

# 誘電加熱の一考察

澤 崎 正 廣

## An Approach to The Dielectric Exothermic Reaction

Masahiro SAWAZAKI

It is well known that on applying the super high frequency field to an electrolyte or a dielectric the dielectric-loss causes an exothermic reaction. This exothermic reaction is an option exothermic some-constituents composing the substance cause more intensive exothermic reaction in response to some kinds of the super high frequency. I report on the foundation theory of the dielectric exothermic reaction.

### あ ら ま し

電解質や誘電体に超短波電界を加えると、誘電体損失により発熱作用を起すことはよく知られている。混合物に加えた場合、発熱作用は選択作用があり、印加された超短波の周波数によってその物質を構成する要素の中でもとくに強く加熱される要素がある。ここでは誘電加熱の基礎理論について研究した結果を示す。

### 1. は し が き

誘電体物質に高周波電界を加えると、誘電加熱作用を生ずることはよく知れた事実であり、この作用は現在各産業分野で応用されている。ところで誘電体物質の組成は極めて複雑であり、かつその物質固有の誘電率や導電率を持っている。したがって種々の誘電体物質にある特定周波数の高周波電界を加えてもその発熱の状態は非常に違ってくる。このことは *Pötzold* の理論に挙げられており、一般に加熱物体の温度上昇の割合は、ある周波数に対してその物質の導電率によって変化すると考えられる。この事実を逆にいえば物質の導電率が一定であるならば、その物質を効果的に加熱するには、その物質にあった周波数があると考えられる。また種々の誘電体物質を混合し、高周波電界を加えた場合その発熱の状態は単独に加えた場合と異なり、その発熱の状態は極めて複雑な特性を示す。このことについては本論の選択加熱理論で説明する。これらの理論を応用することによって超短波治療に応用できるものと考えられる。すなわち、生物体は各種の誘電体や電解質の複合体であり、直接超短波電界を生物体に加えることは非常に危険であるから、生物体を初めは非常に簡単な誘電体物質におき換えることによって治療への基礎概念を知ることができる。また治療すべき部分の誘電率や導電率の値を知ることによって加える超短波電界の周波数や方向もわかると考えられる。生物体のモデルに超短波電界を加えた時の実験結果や結果より得た理論式は学会誌で報告するが、ここでは誘電加熱の理論について研究した。

## 2. 総 論

### 2.1 誘電体理論

一口に誘電体といってもその組成は極めて複雑であり、その種類も多種多様である。それ故、誘電体損の機構を説明する理論として、

i) 誘電体が誘電率  $\epsilon$  および導電率  $\alpha$  に関して不均質な部分から成り立っているときには、イオンの移動によって誘電体損失が表われるとする *Maxwell Wagner* によって提唱された不均質理論

ii) 誘電体を構成する極性分子、または極性素子が外部から電界が加えられて配向するとき、熱運動による抵抗を受けるため、極性分子の配向が電界の変化より遅れ、その結果誘電体損失が発生するとする *Debye* によって提唱された双極子理論

iii) その他

に大別することができる。しかし実存する誘電体の誘電体損失の機構は複雑であり、ただ単に不均質理論や双極子理論だけで説明することは難しく、これらの理論が重なりあっていると見られる場合が多い。高周波加熱理論を説明するには *Debye* の双極子論が理解し易いので次に双極子論について説明する。

### 2.2 *Debye* の双極子理論

一般に正負の相等しい電荷  $+e$ ,  $-e$  が極めて小さい間隔  $l$  だけ離れて存在するとき、これを双極子と呼んでいる。誘電体を構成する要素について考えると、有極性分子と無極性分子があると考えられる。

i) 有極性分子とは

自然の状態であって外部電界が印加されていなくとも常に双極子モーメントを持っているものである。

ii) 無極性分子とは

自然の状態では正負電荷  $+e$ ,  $-e$  の平均位置、つまり重心が一致していて双極子モーメントを持たないが、外部より電界を加えると、この重心が変位して双極子モーメントを生ずるようなものである。

すなわち無極性分子のものであっても、外部から電界の作用を受けると、双極子能率を生ずることになる。

今、無極性分子に働く電界を  $E$ 、誘起双極子モーメントを  $m'$  で表わすものとすれば分子に働く電界  $E$  があまり強くないかぎり誘起双極子モーメントは電界の強さに比例するものと考えられるので、比例定数を  $\alpha$  とおいて

$$m' = \alpha E \quad (1)$$

で誘起双極子モーメントは表わされる。なお、比例定数  $\alpha$  は各分子固有の定数で分極率と呼ばれ

ている。

ここで対象となる誘電体の単位体積に含まれる分子の数を  $N_1$  とし、その単位体積に含まれる分子のもつ双極子モーメントの平均値を  $m$  で表わせば、単位体積当りの平均双極子モーメント  $M$  は

$$M = N_1 m \quad (2)$$

で求められる。電界  $E$  が強くないかぎり  $m$ , は  $E$  に比例するものと考えられるので

$$M = \alpha N_1 E \quad (3)$$

なる関係が得られる。

いままで誘起双極子モーメントは分子に働く電界  $E$  によるものとしてきた。しかしこの電界  $E$  は、一般に誘電体内の電界  $E$  に等しくなく、*Loventz* によって示された内部電界を考えるならば、分子に働く電界  $E$  と誘電体内の電界  $E'$  の間には

$$E = E' + \frac{\nu}{\epsilon_0} M \quad (4)$$

なる関係が成立する。この式中の  $\nu$  は内部電界定数と呼ばれるもので一般には複雑である。しかしこの値は等軸晶系の結晶のように分子の配列が等方的なもの、あるいは分子運動の全く自由な液体または気体では  $\nu = 1/3$  となる。

また電気変位  $D$  を電界  $E'$ 、分極  $M$  で表わすと

$$D = \epsilon_0 E' + M \quad (5)$$

であり、比誘電率を  $\epsilon_r$  としたとき、 $D = \epsilon_r \epsilon_0 E'$  であるので

$$M = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E' \quad (6)$$

と変形することができる。

$M$ ,  $E$ ,  $E'$  を消去すると

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \frac{N_1 \alpha}{3 \epsilon_0} \quad (7)$$

を得る。そこで分子量を  $W$ 、密度を  $\rho$  としたとき  $W/\rho$  を (7) 式両辺にかければ

$$\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \times \frac{W}{\rho} = \frac{N_1 \alpha}{3 \epsilon_0} \times \frac{W}{\rho} \quad (8)$$

と変形することができる。(8) 式の右辺中  $\frac{W}{\rho} N_1$  は 1 グラム分子量における分子の数、すなわちアボカドロの定数であるので

$$N = \frac{W}{\rho} N_1 \quad (9)$$

とおけば

$$P_m = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \times \frac{W}{\rho} = \frac{N\alpha}{3\epsilon_0} \quad (10)$$

となり *Clausius-Mosotti* の式を得る。ここに  $P_m$  は分子分極と呼ばれるものである。

以上の理論は無極性分子における分子分極を考えてきたが、次に有極性分子における配向分極について考えてみる。

全く自然の状態に置かれた有極性分子はそれぞれ任意の方向を向いていて、誘電体全体としてみたとき、双極子モーメントを外部に示さない。しかし外部電界が加えられると分子は配向しようとする。そして、この配向現象は分子のもつ運動エネルギーによる熱運動によって抵抗を受ける。

*Debye* はこの有極性分子の配向と熱運動を考慮して外部から電界をかけた場合、双極子の分布が *Maxwell-Boltzman* の分布に従うとして平均モーメント  $\bar{\mu}_E$  を算出し

$$\bar{\mu}_E = -\frac{\mu^2}{3k_0T} \cdot \mathbf{E} \quad (11)$$

ただし  $k_0$  : ボルツマン定数

$T$  : 絶対温度

$\mu$  : 有極性分子の双極子モーメント

を得る。この平均双極子モーメントと、先に求めた誘起双極子モーメントと合せて考えた。そして各分子の電界方向の全双極子能率  $m_T$  から

$$m_T = \bar{\mu}_E + \alpha \mathbf{E} = \left( \alpha + \frac{\mu^2}{3k_0T} \right) \mathbf{E} \quad (12)$$

と与えることができこれは *Claius-Mosotti* の式である。

これを *Debye* は書き改めて

$$P_m = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \cdot \frac{W}{\rho} = \frac{N}{3\epsilon_0} \left( \alpha + \frac{\mu^2}{3k_0T} \right) \quad (13)$$

と式を算出した。

さて直流電界を外部より加えた場合であるがこの場合は (13) 式で  $P_m$  を求めることができる。しかし誘電体物質に交番磁界を加えた場合には、先に述べた *Maxwell-Boltzman* 分布関数では不完全となる。そこで *Debye* は外部電界の強さが時間とともに変化するが、方向が一定であるということ、および分子が *Brown* 回転運動を行なっているとの考えのもとに、1図に示すように電界  $\mathbf{E}_i$  と双極子能率  $\mu$  のなす角を  $\theta$  とするとき、交番電界を加えた場合の分布関数の満足すべき偏微分方程式として

$$\zeta \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \sin \theta \left( k_0 T \frac{\partial f}{\partial \theta} - M \tau f \right) \right] \quad (14)$$

ただし  $f$  : 分布関数

$\zeta$  : 内部摩擦力

$M\tau$  : 1 分子に働く回転力

を導き出した。さらに分布関数の可変部が最初の値の  $1/e$  (ただし,  $e$  は自然対数の底) になる時間, すなわち緩和時間  $\tau$  を

$$\tau = \frac{\zeta}{2k_0 T} \quad (15)$$

と仮定することによって (14) 式を変形して

$$2\tau \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \sin \theta \left( \frac{\partial f}{\partial \theta} - \frac{M\tau f}{k_0 T} \right) \right] \quad (16)$$

が分布関数の満足すべき方程式であるとした。したがって有極性分子に加えられた外部電界が

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{j\omega t} \quad (17)$$

ただし  $\omega$  : 角周波数

の実数部で表わされるものとし,  $B$  を任意定数として (16) 式の解を

$$f = A \left[ 1 + B \frac{\mu \mathbf{E}_0}{k_0 T} e^{j\omega t} \cos \theta \right] \quad (18)$$

で仮定しよう。一分子に働く回転力  $M\tau$  が

$$M\tau = -\mu E_0 e^{j\omega t} \sin \theta \quad (19)$$

によって与えられるので, (18) 式および (16) 式より任意定数  $B$  を決定することができる。ここで飽和現象を問題としない強さの電界での現象のみを論ずるとすれば,  $E_0$  についての二次以上の項を無視することができるので

$$B = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad (20)$$

と決定できる。分布関数  $f$  は, 結局近似解として

$$f = A \left[ 1 + \frac{1}{1 + j\omega\tau} \cdot \frac{\mu E_0}{k_0 T} e^{j\omega t} \cos \theta \right] \quad (21)$$

で与えられることになる。

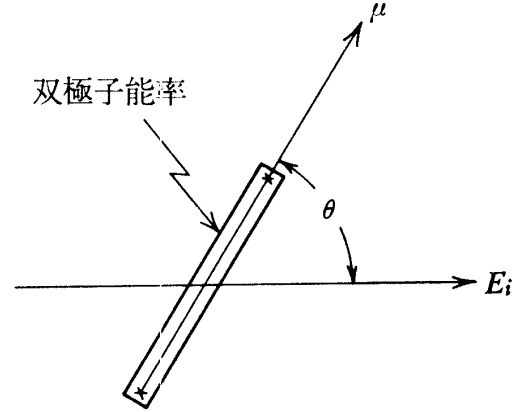


図 1

このように分布関数が求められたので双極子モーメント  $\mu$  の向が立体角  $d\Omega$  の中に存在するものの数を  $fd\Omega$  で表わすとき、双極子モーメント  $\mu$  の平均  $\bar{\mu}$  が次式

$$\bar{\mu} = \frac{\int \mu \cos \theta f d\Omega}{\int f d\Omega} \quad (22)$$

で与えられることにより

$$\bar{\mu} = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \cdot \frac{\mu^2}{3k_0 T} E_0 e^{j\omega t} \quad (23)$$

と算定される。

そこで交番電界を加えた場合にも (13) 式に示した、*Debye* が成立するものと考え、この場合の分極  $P_m(\omega)$  は

$$P_m(\omega) = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 2} \cdot \frac{W}{\rho} = \frac{N}{3\varepsilon_0} \left( \alpha + \frac{\mu^2}{3k_0 T} \cdot \frac{1}{1 + j\omega\tau} \right) \quad (24)$$

が与えられることになる。

これが交流電界を加えた場合の分極を求める式であり、これが *Debye* の分散式と呼ばれるものである。

この *Debye* の分散式を基にして、誘電体損失の周波数——温度特性を求めることができるが、この計算については書面の都合上省略する。

さて次に誘電加熱理論について論を進めていこう。

### 3. 誘電加熱理論

#### 3.1 誘電体損失

誘電体に交番電界を加えると、導電電流によるオーム損や分子振動による摩擦損などのため、誘電体内部に電力の損失を生じ、これらの損失を総称して誘電体損失という。

いま誘電体のもつ静電容量を  $C[F]$ 、誘電体と同じ寸法の真空でおきかえたときの静電容量を  $C_0[F]$  とし、誘電体の誘電率を  $\varepsilon[F/m]$ 、比誘電率を  $\varepsilon_r$ 、真空の誘電率を  $\varepsilon_0[F/m]$  とすると

$$C = \varepsilon_r C_0 \quad (25)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r, \quad \varepsilon_0 = \frac{10^{-4}}{36\pi} = 8.854 \times 10^{-12} \quad (26)$$

となる。いま、誘電体が静電容量  $C[F]$  とコンダクタンス  $G[G]$  または抵抗  $R[\Omega]$  の並列回路でおき換えられるものとし、図 2(a)のように誘電体に周波数  $f[Hz]$  または角周波数  $\omega[\text{rad/s}]$  なる交番電圧  $V[V]$  を印加したとき、その等価回路は図 2(b)のようになるから誘電体を通して流れ

る導電電流  $\dot{I}_1[A]$  および変位電流  $\dot{I}_2[A]$  は

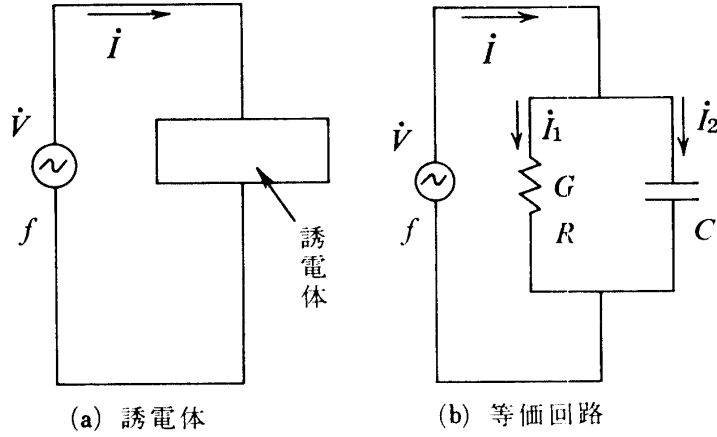


図2 誘電体損失

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= G \dot{V} = \dot{V}/R, \quad \dot{I}_2 = j\omega C \dot{V}, \\ (\omega &= 2\pi f) \end{aligned} \quad (27)$$

と表わされ、 $\dot{I}_1$  は  $\dot{V}$  と同相、 $\dot{I}_2$  は  $\dot{V}$  より位相が  $90^\circ$  進む。したがって誘電体の中を通して流れる合成電流  $\dot{I}[A]$  は図3に示すように  $\dot{I}_1$  と  $\dot{I}_2$  のベクトル和として求められ、位相が  $\dot{V}$  より  $\theta$  だけ進み、 $\dot{I}_2$  より  $\delta$  だけ遅れることになる。誘電体のアドミッタンスを  $\dot{Y}$  とすると

$$\dot{Y} = G + j\omega C \quad (28)$$

であるから

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = (G + j\omega C) \dot{V} = \dot{Y} \dot{V} \quad (29)$$

さらに

$$\varepsilon_r' = \varepsilon/\varepsilon_0 = G/(\omega C_0) \quad (30)$$

とおくと、上式は

$$\dot{I} = j\omega C_0 (\varepsilon_r - j\varepsilon_r') \dot{V} = j\omega C_0 \varepsilon_r^* \dot{V} \quad (31)$$

のようになる。ここに  $\varepsilon_r^*$  は複素比誘電率と呼ばれるもので、その実数部が  $\varepsilon_r$ 、虚数部が  $\varepsilon_r'$  であり、複素誘電率を  $\varepsilon^*$  とすると

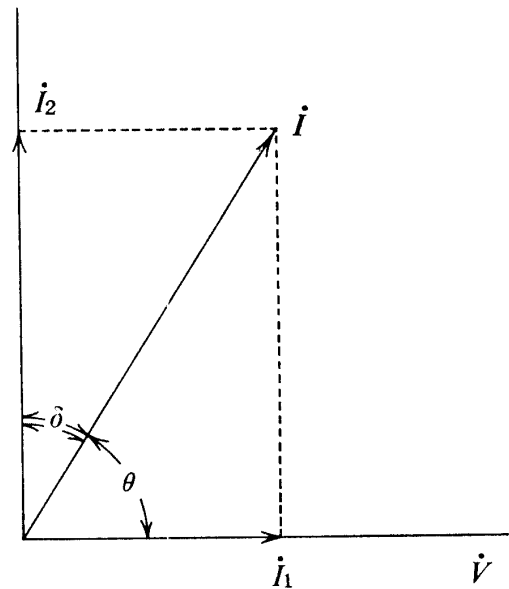


図3 誘電体中を流れる合成電流  $\dot{I}$  のベクトル図

$$\varepsilon^*/\varepsilon_0 = \varepsilon_r^* = \varepsilon_r - j\varepsilon_r' \quad (32)$$

の関係がある。

誘電体中に消費される電力，すなわち誘電体損失  $P(w)$  は

$$P = \dot{V}I_1 = G\dot{V}^2 \quad (33)$$

一方図3より  $\tan\delta = I_1/I_2$  であるから，これに式(27)を代入，式(25)と式(26)とを組合わせると

$$\tan\delta = G/\omega C = 1/\omega CR = \varepsilon_r'/\varepsilon_r \quad (34)$$

$$\text{または } \varepsilon_r' = \varepsilon_r \tan\delta \quad (35)$$

となる。 $\tan\delta$  のことを誘電体力率と呼んでおり，これは複素比誘電率の虚数部を支配する重要な量である。式(28)へ式(34)を代入すると，

$$\dot{Y} = j\omega C (1 - j\tan\delta) \quad (36)$$

と変形され，アドミッタンスのうちのコンダクタンスの項が  $\tan\delta$  で置換えられる。次に，式(34)に示される  $G$  を式(33)に代入すると

$$P = \omega C_0 \dot{V}^2 \varepsilon_r \tan\delta \quad (37)$$

式(37)に式(35)を用いると

$$P = \omega C_0 \dot{V}^2 \varepsilon_r' \quad (38)$$

が得られる。一定寸法の誘電体に対する誘電体損失は，基本的には周波数・印加電圧の2乗・比誘電率・誘電体力率などに比例して増加するが，実際には  $\varepsilon_r \tan\delta$  も周波数とともに変わるので損失の周波数に対する変化は非常に複雑である。

ともあれ， $\delta$  は誘電体損失の大小を決める量で，これを損失角と呼んでいる。また  $\varepsilon_r \tan\delta$  を損失率ということがある。

誘電体損失は最終的には誘電体の中で熱となって消失するので，誘電加熱の主体となり，また損失分に相当するエネルギーは外部電源によって供給してやらなければならない。

### 3.2 平行平板状誘電体の誘電体損失

図4のように平行平板状誘電体の面積  $A [m^2]$ ，厚さ  $d [m]$  なる平行板電極の中に誘電率  $\varepsilon [F/m]$ ，導電率  $\sigma [\bar{\nu} \cdot m]$ ，または固有抵抗  $\rho [\Omega \cdot m]$  なる誘電体を満したときの静電容量  $C [F]$  とコンダクタンス  $G [\bar{\nu}]$  は

$$C = \varepsilon_r C_0 = \varepsilon A/d \quad (39)$$

$$C_0 = \varepsilon_0 A/d \quad (40)$$



$$G = 1/R = \sigma A/d \quad (41)$$

$$\sigma = 1/\rho \quad (42)$$

となり,  $\tan\delta$  の式は式 (34) に式 (39),  
式 (41) の両式を代入して

$$\tan\delta = \sigma/(\omega\epsilon) \quad (43)$$

また誘電体損失  $P$  は, 式 (37) に式 (39)  
を代入して,

$$P = (A/d)\omega V^2\epsilon\tan\delta = (A/d)V^2\sigma \quad (44)$$

一方, 誘電体中の電界を  $E$  [V/m], 誘電  
体の体積を  $\Omega$  [m<sup>3</sup>] とすると

$$E = V/d, \quad \Omega = Ad \quad (45)$$

これと上式とより

$$P = \Omega\omega E^2\epsilon\tan\delta = 5\% \times 10^{-10} \Omega f E^2\epsilon_r\tan\delta \quad (46)$$

ゆえに, 単位体積当り対する誘電体損失  $P_1$  [W/m<sup>3</sup>] は,

$$P_1 = \omega\epsilon E^2\tan\delta = 5\% \times 10^{-10} f E^2\epsilon_r\tan\delta \quad (47)$$

と表わされる。したがって平行平板状誘電体の誘電体損失は, 角周波数・誘電率印加交番電界の 2  
乗・誘電体力率の大きさに比例することがわかる。

### 3.3 加熱時間と電力

外部電源から電力  $P$  [W] を供給し, 誘電体がこれだけの電力を吸収して,  $t$  [s] 経過すると, 誘  
電体内部の発熱量  $H$  [J] は

$$H = Pt \text{ [J]} \quad (48)$$

$$H = \frac{1}{4.186} Pt \text{ [cal]} \quad (49)$$

一方, 体積  $\Omega'$  [m<sup>3</sup>], 比熱  $c$  [J/kg °C] 密度  $s$  [kg/m<sup>3</sup>] なる誘電体を温度  $T_1$  から  $T_2$  °C まで  
上昇させるために必要な熱量  $Q$  [J] は,

$$Q = cs\Omega' (T_2 - T_1) \quad \text{[J]} \quad (50)$$

誘電体中での発熱量  $H$  のうち  $\eta$  の割合だけが温度上昇に役立つものとすれば

$$\eta H = Q = \eta Pt \quad (51)$$

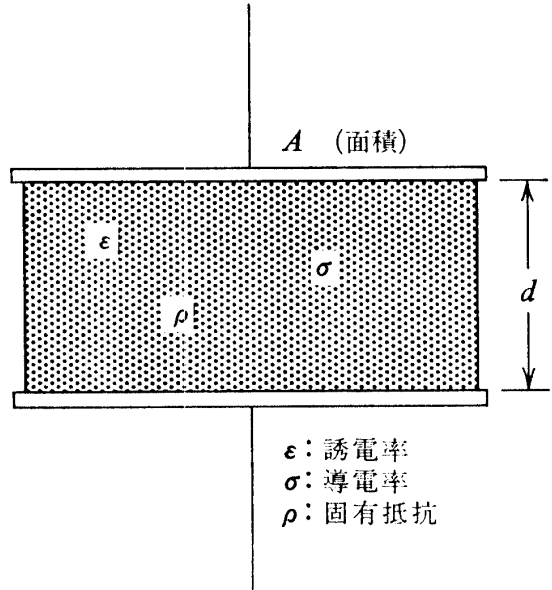


図4 平行平板状誘電体

となる。

従って、加熱に要する時間  $t[s]$  を求めると

$$\eta Pt = sc\Omega' (T_2 - T_1) \quad (52)$$

$$\therefore t = cs\Omega' (T_2 - T_1) / \eta P \quad (53)$$

$P[\text{KW}]$ ,  $t[H]$  なる単位を用いると,

$$t = \frac{cs\Omega' (T_2 - T_1)}{3600 \times 10^3 \eta P} = 0.288 \times 10^{-6} \frac{cs\Omega' (T_2 - T_1)}{\eta P} \quad (54)$$

と成る。ところで  $\eta$  は変換効率とよばれ、単位時間に単位電力を加えたとき、それがどのくらいの量の熱量に変換されるかを示す量で、被加熱物の形状、寸法、熱絶縁の程度などによって異なるが、一般に0.8~0.9程度の値である。

$$\therefore \eta = 0.8 \sim 0.9 \quad (55)$$

誘電体の質量を  $W' = s\Omega' [\text{kg}]$  とし、このうち  $\gamma$  の割合の水分が、 $100^\circ\text{C}$  以上の加熱によって蒸発したとすると、 $1 [\text{kg}]$  の水が蒸発するときの気化熱は  $2.25 \times 10^6 [\text{J}]$  であるから、 $Q$ は

$$\begin{aligned} Q &= sc\Omega' (100 - T_1) + s\Omega' \times 2.25 \times 10^6 \cdot \gamma \\ &= W' [c(100 - T_1) + 2.25 \times 10^6 \cdot \gamma] \end{aligned} \quad (56)$$

したがって加熱時間  $t[s]$  は

$$t = \frac{W' [c(100 - T_1) + 2.25 \times 10^6 \cdot \gamma]}{\eta P} \quad (57)$$

が得られる。上式より加熱時間は供給電力、物質の質量・比熱・蒸発割合がわかれば求めることができる。

以上のように誘電加熱理論を述べてきたが、著者が研究した超短波治療への応用については単体だけの理論のみでは不十分であり、複合体や混合体については選択加熱理論を説明しなければ治療器としての応用を挙げることはできない。

そこで次に、選択加熱理論について説明しよう。

## 4. 選 択 加 熱 理 論

### 4.1 選択加熱理論

選択発熱作用というのは誘電率  $\epsilon$  と導電率  $\sigma$  との電気定数が異なる物質が重っているか、あるいは混合している場合、それらの中に高周波電流が流れるとき、各物質についての発熱の分布が不均一になり電流の周波数を適当に選べば、ある物質が他の物質に比べてとくに強く加熱されることである。

高周波加熱を行なうとするとき、被加熱物が、単一誘電体物質を加熱する場合のように単純である場合は極めて少なく、図5の(a), (b)に示すような二つ、またはそれ以上の誘電体の複合体である場合が多い。このような複合誘電体に高周波電圧を印加する場合、周波数を適当に選ぶことによって各誘電体についての発熱の分布が平均一になり、その結果、ある特定の誘電体物質を他より発熱させることができる。複合誘電体中のある特定の誘電体を他よりも特に多く発熱させるように高周波誘電体加熱を行なうことを選択加熱といっている。

いま、最も簡単な場合として、図6に示すように平行平板電極の間に厚さがそれぞれ  $d_1, d_2$  で比誘電率が  $\epsilon_1, \epsilon_2$  である誘電体を満した場合の各誘電体内での発生熱量比を求めてみる。誘電体(1)中での電界強度  $E_1$  が

$$E_1 = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} V \quad (58)$$

誘電体(2)中での電界強度  $E_2$  が

$$E_2 = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_1 d_2} V \quad (59)$$

で与えられる。よって上式に示す  $E_1, E_2$  と誘電体を挿入しない場合の静電容量を与える。

誘電体(1)および(2)における発生熱量を求めて、その比をとると

$$W_1 : W_2 = \epsilon_2 d_1 \tan \delta_1 : \epsilon_1 d_2 \tan \delta_2 \quad (60)$$

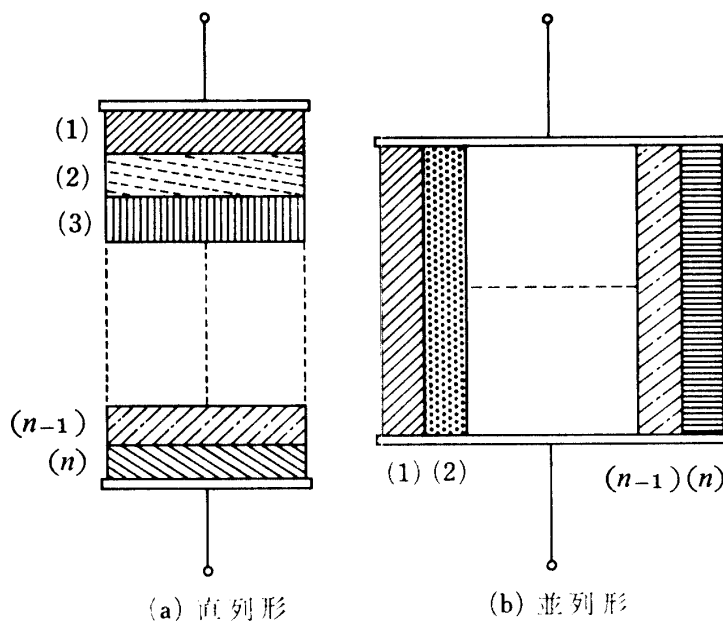


図5 複合誘電体

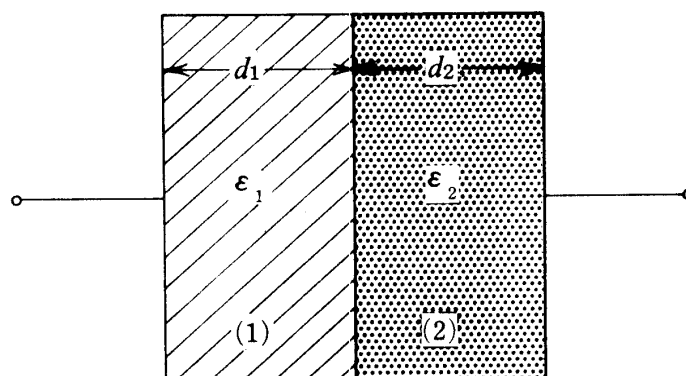


図6 平行平板電極間へ挿入したもっとも簡単な複合誘電体

になる。ただし、添字 1, 2 はそれぞれ誘電体(1), (2)についての値であることを示すものであるとする。

ところで  $\tan\delta$  は

$$\tan\delta = \frac{1}{\omega CR} \quad (61)$$

で表わされるから、これを式 (60) に代入すれば、誘電体損失  $W_1, W_2$  の比は

$$W_1 : W_2 = \frac{d_1^2}{\varepsilon_1^2 R_1} : \frac{d_2^2}{\varepsilon_2^2 R_2} \quad (62)$$

で与えられることになる。

全く同様にして誘電体物質が図 7 で示されるように三層である場合も、その発生熱量比は

$$W_1 : W_2 : W_3 = \varepsilon_2 \varepsilon_3 d_1 \tan\delta_1 : \varepsilon_1 \varepsilon_3 d_2 \tan\delta_2 : \varepsilon_2 \varepsilon_1 d_3 \tan\delta_3 \quad (63)$$

もしくは

$$W_1 : W_2 : W_3 = \frac{d_1^2}{\varepsilon_1^2 R_1} : \frac{d_2^2}{\varepsilon_2^2 R_2} : \frac{d_3^2}{\varepsilon_3^2 R_3} \quad (64)$$

として与えられる。

次に、図 8 に示すような平行平板電極間に比誘電率  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ , 誘電体力率  $\tan\delta_1, \tan\delta_2$  なる誘電体を並列に挿入した場合について考えると、誘電体の電極との接する部分の面積をそれぞれ  $A_1, A_2$  として、各誘電体の発生熱量を算定して、その比を求めると

$$\begin{aligned} W_1 : W_2 &= \varepsilon_1 A_1 \tan\delta_1 : \varepsilon_2 A_2 \tan\delta_2 \\ &= 1/R_1 : 1/R_2 \end{aligned} \quad (65)$$

となる。同様にして、比誘電率  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ , 誘電体力率  $\tan\delta_1, \tan\delta_2, \tan\delta_3$ , 誘電体の電極と接する部分の有効面積を  $A_1, A_2, A_3$  とする三種類の誘電体を並列に挿入した場合の発生熱量比は

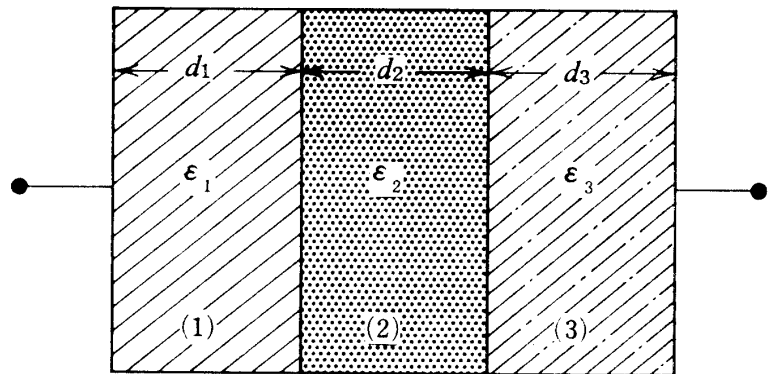


図 7 平行平板電極間へ複合三層体を挿入した場合

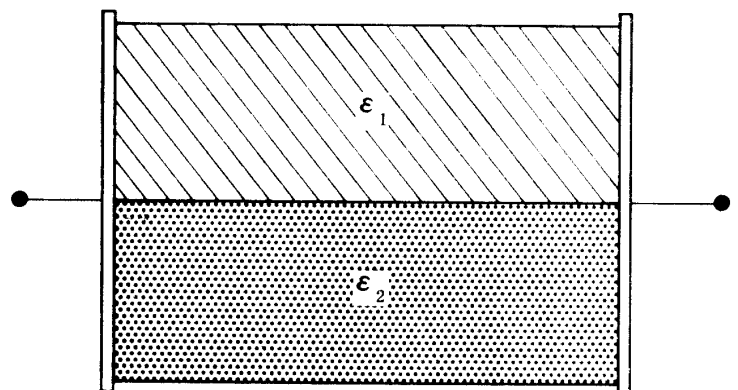


図 8 平行平板電極間へ並列に二層体を挿入した場合

$$W_1 : W_2 : W_3 = \varepsilon_1 A_1 \tan \delta_1 : \varepsilon_2 A_2 \tan \delta_2 : \varepsilon_3 A_3 \tan \delta_3 = 1/R_1 : 1/R_2 : 1/R_3 \quad (66)$$

と求められる。

このように同一複合層であっても、その電界の加え方によっては、発生熱量比に差異を生じてくる。例えば二層体および三層体の場合、直列に電界を印加すれば、比誘電率の2乗に逆比例するに對して、並列に電界を印加すれば、その等価抵抗のみに反比例する。換言すれば、複合層の場合、直列に電界を印加するときは、比誘電率の小さいものの方が発熱が大きくなり、並列に電界を印加すれば比誘電率とは無関係になって、等価抵抗の小さい誘電体の方が大きくなる。

以上述べた複合誘電体における発生熱量の問題はすべて各電気定数が周波数と無関係として扱ったものであるが、一般に $\varepsilon$ 、 $R$ などは、周波数の関数であるから、当然周波数の変化に伴って発生熱量比も変化するものである。

このように、電気定数の異なる誘電体が複合された場合については、*Maxwell-Wagner* が不均一論を提唱し、周波数 $f$ によって電氣的性質が変らない物質（すなわち非分散物質）の不均一、2成分系においては、それぞれのいずれの成分損失も周波数に関して飽和特性を示すだけで最大特性を示さないことを明らかにした。

また *Debye* は双極子論より双極子の回転に要する緩和時間のため、 $\varepsilon$ 、 $\tan \delta$  は周波数 $f$ によって、図に示したような特性

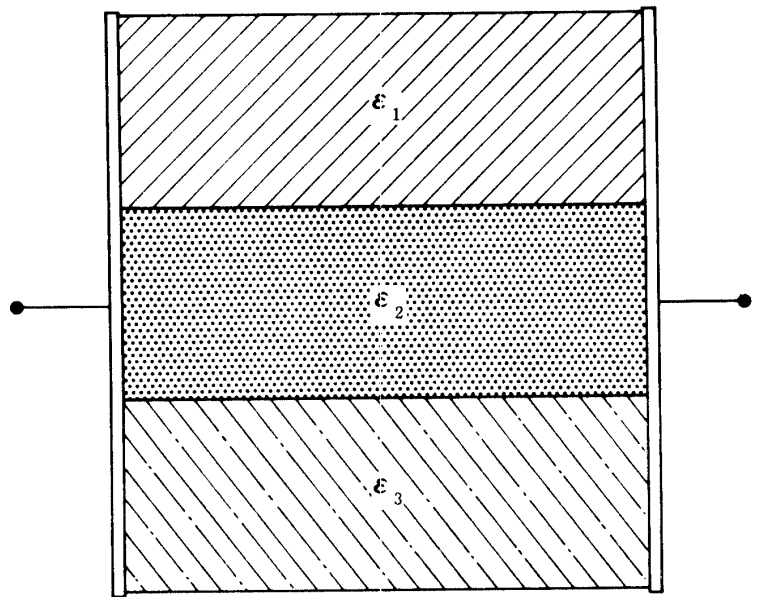


図9 平行平板電極間へ並列三層体を挿入した場合

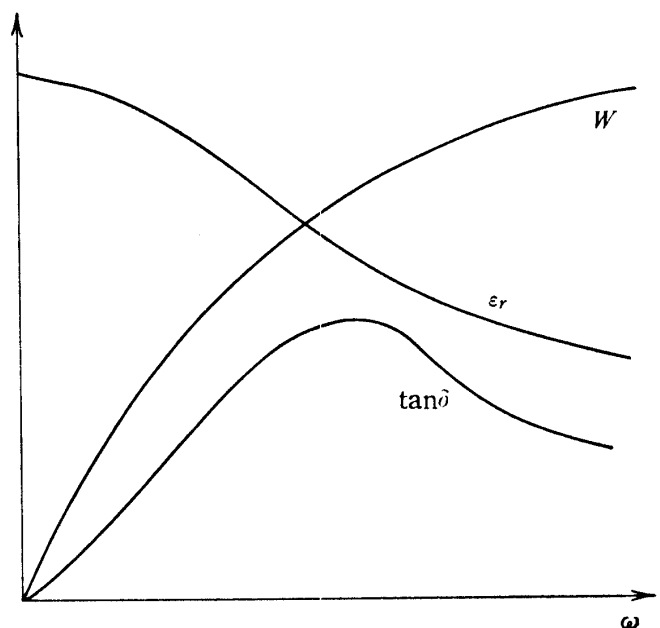


図10誘電体の  $W$ 、 $\varepsilon_r$ 、 $\tan \delta$  に対する周波数  $f$  特性

を示し、 $\tan\delta$  には  $f$  についての最大値があるが、吸収電力に比例する量、 $f \cdot \epsilon \cdot \tan\delta$  については最大値のないことを示した。ところが非分散性物質の三種類以上の不均一系、あるいは周波数とともに物質定数の変る異常分散性物質の二種類以上の不均一系では、条件によってその成分損失に  $f$  に対しての最大特性のあること、すなわち最大電力の吸収波長のあることが理論的、実験的に確かめられている。

ところで選択発熱作用の理論は超短波治療による深部発熱作用を説明するために最初に考えられた。すなわち波長が数 100m のデアサーミー (Diathermy) と波長が数 m のラジオサーミー (Radiothermy) とを比べてみると、前者の場合には人体の表皮部分が多く熱せられて、内部(内臓)は、ほとんど熱せられないが、後者の場合には発熱の分布は前者と逆になるから、超短波治療の特徴は深部発熱作用であることが言える。これらの現象について理論的に解釈したのが Pötzold である。次に Pötzold の理論について説明しよう。

#### 4.2 Pötzold の理論

Pötzold は、まず蓄電器電界の波長を 80m, 34m, 3.6m の三種類に選り溶液の導電率を広い範囲にわたって変化させ、体積電流、通電時間を一定にし、導電率  $\sigma$  と温度上昇との関係を調べ

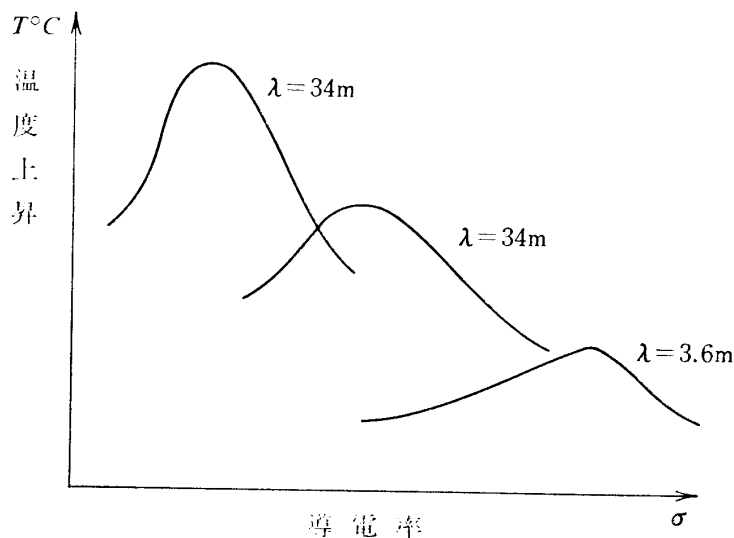


図11 溶液の導電率  $\sigma$  と温度上昇の関係

11の様な実験結果を得た。これにより、溶液の場合には次の様な事実が確かめられた。

- i) 各波長に対する最大発熱作用(最大温度上昇)を現わすものに適当な導電率が存在する。
- ii) 最大発熱作用を現わすべき導電率は波長が短いほど大きい。
- iii) 最大温度上昇の値は波長の長いほど大きい。

Pötzold は、このような実験結果を説明するために図12(A)に示すように、極板の面積が  $s$ 、間

隙が  $d$  の平行板蓄電器の間に導電率が  $\sigma$ 、誘電率  $\epsilon$ 、比誘電率  $\epsilon_r$  の物質が充されているものが直列に結ばれ、それらを通じて一定電流  $I$  が流れるものと仮定した。そしてこの直列接続について簡単な交流理論の関係を適用した。加熱理論のところすでに記述したように図12(A)に示した導電性蓄電器は(B)に示すように、静電容量  $C$  と抵抗  $R$  との並列接続と等価であって、電圧を  $V$  とすれば同図(C)に示すように、 $R$  の中には  $V$  と同じ位相の電流  $I_R$  が流れ、 $C$  には  $V$  より $90^\circ$ 進んだ位相の電流  $I_C$  が流れ、 $I_R$  と  $I_C$  との合成電流  $I$  が  $V$  より  $\phi$  だけ進んだ位相となる。

いま  $\omega = 2\pi f$  とすれば

$$I_R = \frac{V}{R}, \quad I_C = \omega CV \quad (67)$$

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = V \cdot \frac{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}}{R} \quad (68)$$

$$\therefore I_R = \frac{V}{R} = \frac{I}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} \quad (69)$$

になるから、導電性蓄電器の中に吸収される発熱電力  $P$  は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} P &= I_R^2 \cdot R = \left( \frac{I}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} \right)^2 \cdot R \\ &= \frac{R}{1 + \omega^2 C^2 R^2} I^2 \end{aligned} \quad (70)$$

式 (70) をみると、 $I$  が一定のとき  $R$  を変えると  $P$  の大きさは図13のように変化し、 $R$  が0のときと無限大のときは共に  $P=0$  となり  $R$  が

$$R_m = \frac{1}{\omega C} \quad (71)$$

すなわち  $I_R = I_C$   $\phi = 45^\circ$

のときに最大となる。

$$P_m = \frac{I^2}{2\omega C} = \frac{R_m}{2} I^2 \quad (72)$$

式 (72) をみると、導電性蓄電器を通る伝導電流  $I_R$  と変位電流  $I_C$  との大きさが等しいときに発熱電力が最大になることが結論づけられる。いま  $\omega CR = X$  とおくと

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{1}{\omega C} \text{ となるため} \\ X &= \frac{R}{R_m} \end{aligned} \quad (73)$$

式 (70) と式 (72) とから

$$\frac{P}{R_m} = \frac{2X}{1 + X^2} \quad (74)$$

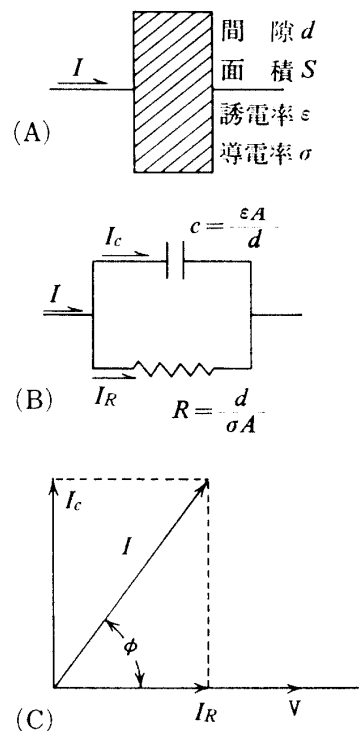


図12 Pötzold の平板電極間の誘電体の等価回路

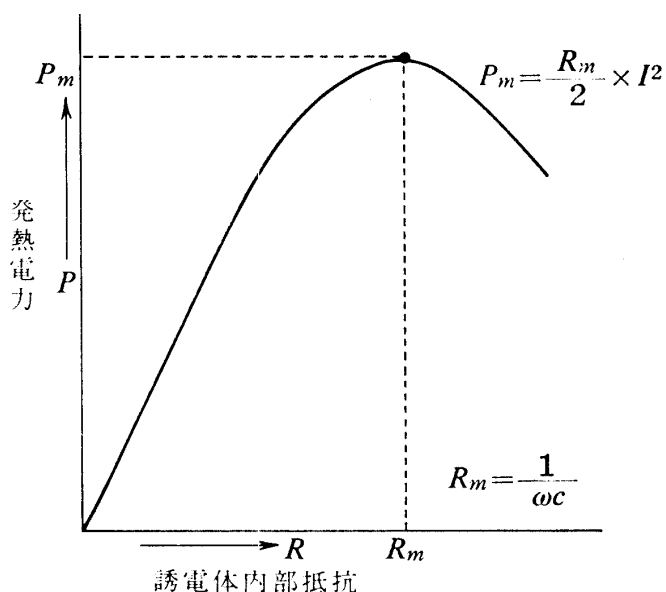


図13 誘電体内部抵抗  $R$  対発電力  $P$  特性

(74) 式を最大ならしめるためには  $X$  は  $X=1$  ( $\omega CR=1$ ) であればよい。

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f \\ &= 2\pi \frac{c^*}{\lambda}\end{aligned}\quad (75)$$

ただし  $c^*$ : 光の速度

$\lambda$ : 印加電界の波長

$$R_m = \frac{d}{\sigma_m A} \quad (76)$$

式 (76) を式 (71) に代入すると

$$R_m = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \frac{c^*}{\lambda} \cdot \frac{\varepsilon A}{d}} = \frac{d}{\sigma_m A} \quad (77)$$

$$\therefore \sigma_m = \frac{2\pi c^* \cdot \varepsilon}{\lambda} \quad (78)$$

$$= \frac{1}{\lambda} \cdot 2\pi \times 3 \times 10^8 \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \quad (79)$$

$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi} = 8.854 \times 10^{-12}$  であるから式 (79) に代入して

$$\sigma_m = \frac{\varepsilon_r}{60\lambda} \quad (80)$$

また, 式 (78) はさらに

$$\sigma_m = \frac{2\pi c^* \varepsilon}{\lambda} = 2\pi f \varepsilon \quad (81)$$

$$= 2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon_r = \frac{2 \times 10^{-9}}{36} f \varepsilon_r \quad (82)$$

$$= \frac{5}{9} \times 10^{-10} f \varepsilon_r \quad (83)$$

$$\sigma_m = \frac{\varepsilon_r}{60\lambda} = \frac{5}{9} \times 10^{-10} f \varepsilon_r$$

また, 式 (73) より

$$\begin{aligned}X &= \frac{R}{R_m} = \frac{\sigma_m}{\sigma} \\ &= \frac{2\pi f \varepsilon}{\sigma} = \frac{\varepsilon_r}{60\lambda\sigma}\end{aligned}\quad (84)$$

これを, 式 (74) に代入すると

$$\frac{P}{R_m} = \frac{2\sigma_m \sigma}{\sigma_m^2 + \sigma^2} \quad (85)$$

となる。



## 5. 超高周波電界発振装置

極超短波を発振する為にマグネトロン発振器があり、また、これよりやや低い超短波発振器としてクライストロン発振器がある。マグネトロン発振器は周波数を可変することは難しいが、クライストロン発振器の方は共振回路の  $L$ ,  $C$  を変えてやれば、容易に周波数を可変することができる。次に発振装置について記述しよう。

### 5.1 マグネトロン

普通の電子管において、周波数の高い領域で使用するといろいろと障害が発生してくる。その主なものは、電子が陰極から飛び出して陽極まで到達するまでの時間、これを我々は電子走行時間と呼んでいるが、この時間を出来るだけ短くするような構造、すなわち電極の型を極めて小さくすること、およびこれらの電流を低損失で外部回路と接続するために（電極までの導入線のインダクタンスを減らすために）1本の導体のかわりに円板状の導体を取り付けたりする。代表的なものとして、板極管がそれである。これは著者が取扱う電子管をそのまま、マイクロ波領域まで使用範囲を拡大したにすぎないが、普通の電子管と全く違った原理を利用して、さらにいくつかのマイクロ波用の電子管が製作されている。

普通の電子管と異なる点は普通の電子管において障害となっている電子走行時間の効果を積極的に利用していることである。そして電子流を制御するのに電界と磁界の作用を使用するものがマグネトロン（磁電管、とも呼ばれる）の特長である。図14のように同軸円筒をもつ二極管のカソードの間にマイナスおよびプラスの電圧を加えると、磁界がなければ、電子は同図（A）の様にカソードより、アノードにますぐに走るが円筒軸に平行の磁界があると電子は運動方向と磁界の方向に直角な力を受けるから（B）のように曲った軌道を描く。磁界がさらに強くなると、電子の軌道はさらに曲がり遂に（C）のように1度アノードの内面をかすめて、再びカソードに向うように成る。この時の磁束密度を磁界磁束密度または遮断磁束密度と呼んでいる。磁界がさらに強くなると電子の軌道は（D）のようにアノードまで届かずカソードの周りを回るようになる。

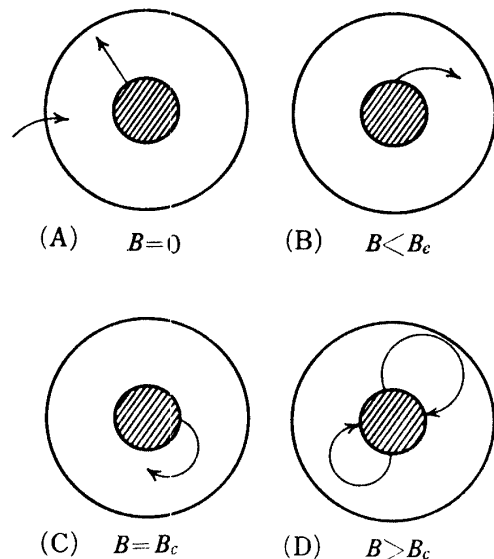


図14 同軸円筒二極中の電子の移動

次に臨界磁束密度以上の磁界において図15のようにマグネトロン陽極上に切線方向の高周波磁場が生じた場合を考えると、特に陽極構造を工夫して図のように交互の極片上に正負の高周波電圧

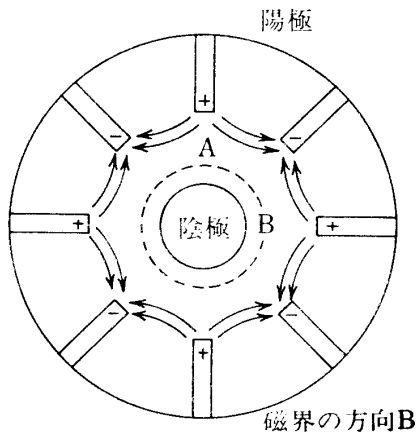


図15 高周波電場が加った場合の  
磁電管中の電子の運動

が交番して発生するようにすると( $\pi$  モード共振と呼ぶ) A 点を通過する電子は高周波電界の作用により切線方向の速度が加速される。電子がある間隙から次の間隙まで円周運動をして進む間に、高周波電界が半周進む間に高周波電界が半周期を経過するように、電子の切線方向の速度を定めると、電子がBの位置へ来た時にはちょうど、再び加速されるような電界がここに存在することになるので、おのこの位置にある電子で減速される者は常に減速され加速される者は常に加速されることになる。

このようにして遂には速い電子が遅い電子に追いついて、その結果集群作用により空間電荷の塊がいくつかで

き(電子極と呼ぶ)これが作用空間を回転するようになる。この場合、速度の増加した電子は磁界による力の方が大きくなるので、陰極の方へ近づく。したがって高周波電場と同位相を保ちつつ回転するにつれて、陽極の極片間に存在する高周波電場にエネルギーを与え、自らは減速して、遂には陽極電流となる。以上のようにマグネトロンより出た電子塊は陽極と陰極との間に挿入された物質にエネルギーを与え、物質は誘電体損失によって発熱する。

## 6. む す び

誘電体物質に高周波電界を加えると、発熱作用を生ずることが、デバイの分散式により理論的に解明され、さらに誘電体加熱理論により、誘電体物質に加えられた高周波電界の周波数に対する誘電体損失の大きさが理論的に算式され、誘電体損失は最終的に誘電体中で熱に変化するので、誘電体損失量を知ることは、発熱量の大きさを知ることになる。また複雑に構成されている誘電体の混合物に高周波電界を加えた場合には選択加熱理論によって特定周波数に対して、特定の誘電率をもったものが一番強く加熱されるということが解明され、またペーッオールドの理論によって混合物中の目的とする加熱物体を選択的にもっとも強く加熱するのに必要な周波数を算出することが可能になる。しかし生物体は血液やその他、順環する各種の要素があり、それらの要素によって冷却されたり、また誘電率や導電率の値に変化をもたらしたりするものと考えねばならない。したがって、超短波電界を用いた医学治療にはデバイやペーッオールドが述べる理論では不充分であり、著者は「生物体誘電加熱理論」が必要であり、この理論が確立されれば超短波による医学への応用分野も大きく開けるものとする。またこの理論の確立と共に、超短波電界の発振周波数を容易に可変できる装置の開発によって、さらに急速な発展も望めるようになると思う。

最後に本研究に際しご指導をいただいた岐阜大学工学部の藤本三治教授、ならびにご協力いただいた城東工業の西峯昭男氏、姫路工業の山口弘司氏に感謝する。

(著者 電気工学科 昭和46年1月11日受理)