

ドウエル特性を備えた6節リンク機構

竹 内 武

Synthesis of Six-bar Link Mechanism with Dwell Motion

Takeshi TAKEUCHI

(Received Dec. 10, 1985)

The four-bar link mechanism has no dwell in the oscillating motion of its follower. Therefore, some six-bar link mechanisms were used to stop their followers. In those mechanisms, a method was introduced to determine the length of each link so that the followers might exactly agree with the diagrams shown below. As a result of adopting the method, the following three dwell mechanisms were obtained.

1. 緒 言

4つ棒リンク機構の従動節には、クランク、カプラーなどを経て、揺動運動が与えられる。この変位量（角）は、一般に

$$\phi = \tan^{-1} \frac{b \sin \theta}{a + b \cos \theta} + \cos^{-1} \frac{k^2 + 2ab \cos \theta}{2dl}$$

($k^2 = a^2 + b^2 - c^2 + d^2$, $l^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos \theta$, a, b, c, d は各リンクの長さ)¹⁾で示され、従動節は常時揺動運動を行い、瞬時もその運動は停止しない。併し、一般の機械、特に生産機械などにおいては、その主要運動の行程中において、一時停止させ、その間に附加運動が行われている。このため「カム」などによる方式が、実用化されている。この方式は摩耗の発生による運動の不確実性、高速化への困難性などが、生産性と製品の品質の向上への障害になっている。

本研究では、従動節をその最後退時において、ある時間（クランクの回転角で表示）静止させるような6節リンク機構を考え、この機構の設計に必要な各リンクの長さの計算法を求め、試算を試みた。

2. 一般関係式

図—1はドウエル（停留）機能を有する6節リンク機構であるが、リンクの位置ベクトルを示すと、図—2のようで、各節の長さおよび揺動角は、下記のとおりである。

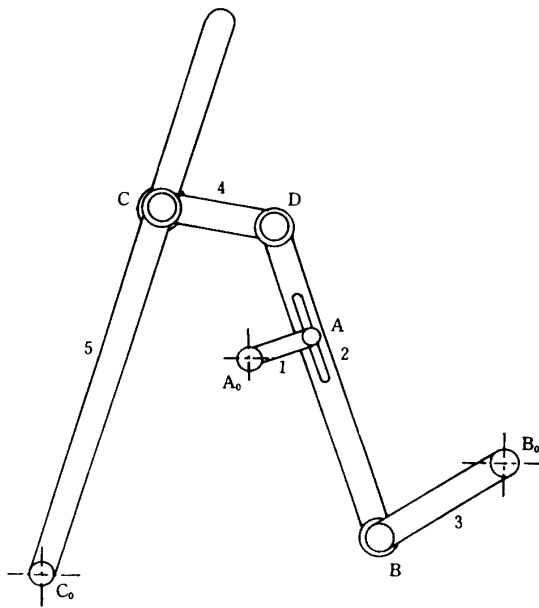


Fig. 1 Six-bar dwell mechanism with a long dwell at the extrem right position.

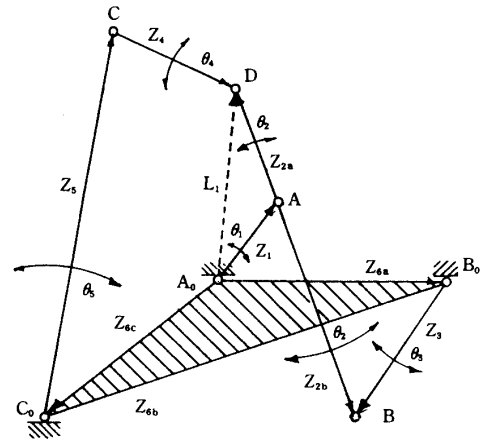


Fig. 2 Vectors to be used in six-bar dwell mechanism in Fig. 1.

	名 称	長さ	揺動角
1 節	クランク	Z_1	θ_{1j}
2 節	第 1 中間節	Z_2	θ_{2j}
3 節	補助節	Z_3	θ_{3j}
4 節	第 2 中間節	Z_4	θ_{4j}
5 節	従動節	Z_5	θ_{5j}
6 節	固定節	Z_6	θ_{6j}

$$(j = 2, 3, 4, 5)$$

図-3は、変位曲線の1例で、 θ_1 , θ_1' は、それぞれ 0° , 360° に相当し、 p_1 , p_2 , p_3 , p_4 , p_5 , p_5' , p_4' , p_3' , p_2' , p_1' の各点を通り、 $p_5 \sim p_5'$ をドウエル状態とする変位曲線を示す機構を定めることにする。ただし、 p_2 と p_2' , p_3 と p_3' , p_4 と p_4' , p_5 と p_5' は、それぞれ揺動角を等しくし、 180° に対して対称である点である。

図-2で、変位 L_1 のベクトルを考えると、

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= Z_{11} + Z_{2a1} \\ L_j &= Z_{1j} + Z_{2aj} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

(2位の添字は位置を示す)

$$(j = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5)$$

L_j の変位ベクトル δ_j を求めると

$$\delta_j = L_j - L_1 = (Z_{1j} - Z_{11}) + (Z_{2aj} - Z_{2a1})$$

$$\text{ここで } Z_{1j} = Z_{11} e^{i(\theta_{1j} - \theta_{11})}$$

$$Z_{2aj} = Z_{2a1} e^{i(\theta_{2j} - \theta_{21})}$$

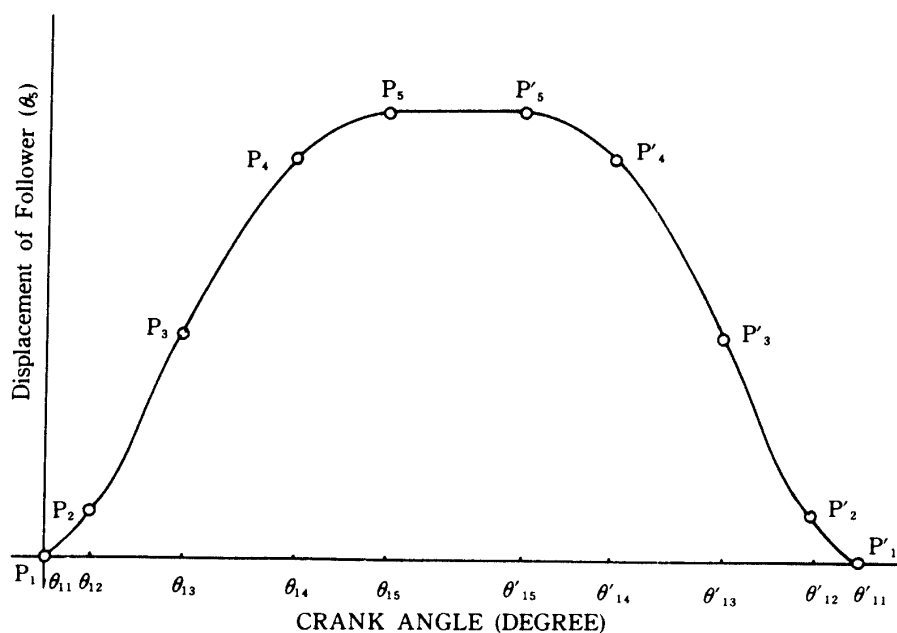


Fig. 3 Displacement curve of follower link and eight accuracy points.

であるから

$$\mu_j = e^{i(\theta_{1j} - \theta_{11})}, \quad \nu_j = e^{i(\theta_{2j} - \theta_{21})}$$

とおくと

$$\delta_j = Z_{11}(\mu_j - 1) + Z_{2a1}(\nu_j - 1) \quad \dots\dots\dots(2)$$

また,

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= Z_{6a1} + Z_{31} - Z_{2b1} + Z_{2a1} \\ L_j &= Z_{6aj} + Z_{3j} - Z_{2bj} + Z_{2aj} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\delta_j = L_j - L_1 \quad \text{なれば}$$

$$\begin{aligned} \delta_j &= Z_{31}(\mu_j - 1) - Z_{2b1}(\nu_j - 1) + Z_{2a1}(\nu_j - 1) \\ &= Z_{31}(\mu_j - 1) + Z_{21}(\nu_j - 1) \quad \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

ただし $|Z_{2b1}| + |Z_{2a1}| = |Z_{21}|$

$\delta_j = \delta_{jx} + i\delta_{jy}$ (i : 虚数単位) なれば

(2)より

$$(\delta_{jx} + i\delta_{jy}) = (Z_{11x} + iZ_{11y})(\mu_{jx} + i\mu_{jy} - 1) + (Z_{2a1x} + iZ_{2a1y})(\nu_{jx} + i\nu_{jy} - 1) \quad \dots\dots\dots(5)$$

(5)よりつぎの式が得られる。

$$\delta_{jx} = Z_{11x}\mu_{jx} - Z_{11y}\mu_{jy} - Z_{11x} + Z_{2a1x}\nu_{jx} - Z_{2a1y}\nu_{jy} - Z_{2a1x} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\delta_{jy} = Z_{11y}\mu_{jx} + Z_{11x}\mu_{jy} - Z_{11y} + Z_{2a1x}\nu_{jy} + Z_{2a1y}\nu_{jx} - Z_{2a1y} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここで $|Z_{11}| = 1$ $|Z_{2a1}|/|Z_{11}| = m$ とすれば,

$$Z_{11x} = \cos \theta_j, \quad Z_{11y} = \sin \theta_j$$

$$Z_{2a1x} = m\nu_{jx}, \quad Z_{2a1y} = m\nu_{jy}$$

$$\mu_{jx} = \cos \theta_j, \quad \mu_{jy} = \sin \theta_j$$

であるから, (6), (7) はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \nu_{jx}^4 - 2\nu_{jx}^3 - \frac{4C-5}{4} \nu_{jx}^2 + \frac{4C-1}{4} \nu_{jx} - \frac{C+D^2}{4} &= 0 \\ \nu_{jy} &= \frac{D}{2\nu_{jx}-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

$$\text{ただし } C = (\delta_{jx} - \cos 2\theta_j + \cos \theta_j)/m$$

$$D = (\delta_{jy} - \sin 2\theta_j + \sin \theta_j)/m$$

(5), (6), (7), (8)での δ_{jx} , δ_{jy} の値は, 図-4 の関係から求める。 θ'_j は θ_j と従動節の変位値を同じくする角である。

$$\begin{aligned} \delta_{jx} &= \cos \frac{1}{2} (\theta_j + \theta'_j) \left[\cos \frac{1}{2} (\theta_j - \theta'_j) \pm \sqrt{m^2 - \sin^2 \frac{1}{2} (\theta_j - \theta'_j)} \right] \\ &\quad - \cos \frac{1}{2} (\theta_1 + \theta'_1) \left[\cos \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta'_1) \pm \sqrt{m^2 - \sin^2 \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta'_1)} \right] \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{jy} &= \sin \frac{1}{2} (\theta_j + \theta'_j) \left[\cos \frac{1}{2} (\theta_j - \theta'_j) \pm \sqrt{m^2 - \sin^2 \frac{1}{2} (\theta_j - \theta'_j)} \right] \\ &\quad - \sin \frac{1}{2} (\theta_1 + \theta'_1) \left[\cos \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta'_1) \pm \sqrt{m^2 - \sin^2 \frac{1}{2} (\theta_1 - \theta'_1)} \right] \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

(5), (6), (7), (8), (9), (10)から ν_{jx} , ν_{jy} の各値は求められる。ついで μ_{jx} の各値を求めるためには, (4)は厳正点に関して, つぎのように示される。

$$\left. \begin{aligned} \delta_2 &= Z_{31}(\mu_2-1) + Z_{21}(\nu_2-1) \\ \delta_3 &= Z_{31}(\mu_3-1) + Z_{21}(\nu_3-1) \\ \delta_4 &= Z_{31}(\mu_4-1) + Z_{21}(\nu_4-1) \\ \delta_5 &= Z_{31}(\mu_5-1) + Z_{21}(\nu_5-1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

$$(11) \text{より} \quad \begin{vmatrix} \mu_2-1 & \nu_2-1 & \delta_2 \\ \mu_3-1 & \nu_3-1 & \delta_3 \\ \mu_4-1 & \nu_4-1 & \delta_4 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots(12)$$

$$\text{又} \quad \begin{vmatrix} \mu_2-1 & \nu_2-1 & \delta_2 \\ \mu_3-1 & \nu_3-1 & \delta_3 \\ \mu_5-1 & \nu_5-1 & \delta_5 \end{vmatrix} = 0 \dots\dots(13)$$

が得られる。

(12)より

$$\begin{aligned} (\mu_2-1) \begin{vmatrix} \nu_3-1 & \delta_3 \\ \nu_4-1 & \delta_4 \end{vmatrix} + (\mu_3-1) \begin{vmatrix} \nu_4-1 & \delta_4 \\ \nu_2-1 & \delta_2 \end{vmatrix} \\ + (\mu_4-1) \begin{vmatrix} \nu_2-1 & \delta_2 \\ \nu_3-1 & \delta_3 \end{vmatrix} &= 0 \end{aligned}$$

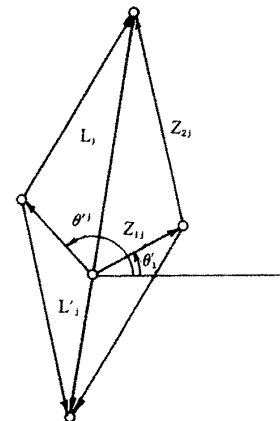


Fig. 4 Determination of L_j and L'_j to be changed together with θ_j and θ'_j .

ここで,

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \begin{vmatrix} \nu_3-1 & \delta_3 \\ \nu_4-1 & \delta_4 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} \nu_4-1 & \delta_4 \\ \nu_2-1 & \delta_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} \nu_2-1 & \delta_2 \\ \nu_3-1 & \delta_3 \end{vmatrix} \\ \Delta_1 &= -(\Delta_2 + \Delta_3 + \Delta_4) \quad \text{とおくと} \\ \Delta_1 + \mu_2 \Delta_2 + \mu_3 \Delta_3 + \mu_4 \Delta_4 &= 0 \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

同じように(13)より

$$\begin{aligned} (\mu_2-1) \begin{vmatrix} \nu_3-1 & \delta_3 \\ \nu_5-1 & \delta_5 \end{vmatrix} + (\mu_3-1) \begin{vmatrix} \nu_5-1 & \delta_5 \\ \nu_2-1 & \delta_2 \end{vmatrix} \\ + (\mu_5-1) \begin{vmatrix} \nu_2-1 & \delta_2 \\ \nu_3-1 & \delta_3 \end{vmatrix} &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{上式で } \Delta_2' = \begin{vmatrix} \nu_3-1 & \delta_3 \\ \nu_5-1 & \delta_5 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3' = \begin{vmatrix} \nu_5-1 & \delta_5 \\ \nu_2-1 & \delta_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_5' = \begin{vmatrix} \nu_2-1 & \delta_2 \\ \nu_3-1 & \delta_3 \end{vmatrix} = \Delta_4$$

とおき

さらに

$$\begin{aligned} \Delta_1' &= -(\Delta_2' + \Delta_3' + \Delta_4) \quad \text{とおくと} \\ \Delta_1' + \mu_2 \Delta_2' + \mu_3 \Delta_3' + \mu_5 \Delta_4 &= 0 \quad \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

(14)の両辺に共役複素ベクトルを乗じて

$$\begin{aligned} (\Delta_1 + \mu_1 \Delta_2 + \mu_3 \Delta_3) (\overline{\Delta_1} + \overline{\mu_2} \overline{\Delta_2} + \overline{\mu_3} \overline{\Delta_3}) \\ = (-\mu_4 \Delta_4) (-\overline{\mu_4} \overline{\Delta_4}) \\ = \mu_4 \overline{\mu_4} \Delta_4 \overline{\Delta_4} \end{aligned}$$

ここで $\mu_4 \overline{\mu_4} = 1$ ならば

$$(\Delta_1 + \mu_2 \Delta_2 + \mu_3 \Delta_3) (\overline{\Delta_1} + \overline{\mu_2} \overline{\Delta_2} + \overline{\mu_3} \overline{\Delta_3}) = \Delta_4 \overline{\Delta_4} \quad \dots\dots\dots(16)$$

同じく(15)より

$$(\Delta_1' + \mu_2 \Delta_2' + \mu_3 \Delta_3') (\overline{\Delta_1'} + \overline{\mu_2} \overline{\Delta_2'} + \overline{\mu_3} \overline{\Delta_3'}) = \Delta_4 \overline{\Delta_4} \quad \dots\dots\dots(17)$$

ついで(16)より

$$C_1 \mu_3 + \overline{C_1} \overline{\mu_3} = -d_1 \quad \dots\dots\dots(18)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \Delta_3 (\overline{\Delta_1} + \overline{\Delta_2} \overline{\mu_2}) \\ d_1 &= \overline{\Delta_1} \Delta_2 \mu_2 + \Delta_1 \overline{\Delta_2} \overline{\mu_2} + N \\ N &= \Delta_1 \overline{\Delta_1} + \Delta_2 \overline{\Delta_2} + \Delta_3 \overline{\Delta_3} - \Delta_4 \overline{\Delta_4} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(19)$$

同じく(17)より

$$C_2 \mu_3 + \overline{C_2} \overline{\mu_3} = -d_2 \quad \dots\dots\dots(20)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} C_2 &= \mathcal{A}'_3 (\overline{\mathcal{A}'_1} + \overline{\mathcal{A}'_2} \overline{\mu_2}) \\ d_2 &= \overline{\mathcal{A}'_1} \mathcal{A}'_2 \mu_2 + \overline{\mathcal{A}'_1} \overline{\mathcal{A}'_2} \overline{\mu_2} + N' \\ N' &= \mathcal{A}'_1 \overline{\mathcal{A}'_1} + \mathcal{A}'_2 \overline{\mathcal{A}'_2} + \mathcal{A}'_3 \overline{\mathcal{A}'_3} - \mathcal{A}'_4 \overline{\mathcal{A}'_4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

d_1, d_2 は共に実数であるから, (18), (20)から

$$\mu_3 = -\frac{\begin{vmatrix} d_1 & \overline{C_1} \\ d_2 & \overline{C_2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C_1 & \overline{C_1} \\ C_2 & \overline{C_2} \end{vmatrix}}, \quad \overline{\mu_3} = -\frac{\begin{vmatrix} C_1 & d_1 \\ C_2 & d_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} C_1 & \overline{C_1} \\ C_2 & \overline{C_2} \end{vmatrix}} \dots\dots\dots (22)$$

$$|\mu_3|^2 = \mu_3 \overline{\mu_3} = 1 \quad \text{なれば}$$

(22)より

$$\begin{aligned} & K_1 \overline{K_1} + K_2 \overline{K_2} + K_3 \overline{K_3} + K_4 \overline{K_4} - 4K_6^2 - 2K_5 \overline{K_5} \\ & + (K_1 \overline{K_2} + \overline{K_2} K_3 + K_3 \overline{K_4} + 4iK_5 K_6) \mu_2 \\ & + (K_1 \overline{K_2} + K_2 \overline{K_3} + K_3 \overline{K_4} - 4iK_5 K_6) \overline{\mu_2} \\ & + (\overline{K_1} K_3 + \overline{K_2} K_4 + K_5 \overline{K_5}) \mu_2^2 + (\overline{K_1} K_3 + \overline{K_2} K_4 + K_5 \overline{K_5}) \overline{\mu_2}^2 \\ & + K_1 \overline{K_4} \mu_2^3 + \overline{K_1} K_4 \overline{\mu_2}^3 = 0 \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= \overline{\mathcal{A}} \mathcal{A}'_1 (\mathcal{A}_2 \mathcal{A}_3 - \mathcal{A}_2 \mathcal{A}'_3) \\ K_2 &= \mathcal{A}_3 \overline{\mathcal{A}'_1} N' - \overline{\mathcal{A}'_3} \overline{\mathcal{A}'_1} N + \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_3 \overline{\mathcal{A}'_2} \overline{\mathcal{A}'_1} - \mathcal{A}_2 \overline{\mathcal{A}'_1} \mathcal{A}'_3 \overline{\mathcal{A}'_2} \\ K_3 &= \mathcal{A}_3 \overline{\mathcal{A}'_2} N' - \overline{\mathcal{A}'_2} \mathcal{A}'_3 N + \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_3 \overline{\mathcal{A}'_1} \mathcal{A}'_1 - \mathcal{A}_1 \mathcal{A}_2 \overline{\mathcal{A}'_1} \mathcal{A}'_3 \\ K_4 &= \mathcal{A}_3 \overline{\mathcal{A}'_2} \mathcal{A}'_1 \overline{\mathcal{A}'_2} - \mathcal{A}_1 \mathcal{A}_3 \overline{\mathcal{A}'_2} \overline{\mathcal{A}'_2} \\ K_5 &= \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_3 \overline{\mathcal{A}'_1} \overline{\mathcal{A}'_3} - \mathcal{A}_2 \overline{\mathcal{A}'_3} \mathcal{A}'_3 \overline{\mathcal{A}'_1} \\ K_6 &= \mathcal{A}_3 \overline{\mathcal{A}'_3} (\overline{\mathcal{A}'_1} \mathcal{A}'_1 + \mathcal{A}'_2 \overline{\mathcal{A}'_2}) \text{の虚数部} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

とおく。

一般に $K + \overline{K} = 2 \times (K \text{の実数部})$ なれば

(23)は

$$\{(P_1 \mu_2^3 + P_2 \mu_2^2 + P_3 \mu_2) \text{の実数部}\} + t = 0 \dots\dots\dots (25)$$

となる。

(25)で

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= K_1 \overline{K_4} \\ P_2 &= K_1 \overline{K_3} + K_2 \overline{K_4} + K_5 \overline{K_5} \\ P_3 &= K_1 \overline{K_2} + K_2 \overline{K_3} + K_3 \overline{K_4} + 4iK_4 K_5 \\ t &= \frac{1}{2} (K_1 \overline{K_1} + K_2 \overline{K_2} + K_3 \overline{K_3} + K_4 \overline{K_4} - 4 \times K_6^2 - 2 \times K_5 \overline{K_5}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

$$(25) \text{で } \mu_2^3 = e^{3i\theta_2}, \quad \mu_2^2 = e^{2i\theta_2}, \quad \mu_2 = e^{i\theta_2}$$

なれば

$$P_{1x} \cos 3\theta_2 - P_{1y} \sin 3\theta_2 + P_{2x} \cos 2\theta_2 - P_{2y} \sin 2\theta_2 + P_{3x} \cos \theta_2 - P_{3y} \sin \theta_2 + P_4 = 0 \quad \dots\dots\dots(27)$$

P_4 は t に相当している。(26)で $\tan(\theta_2/2) = \tau$ とおくと

$$\begin{aligned} \cos \theta_2 &= \frac{1-\tau^2}{1+\tau^2}, & \sin \theta_2 &= \frac{2\tau}{1+\tau^2} \\ \cos 2\theta_2 &= \frac{1-6\tau^2+\tau^4}{(1+\tau^2)^4}, & \sin 2\theta_2 &= \frac{4\tau(1-\tau^2)}{(1-\tau^2)^2} \\ \cos 3\theta_2 &= \frac{(1-\tau^2)(1-14\tau^2+\tau^4)}{(1+\tau^2)^3}, & \sin 3\theta_2 &= \frac{2\tau(3-10\tau^2+3\tau^4)}{(1+\tau^2)^3} \end{aligned}$$

これらの値を(27)に入れると,

$$\tau^5 + a_4\tau^4 + a_3\tau^3 + a_2\tau^2 + a_1\tau + a_0 = 0 \quad \dots\dots\dots(28)$$

となる。ここで $a_4 \sim a_0$ の値は、つぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} a_4 &= \frac{-6P_{1y} + 4P_{2y} - 2P_{3y}}{-P_{1x} + P_{2x} - P_{3x} + P_{4x}}, & a_3 &= \frac{15P_{1x} - 5P_{2x} + P_{3x} + 3P_{4x}}{-P_{1x} + P_{2x} - P_{3x} + P_{4x}} \\ a_2 &= \frac{20P_{1y} - 4P_{3y}}{-P_{1x} + P_{2x} - P_{3x} + P_{4x}}, & a_1 &= \frac{15P_{1x} - 5P_{2x} - P_{3x} + 3P_{4x}}{-P_{1x} + P_{2x} - P_{3x} + P_{4x}} \\ a_0 &= \frac{-6P_{1y} - 4P_{2y} - 2P_{3y}}{-P_{1x} + P_{2x} - P_{3x} + P_{4x}} \end{aligned}$$

ここで, $P_{1x}, P_{1y}, P_{2x}, P_{2y}, P_{3x}, P_{3y}$ の各値は, (26)で

$$P_1 = P_{1x} + iP_{1y}$$

$$P_2 = P_{2x} + iP_{2y}$$

$$P_3 = P_{3x} + iP_{3y}$$

として, 求められる。

(28)は, 5 次の方程式なれば, 「ヒチコック・ベアストウ」の方法で近似根を求め, その実根の一つを τ_1 とおくと,

$$\left. \begin{aligned} \mu_{2x} &= \cos(2 \tan^{-1} \tau_1) \\ \mu_{2y} &= \sin(2 \tan^{-1} \tau_1) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(29)$$

ついで, (16), (17)から μ_{3x}, μ_{3y} を求めると,

$$\mu_{3x} = \frac{q_{2y} q_{3x} - q_{1y} q_{4x}}{2(q_{1y} q_{2x} - q_{1x} q_{2y})}, \quad \mu_{3y} = \frac{q_{2x} q_{3x} - q_{1x} q_{4x}}{2(q_{1y} q_{2x} - q_{1x} q_{2y})} \quad \dots\dots\dots(30)$$

ここで, $q_{1x}, q_{1y}, q_{2x}, q_{2y}, q_{3x}, q_{4x}$ の各値はつぎのように与えられる。

$$\begin{aligned} q_{1x} &= \mu_{2x} (\Delta_{3x} \Delta_{2x} + \Delta_{3y} \Delta_{2y}) + \mu_{2y} (\Delta_{2x} \Delta_{3y} - \Delta_{2y} \Delta_{3x}) + \Delta_{3x} \Delta_{1x} + \Delta_{3y} \Delta_{1y} \\ q_{1y} &= \mu_{2x} (\Delta_{2x} \Delta_{3y} + \Delta_{3y} \Delta_{2y}) + \mu_{2y} (\Delta_{2x} \Delta_{3x} - \Delta_{3y} \Delta_{2y}) + \Delta_{1x} \Delta_{3y} + \Delta_{3x} \Delta_{1y} \\ q_{2x} &= \mu_{2x} (\Delta'_{2x} \Delta'_{3x} + \Delta'_{2y} \Delta'_{3y}) + \mu_{2y} (\Delta'_{2x} \Delta'_{3y} - \Delta'_{2y} \Delta'_{3x}) + \Delta'_{3x} \Delta'_{1x} + \Delta'_{1y} \Delta'_{3y} \\ q_{2y} &= \mu_{2x} (\Delta'_{2x} \Delta'_{3y} + \Delta'_{2y} \Delta'_{3x}) + \mu_{2y} (\Delta'_{2x} \Delta'_{3x} - \Delta'_{3y} \Delta'_{2y}) + \Delta'_{1x} \Delta'_{3y} + \Delta'_{3y} \Delta'_{1y} \\ q_{3x} &= 2\mu_{2x} (\Delta_{2x} \Delta_{1y} + \Delta_{1x} \Delta_{2y}) + 2\mu_{2y} (\Delta_{1x} \Delta_{2x} - \Delta_{1y} \Delta_{2y}) + N \end{aligned}$$

$$q_{4x} = 2\mu_{2x} (\Delta'_{2x}\Delta'_{1y} + \Delta'_{1x}\Delta'_{2y}) + 2\mu_{2y} (\Delta'_{1x}\Delta'_{2x} - \Delta'_{1y}\Delta'_{2y}) + N'$$

同じように, (14)から

$$\mu_{4x} = -\frac{S_1\Delta_{4x} + S_2\Delta_{4y}}{\Delta_{4x}^2 + \Delta_{4y}^2}, \quad \mu_{4y} = \frac{S_2\Delta_{4x} - S_1\Delta_{4y}}{\Delta_{4x}^2 + \Delta_{4y}^2} \dots\dots\dots(31)$$

$$(31) \text{で} \quad S_1 = \Delta_{1x} + \Delta_{2x} \mu_{2x} - \Delta_{2y} \mu_{2y} + \Delta_{3x} \mu_{3x} - \Delta_{3y} \mu_{3y}$$

$$S_2 = \Delta_{1y} + \Delta_{2x} \mu_{2y} + \Delta_{2y} \mu_{2x} + \Delta_{3x} \mu_{3y} + \Delta_{3y} \mu_{3x}$$

同様に, (15)から

$$\mu_{5x} = -\frac{S'_1\Delta_{4x} + S'_2\Delta_{4y}}{\Delta_{4x}'^2 + \Delta_{4y}'^2}, \quad \mu_{5y} = -\frac{S'_2\Delta_{4x} - S'_1\Delta_{4y}}{\Delta_{4x}'^2 + \Delta_{4y}'^2} \dots\dots\dots(32)$$

$$(32) \text{で} \quad S'_1 = \Delta'_{1x} + \Delta'_{2x} \mu_{2x} \Delta'_{1y} \mu_{2y} + \Delta'_{3x} \mu_{3x} - \Delta'_{3y} \mu_{3y}$$

$$S'_2 = \Delta'_{1y} + \Delta'_{2x} \mu_{2y} + \Delta'_{2y} \mu_{2x} + \Delta'_{3x} \mu_{3y} + \Delta'_{3y} \mu_{3x}$$

とする。

(4)から

$$\left. \begin{aligned} \delta_{jx} &= Z_{31x}(\mu_{jx}-1) - Z_{31y} \mu_{jy} + Z_{21x}(\nu_{jx}-1) + Z_{21y} \nu_{jy} \\ \delta_{jy} &= Z_{31x} \mu_{jy} + Z_{31y}(\mu_{jx}-1) + Z_{21x} \nu_{jy} + Z_{21y}(\nu_{jx}-1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

か得られ, 厳正点に相応する, $J = 2, 3, 4, 5$ の4個でつぎの式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} Z_{31x}(\mu_{2x}-1) - Z_{31y} \mu_{2y} + Z_{21x}(\nu_{2x}-1) - Z_{21y} \nu_{2y} &= \delta_{2x} \\ Z_{31x} \mu_{2y} + Z_{31y}(\mu_{2x}-1) + Z_{21x} \nu_{2x} + Z_{21y}(\nu_{2x}-1) &= \delta_{2x} \\ Z_{31x}(\mu_{3x}-1) - Z_{31y} \mu_{3y} + Z_{21x}(\nu_{3x}-1) - Z_{21y} \nu_{3y} &= \delta_{3x} \\ Z_{31x} \mu_{3y} + Z_{31y}(\mu_{3x}-1) + Z_{21x} \nu_{3y} + Z_{21y}(\nu_{3x}-1) &= \delta_{3x} \\ Z_{31x}(\mu_{4x}-1) - Z_{31y} \mu_{4y} + Z_{21x}(\nu_{4x}-1) - Z_{21y} \nu_{4y} &= \delta_{2x} \\ Z_{31x} \mu_{4y} + Z_{31y}(\mu_{4x}-1) + Z_{21x} \nu_{4x} + Z_{21y}(\nu_{4x}-1) &= \delta_{4x} \\ Z_{31x}(\mu_{5x}-1) - Z_{31y} \mu_{5y} + Z_{21x}(\nu_{5x}-1) - Z_{21y} \nu_{5y} &= \delta_{5x} \\ Z_{31x} \mu_{5y} + Z_{31y}(\mu_{5x}-1) + Z_{21x} \nu_{5y} + Z_{21y}(\nu_{5x}-1) &= \delta_{5y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

上記の8個の式で, 係数だけの行列のランクと, δ_{jx} を含めた全数の行列のランクは, 同数になるから, 第1式から第4式まで, 連立させて Z_{1x} , Z_{2y} , Z_{2x} , Z_{2y} を求めると, これらの値は何れも5式以下も満足させる。

図—2より, 初期の値は

$$L_1 = Z_{6c} + Z_{51} + Z_{41} \dots\dots\dots(35)$$

θ_{5j} の角変位によって

$$L_j = Z_{6c} + Z_{5j} + Z_{4j} \dots\dots\dots(36)$$

(2)の L_j の変位 δ_j はつぎのようにも示される。

$$\delta_j = L_j - L_1 = Z_{51}(\lambda_j - 1) + Z_{41}(\sigma_j - 1) \dots\dots\dots(37)$$

ただし

$$\lambda_j = e^{i(\theta_{5j}-\theta_{51})}, \quad \sigma_j = e^{i(\theta_{4j}-\theta_{41})}$$

(37)より

$$\left. \begin{aligned} \delta_2 &= Z_{51}(\lambda_2-1) + Z_{41}(\sigma_2-1) \\ \delta_3 &= Z_{51}(\lambda_3-1) + Z_{41}(\sigma_3-1) \\ \delta_4 &= Z_{51}(\lambda_4-1) + Z_{41}(\sigma_4-1) \\ \delta_5 &= Z_{51}(\lambda_5-1) + Z_{41}(\sigma_5-1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

(38)で左辺は(11)の左辺と同じであり、 λ_j は図— 3 の変位線図の角変位量から求められ、(38)からつぎの(39)、(40)が得られる。

$$\begin{vmatrix} \sigma_2-1 & \lambda_2-1 & \delta_2 \\ \sigma_3-1 & \lambda_3-1 & \delta_3 \\ \sigma_4-1 & \lambda_4-1 & \delta_4 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$\begin{vmatrix} \sigma_2-1 & \lambda_2-1 & \delta_2 \\ \sigma_3-1 & \lambda_3-1 & \delta_3 \\ \sigma_5-1 & \lambda_5-1 & \delta_5 \end{vmatrix} = 0 \quad \dots\dots\dots (40)$$

(39)、(40)から

$$\left. \begin{aligned} \Omega_1 + \sigma_2 \Omega_2 + \sigma_3 \Omega_3 + \sigma_4 \Omega_4 &= 0 \\ \Omega'_1 + \sigma_2 \Omega'_2 + \sigma_3 \Omega'_3 + \sigma_4 \Omega_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (41)$$

(41)で

$$\begin{aligned} \Omega_2 &= \begin{vmatrix} \lambda_3-1 & \delta_3 \\ \lambda_4-1 & \delta_4 \end{vmatrix}, \quad \Omega_3 = \begin{vmatrix} \lambda_4-1 & \delta_4 \\ \lambda_2-1 & \delta_2 \end{vmatrix}, \\ \Omega_4 &= \begin{vmatrix} \lambda_2-1 & \delta_2 \\ \lambda_3-1 & \delta_3 \end{vmatrix}, \quad \Omega_1 = -(\Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4) \\ \Omega'_2 &= \begin{vmatrix} \lambda_3-1 & \delta_3 \\ \lambda_5-1 & \delta_5 \end{vmatrix}, \quad \Omega'_3 = \begin{vmatrix} \lambda_5-1 & \delta_5 \\ \lambda_2-1 & \delta_2 \end{vmatrix}, \\ \Omega'_1 &= -(\Omega'_2 + \Omega'_3 + \Omega_4) \end{aligned}$$

とおかれ、前出の(16)から(27)までと同じような過程によって

$$\rho^5 + b_4 \rho^4 + b_3 \rho^3 + b_2 \rho^2 + b_1 \rho + b_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (42)$$

$b_4 \sim b_1$ の各値は、(28)の $a_4 \sim a_1$ に、 ρ は τ に相当し、 $\rho = \tan(\theta_4/2)$ で与えられる。(42)の実根の一個を ρ_1 とおくと

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{2x} &= \cos(2 \tan^{-1} \rho) \\ \sigma_{2y} &= \sin(2 \tan^{-1} \rho) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

(30)と同様に、 σ_{3x} , σ_{3y} はつぎのように考えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{3x} &= \frac{W_{2y} W_{3x} - W_{1y} W_{4x}}{2(W_{1y} W_{2x} - W_{1x} W_{2y})} \\ \sigma_{3y} &= \frac{W_{2x} W_{3x} - W_{1x} W_{4x}}{2(W_{1y} W_{2x} - W_{1x} W_{2y})} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

(44)の W_{1x} , W_{1y} , W_{2x} , W_{2y} , W_{3x} , W_{4x} は、それぞれ(30)の q_{1x} , q_{1y} , q_{2x} , q_{2y} , q_{3x} , q_{4x} に相当する。

(43), (44)の σ_{2x} , σ_{2y} , σ_{3x} , σ_{3y} の(41)から、 σ_{4x} , σ_{4y} , σ_{5x} , σ_{5y} をつぎのように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{4x} &= \frac{H_1 \Omega_{4x} + H_2 \Omega_{4y}}{\Omega_{4x}^2 + \Omega_{4y}^2} \\ \sigma_{4y} &= -\frac{H_2 \Omega_{4x} + H_1 \Omega_{4y}}{\Omega_{4x}^2 + \Omega_{4y}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{5x} &= \frac{H'_1 \Omega'_{4x} + H'_2 \Omega'_{4y}}{\Omega_{4x}^2 + \Omega_{4y}^2} \\ \sigma_{5y} &= -\frac{H'_2 \Omega'_{4x} + H'_1 \Omega'_{4y}}{\Omega_{4x}^2 + \Omega_{4y}^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (46)$$

H_1 , H_2 , H'_1 , H'_2 はそれぞれ(31), (32)の S_1 , S_2 , S_3 , S'_1 , S'_2 に相当する。

(38)から

$$\left. \begin{aligned} \delta_{jx} &= Z_{51x} (\lambda_{jx} - 1) - Z_{51y} \lambda_{jy} + Z_{41x} (\sigma_{jx} - 1) - Z_{41y} \sigma_{jy} \\ \delta_{jy} &= Z_{51x} \lambda_{jy} + Z_{51y} (\lambda_{jx} - 1) + Z_{41x} \sigma_{jy} + Z_{41y} (\sigma_{jx} - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

が求められ、厳正点に相当する、 $J = 2, 3, 4, 5$ の4点でつぎの8個の式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} Z_{51x} (\lambda_{2x} - 1) - Z_{51y} \lambda_{2y} + Z_{41x} (\sigma_{2x} - 1) - Z_{41y} \sigma_{2y} &= \delta_{2x} \\ Z_{51x} \lambda_{2y} + Z_{51y} (\lambda_{2x} - 1) + Z_{41x} \sigma_{2y} + Z_{41y} (\sigma_{2x} - 1) &= \delta_{2y} \\ Z_{51x} (\lambda_{3x} - 1) - Z_{51y} \lambda_{3y} + Z_{41x} (\sigma_{3x} - 1) - Z_{41y} \sigma_{3y} &= \delta_{3x} \\ Z_{51x} \lambda_{3y} + Z_{51y} (\lambda_{3x} - 1) + Z_{41x} \sigma_{3y} + Z_{41y} (\sigma_{3x} - 1) &= \delta_{3y} \\ Z_{51x} (\lambda_{4x} - 1) - Z_{51y} \lambda_{4y} + Z_{41x} (\sigma_{4x} - 1) - Z_{41y} \sigma_{4y} &= \delta_{4x} \\ Z_{51x} \lambda_{4y} + Z_{51y} (\lambda_{4x} - 1) + Z_{41x} \sigma_{4y} + Z_{41y} (\sigma_{4x} - 1) &= \delta_{4y} \\ Z_{51x} (\lambda_{5x} - 1) - Z_{51y} \lambda_{5y} + Z_{41x} (\sigma_{5x} - 1) - Z_{41y} \sigma_{5y} &= \delta_{5x} \\ Z_{51x} \lambda_{5y} + Z_{51y} (\lambda_{5x} - 1) + Z_{41x} \sigma_{5y} + Z_{41y} (\sigma_{5x} - 1) &= \delta_{5y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

上式の第1式~第4式より、 Z_{5x} , Z_{5y} , Z_{4x} , Z_{4y} をそれぞれ求めることができる。しかも、これらの値は、(34)と同じ理由で、第5式以下も満足する。

以上述べたように、(34)と(48)から、 Z_{21} , Z_{31} , Z_{41} , Z_{51} の各リンクの長さが、(3)と(35)から、固定リンク Z_{6a} , Z_{6c} の長さ、位置が、 m と比率から Z_{11} (クランクの長さ) が、それぞれ定められる。

3. 計算の結果

表一 1 に示すような条件のもとで、図一 5 の P_5 から P'_5 が、ドウエルであるような変位線図を想定する。この線図上の点、 $P_2, P_3, P_4, P_5, P'_5, P'_4, P'_3, P'_2$ はそれぞれ厳正点で、これらの点を通過するような線図を示す 6 節リンク機構を求めることにする。

Z_{2a} の長さとクランク Z_{11} の長さの比を 2.0, 3.0, 4.0 の 3 場合とした。D 点の軌跡は、閉曲線であるが、その一部は C 点を中心とする円弧となるため、 Z_5 リンクのドウエル運動が得られる。

(8) から (32) までの計算で ν_{jx} から μ_{jy} までの値が、それぞれ 2 組求められたが、
 $1 \geq \nu_{jx} \geq -1, 1 \geq \nu_{jy} \geq -1$ の条件を満足するものは、 m の各値に対して、各々 1 個求められた。 μ_{jx}, μ_{jy} の各値も同じように、 m の各値に対して、それぞれ 1 個求めることができた。

又、(37) から (47) までの計算で、 $\lambda_{jx}, \lambda_{jy}$ はリンク Z_6 の揺動角から求められ、 m の各値に対して当然同じである。 σ_{jx}, σ_{jy} は前出の μ_{jx}, μ_{jy} に相当するもので、これらも各 m の値に対して、それぞれ 1 個求めることができた。

表一 2 は (34) と (48) に $\nu_{jx}, \nu_{jy}, \mu_{jx}, \mu_{jy}, \lambda_{jx}, \lambda_{jy}, \sigma_{jx}, \sigma_{jy}$ の各値を代入して求めたものである。 Z_{21}, Z_{31}, Z_{6a} の各リンクの長さや位置を、さらに Z_4, Z_5, Z_6 の長さや位置も示し、6 節リンク機構全体が求められた。

図一 6 から図一 9 は、 $m = 2, 3, 4, 5$ の各場合の機構と、そのクランク回転角に対する従動節

Table. 1 Details of accuracy points

Crank Angle		Follower Angle		
θ_{1j}	(degree)	θ_{1j}	$\theta_{5j} - \theta_{51}$	$\theta'_{5j} - \theta'_{51}$
θ_{11}	0	θ_{51}	0	
θ_{12}	20	θ_{52}	1.8	
θ_{13}	50	θ_{53}	7.7	
θ_{14}	90	θ_{54}	16.3	
θ_{15}	130	θ_{55}	20.5	
θ'_{15}	230	θ'_{55}		20.5
θ'_{14}	270	θ'_{54}		16.3
θ'_{13}	310	θ'_{53}		7.7
θ'_{12}	340	θ'_{52}		1.8
θ_{11}	360	θ'_{51}		0

Ratio of Z_{2a} to Z_{11} length			
m			
2.0	3.0	4.0	5.0

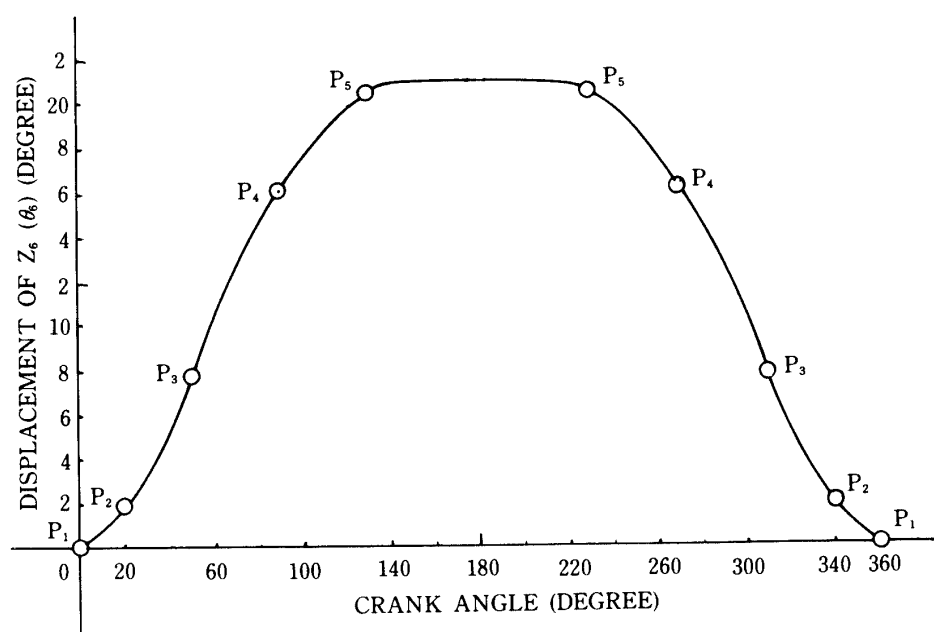


Fig. 5 Eight accuracy points on the input curve.

Table. 2 Positions and lengths of each link.

m	2.0	3.0	4.0	5.0
Z_{31x}	2.263	8.691	5.176	2.198
Z_{31y}	-0.535	-7.939	-4.897	-1.084
$ Z_{31} $	2.326	11.771	7.126	2.444
Z_{21x}	3.476	10.575	7.169	5.619
Z_{21y}	0.879	10.440	8.700	4.790
$ Z_{21} $	3.586	14.862	11.273	7.384
Z_{6a}	2.651	16.155	7.711	2.751
Z_{51x}	1.171	2.753	1.653	0.847
Z_{51y}	7.395	5.649	7.453	9.337
$ Z_{51} $	7.467	6.285	7.729	9.470
Z_{41x}	-1.382	-0.001	-2.156	-6.854
Z_{41y}	4.581	1.619	1.311	4.544
$ Z_{41} $	4.785	1.619	2.528	8.224
Z_{6cx}	-5.607	-6.307	-7.208	-11.793
Z_{6cy}	-2.325	-2.613	-1.843	0.657
$ Z_{6c} $	6.057	6.227	7.439	11.811

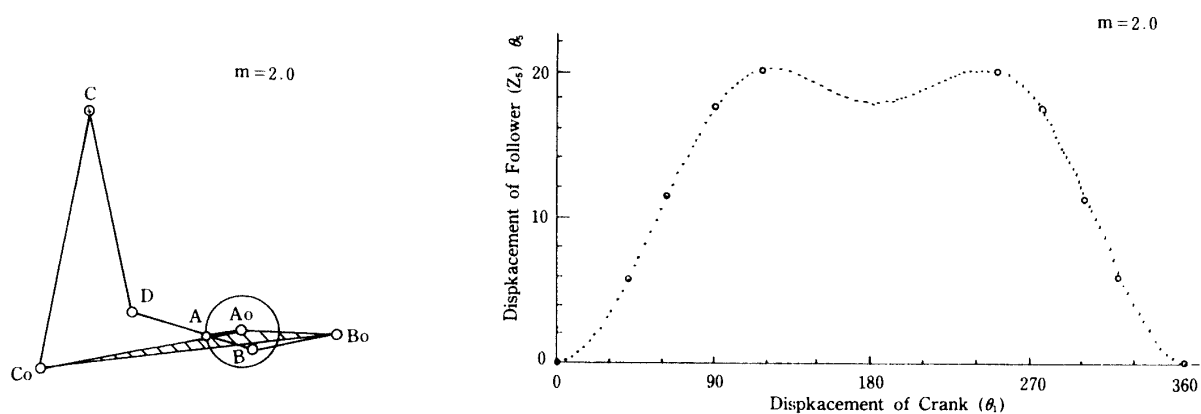


Fig. 6 Dwell link mechanism obtained by computation and its displacement curve. ($m=2.0$)

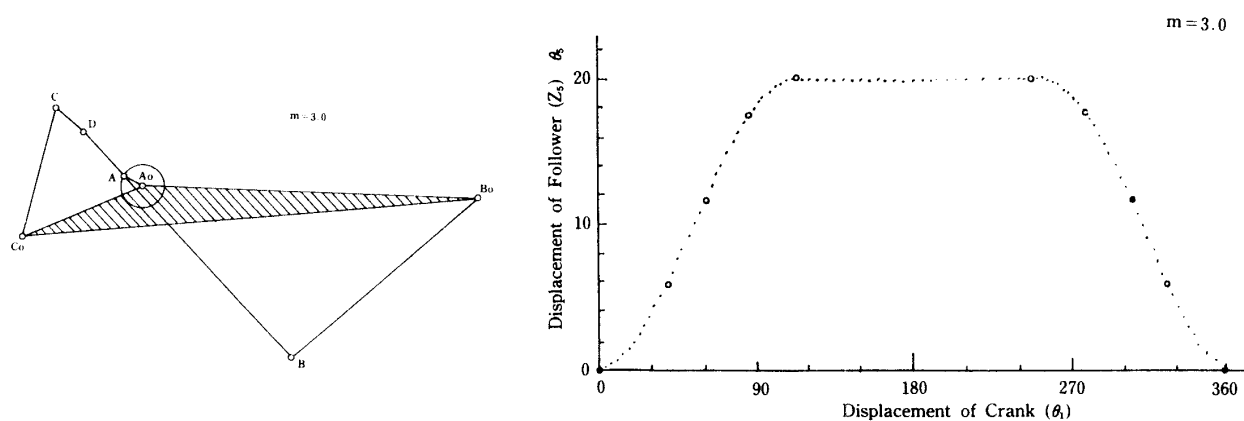


Fig. 7 Dwell link mechanism obtained by computation and its displacement curve. ($m=3.0$)

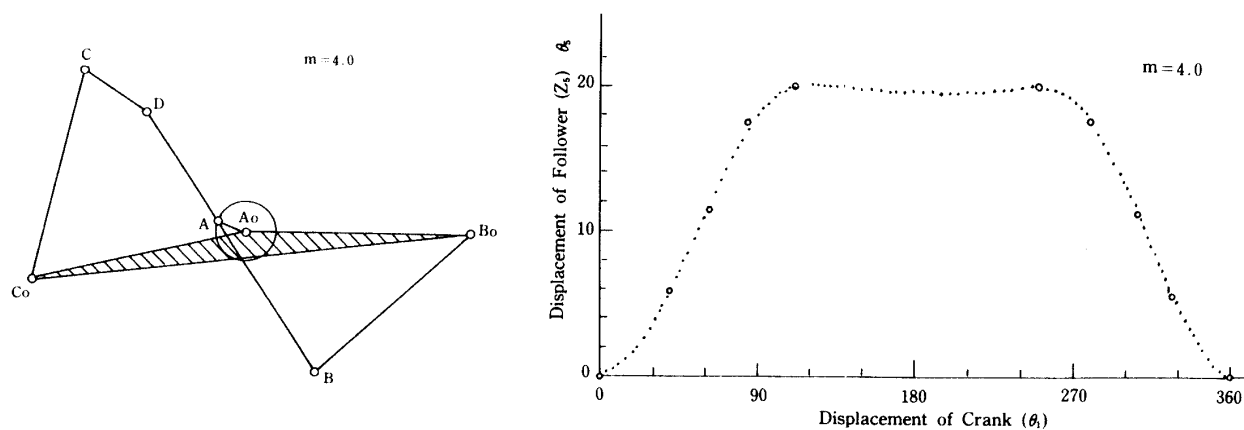


Fig. 8 Dwell link mechanism obtained by computation and its displacement curve. ($m=4.0$)

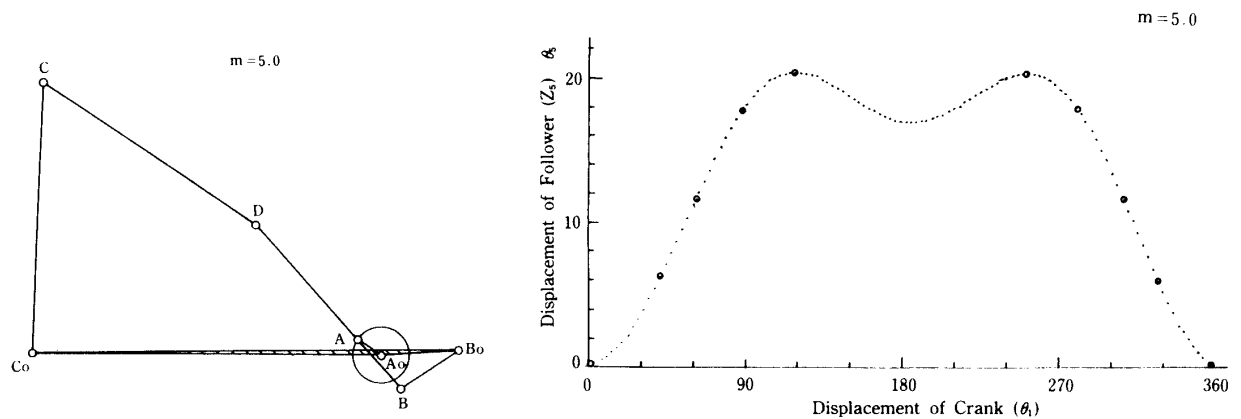


Fig. 9 Dwell link mechanism obtained by computation and its displacement curve. ($m=5.0$)

の変位を示すもので、図上の白丸は厳正点、黒点は図式より得た変位係図の各点である。「ドウエル」を生じているのは、D点の軌跡が閉曲線であって、その一部はC点を中心とする円弧であることから、その円弧上にある期間、D点の動きが止り、C点のドウエル状態を生ずることになる。しかるに、 m の値によって、この円弧の一部が直線状を呈することから、図一6、図一9のように「ドウエル」の期間中に凹状を示すことになる。図一7、図一8は図一5の変位線図とほぼ同じ状態で、全行程を通じ厳正点を通過し、「ドウエル」もほぼ同じ期間生じている。

4. 結 言

1. 「ドウエル」を有する6節リンク機構を構成するに当りて、2組の4つ棒リンク機構を作り、これを中間節 Z_2 の一端Dで、位置ベクトル L_j により連結した。
2. 中間節 Z_2 上でクランクピンの位置 Z_{2a} を定めるため、クランク (Z_1) の長さを基準にした。
3. 本報文の計算例では、 m が3.0~4.0の値の場合、ドウエルを有する変位線図が得られることが、明らかになった。

参 考 文 献

- 1) Richard Hartenberg: "Kinematic Synthesis of Linkage"