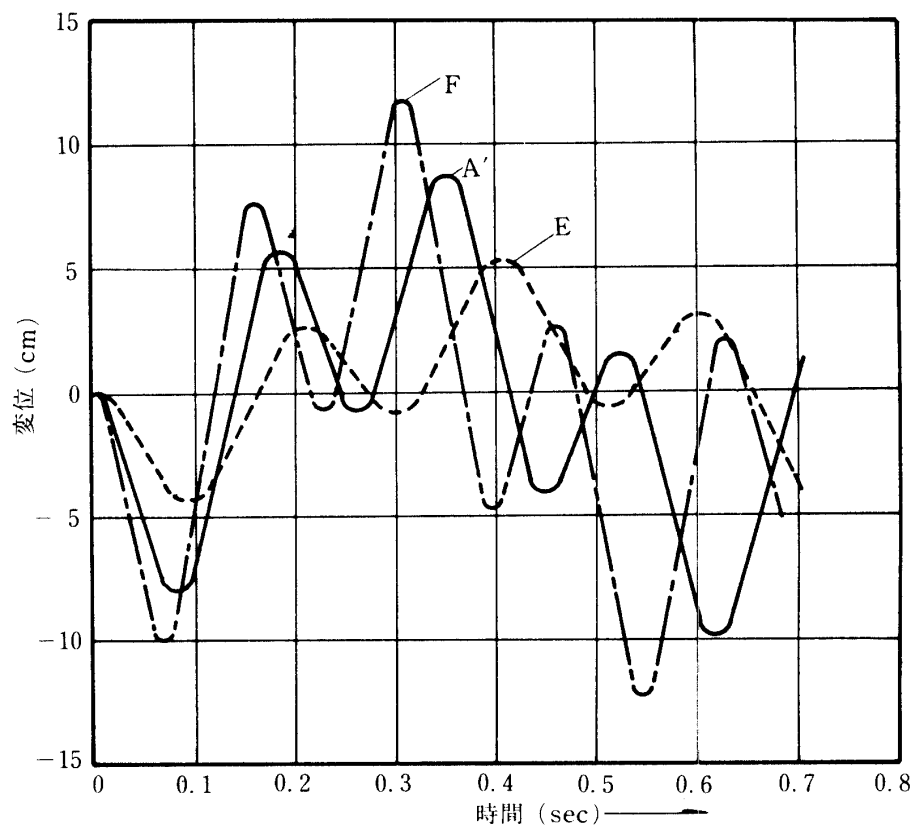


図-10 タイヤこわさを変化したときの相対変位線図

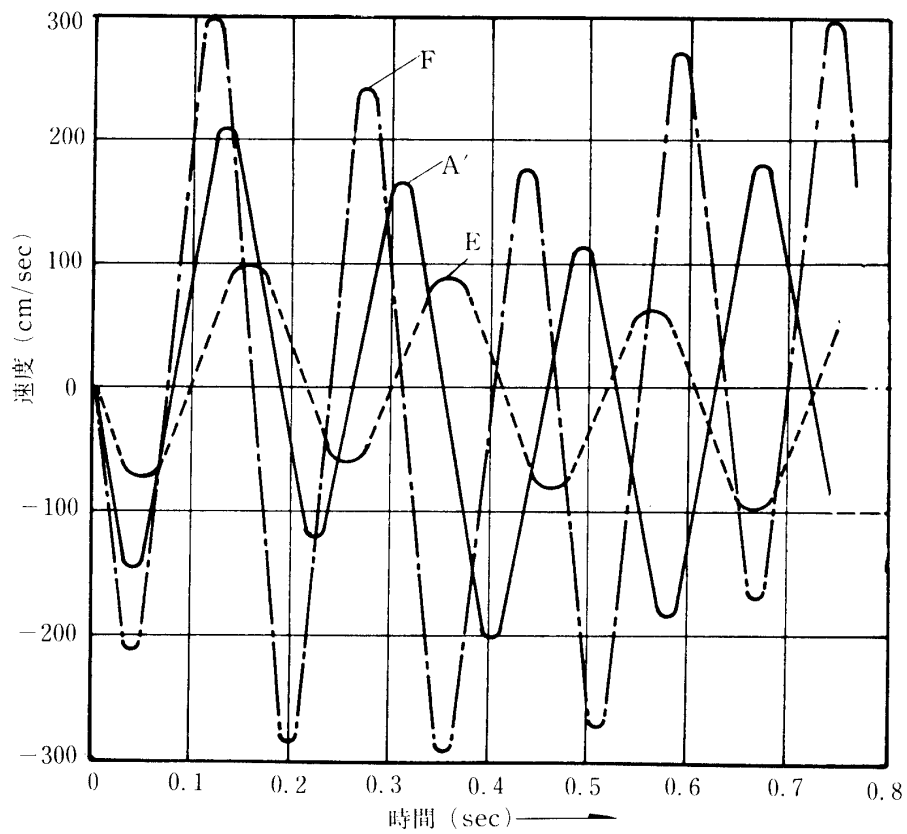


図-11 タイヤこわさを変化したときの相対速度線図

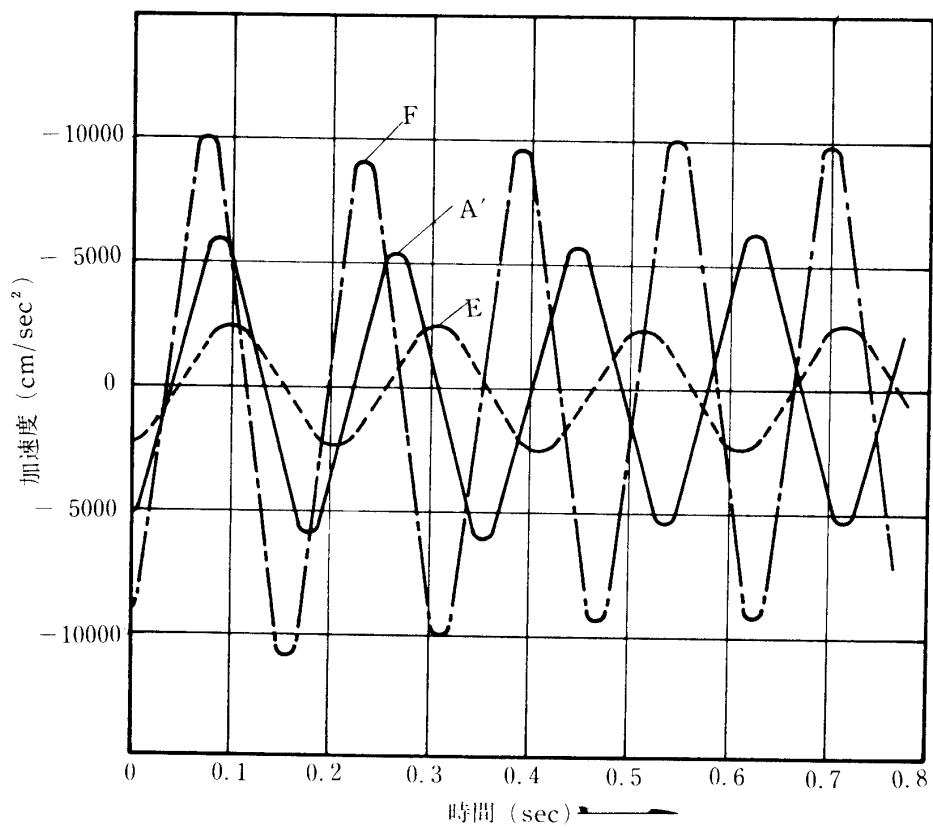


図-12 タイヤこわさを変化したときの相対加速度線図

(4) 懸架ばねおよびタイヤこわさを変化した場合

表-4

	記号	単位	A'	G
車体重量	W_1	kg	2000	2000
ばね下重量	W_2	kg	800	800
懸架ばね定数	k_1	kg/cm	430	800
タイヤばね定数	k_2	kg/cm	470	200
ステップ入力	a	cm	10	10

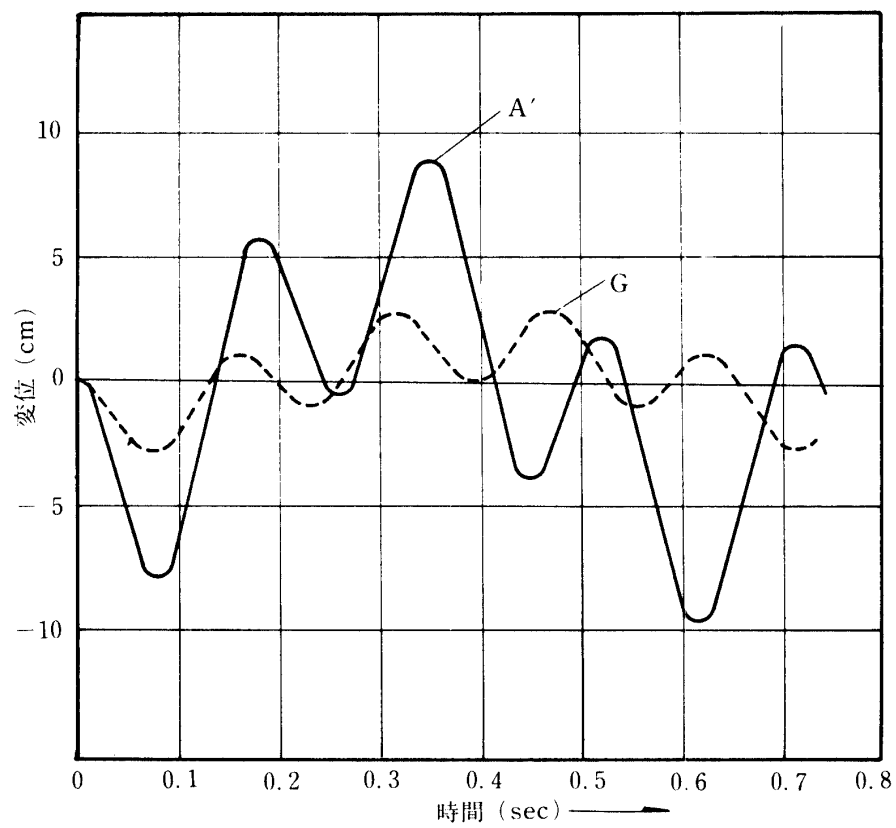


図-13 相対変位線図

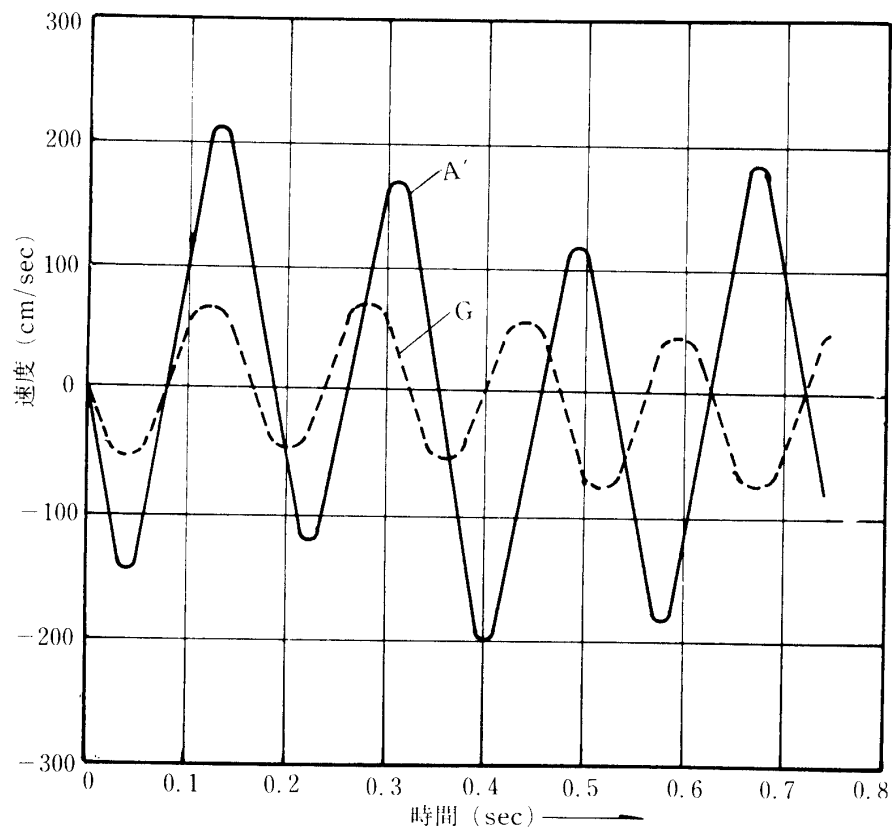


図-14 相对速度線図

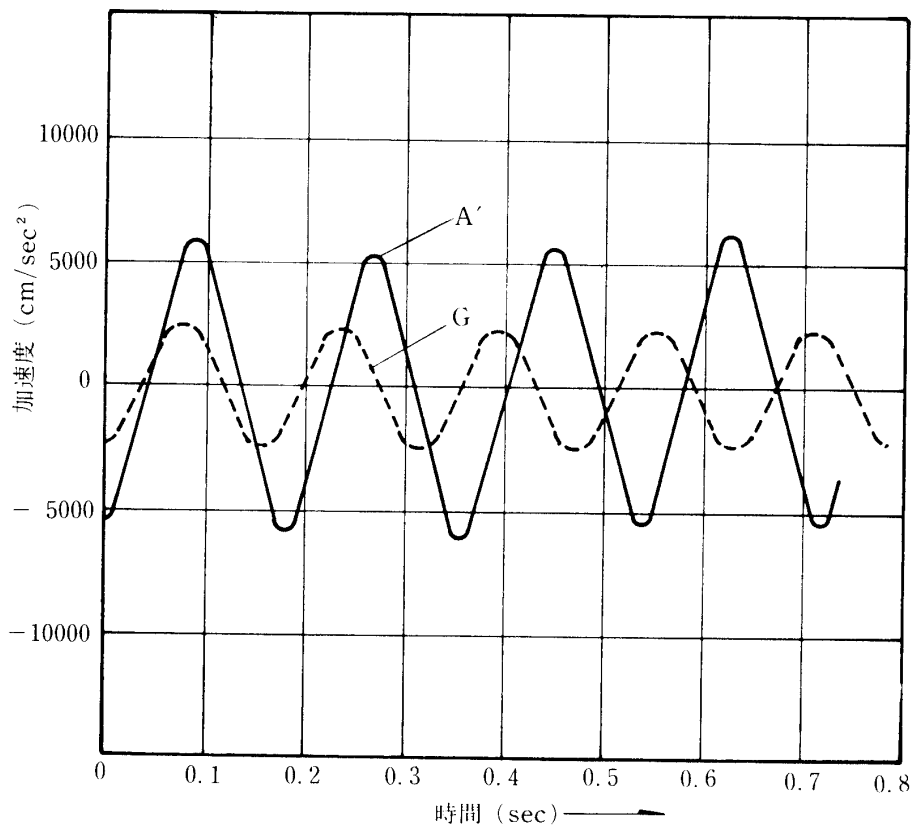


図-15 相对加速度線図

4 考察および結言

- (1) トレーラに積載した積載重量の増大にしたがって相対変位の周期は少し増大するが積載物が感受する加速度は余り変化がない。
- (2) 懸架ばねによる影響をみると相対変位は懸架ばね定数に比例し振動は逆に減少する、加速度はあまり変化がみられない。
- (3) タイヤこわさの影響をみると相対変位、振動数、感受する加速度はタイヤばね定数に比例する。

以上の結果から積載物の運動減衰を総合的に判断すると懸架ばねを増大し、タイヤこわさを減少することになる。よって表-4のようにそれぞれの定数を仮定し変位、速度、加速度を計算してみた。図-13、図-14、図-15はその時間に対するグラフである。実際の振動(A')より著しく減衰していることが一見できよう。

しかし、これは理論値であり実際にはタイヤのこわさを減少することは走行抵抗、タイヤの寿命などに影響するので、この点は充分考慮しなければならないであろう。

タイヤのこわさの効果は非常に大であり1つの機械フィルターの役目をなしていることがわかる。

懸架ばねの減衰は運動の大きさを減ずるうえにまた衝撃から生ずる多数回数の振動サイクルを制限するうえに充分効果があり、輸送中の破損に対する保護については、さらに荷台上においてのばね利用により充分期待できるのでこの点は今後の研究目標としたい。

おわりに本研究について終始懇切な御指導を給いました福井工業大学機械工学科 奥田薫教授に深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 入江敏博：機械振動学通論（朝倉書店）
- 2) 北郷薫・露木洋二：振動学（森北出版）
- 3) D. ハルトック：機械振動論：谷口・藤井共訳（コロナ）
- 4) 田島漬瀬：振動の工学（産業図書）
- 5) JOHN N. MACDUFF: VIBRATION CONTRDL (Mc GRAW-WILL BOOK) JOHN R. CURRERI.
- 6) 松平清：基礎振動学（現代工学社）