

2 気筒機関におけるピストン・クランク機構の 慣性力と、そのモーメントについて

藤 井 博 知

Inertia Force and Moment Balancing of Piston—Crank Mechanism in Two Cylinder Engines.

Hirotoomo FUJII

This paper presents the maximum at each of the relative crank angles and the unbalanced inertia forces and the moments of the resultant forces of two cylinder engines are compared with respectively. And also those problems are discussed. Because the resultant inertia forces and the moments of the resultant forces at any point are changed by the each of the relative crank angles of the two cylinder engines.

1. 緒 論

本論文は 2 気筒機関のクランクの互いに挟む角により、平衡慣性力と合成慣性モーメントが異なるので、何れの場合、その値が最大か最小かを求め、機関の平衡状態に検討を加えた。

2. 理 論

Fig. - 1 の 2 気筒機関において、固定軸 O を起点として第 1 の気筒を垂直線上に配置した場合、ピストン 1、ピストン 2 に加わる不均衡慣性力 f_1 、 f_2 を求め全不均衡慣性力 $f = f_1 + f_2$ を

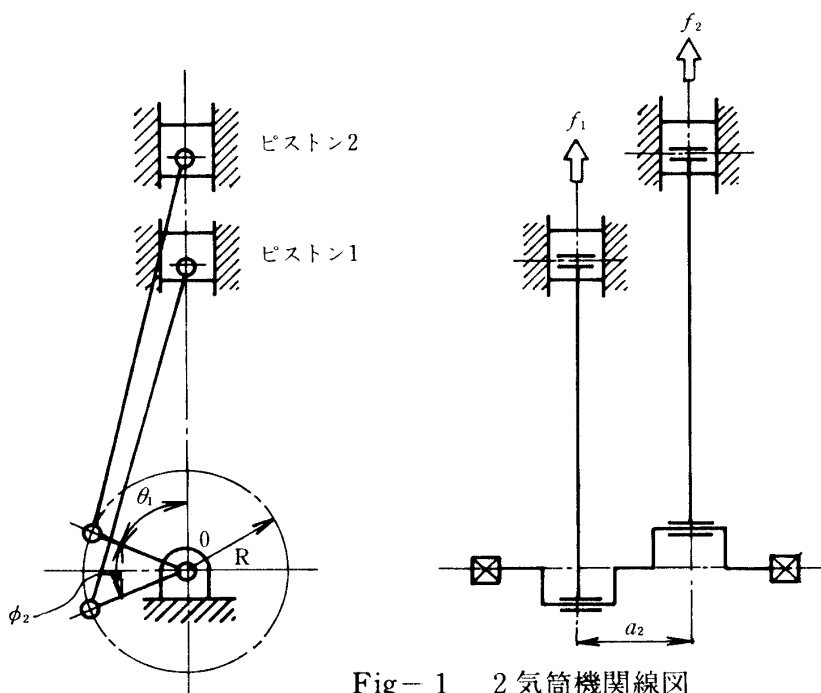


Fig- 1 2 気筒機関線図

求める。

W_p : ピストンの重量 [kg]

$W_{p'}$: 連接棒の重量をピストン・ピンに移した重量 [kg]

R : クランクの長さ [m]

θ_1 : 第1 クランクが垂直線となす角

ϕ_1 : 第1 クランクが自身とのなす角で $\phi_1 = 0^\circ$

ϕ_2 : 第1 クランクと第2 クランクとのなす角

とすると,

ピストン1, ピストン2に加わる各々の不均衡慣性力 f_1, f_2 は次式で表わされる。

$$f_1 = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left[\cos(\theta_1 + \phi_1) + \frac{R}{L} \cos 2(\theta_1 + \phi_1) \right] \quad [\text{kg}]$$

$$f_2 = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left[\cos(\theta_1 + \phi_2) + \frac{R}{L} \cos 2(\theta_1 + \phi_2) \right] \quad [\text{kg}]$$

f_1, f_2, \dots, f_n の惰力の合力は,

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left[\sum_{n=1}^{n=n} \cos(\theta_1 + \phi_n) + \frac{R}{L} \sum_{n=1}^{n=n} \cos 2(\theta_1 + \phi_n) \right] \quad [\text{kg}]$$

となる。

この式を展開して全不均衡慣性力を求めると次式のように表わされる。

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left[\cos \theta_1 \sum_{n=1}^n \cos \phi_n - \sin \theta_1 \sum_{n=1}^n \sin \phi_n + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \sum_{n=1}^n \cos 2\phi_n - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \sum_{n=1}^n \sin 2\phi_n \right] \quad [\text{kg}] \dots \dots \dots [1]$$

したがって, 不均衡慣性力の平衡条件は第1次力の平衡と第2次力の平衡が必要となる。

故に,

$$\sum_{n=1}^{n=n} \cos \phi_n = 0 \qquad \sum_{n=1}^{n=n} \sin \phi_n = 0$$

$$\sum_{n=1}^{n=n} \cos 2\phi_n = 0 \qquad \sum_{n=1}^{n=n} \sin 2\phi_n = 0$$

となる。

次に, 不平衡力の所在について考えると, クランク1の周りのモーメントは次式で表わされる。

$$\begin{aligned} M &= f_1 a_1 + f_2 a_2 + f_3 a_3 + \dots + f_n a_n \\ &= \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left[a_1 \left\{ \cos(\theta_1 + \phi_1) + \frac{R}{L} \cos 2(\theta_1 + \phi_1) \right\} \right. \\ &\quad + a_2 \left\{ \cos(\theta_1 + \phi_2) + \frac{R}{L} \cos 2(\theta_1 + \phi_2) \right\} + a_3 \left\{ \cos(\theta_1 + \phi_3) + \frac{R}{L} \cos 2(\theta_1 + \phi_3) \right\} + \dots \\ &\quad \left. + a_n \left\{ \cos(\theta_1 + \phi_n) + \frac{R}{L} \cos 2(\theta_1 + \phi_n) \right\} \right] \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \end{aligned}$$

(8)式はさらに次式で簡略化される。

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left[\cos \theta_1 \sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos \phi_n - \sin \theta_1 \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin \phi_n + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos 2\phi_n - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin 2\phi_n \right] \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \cdots \cdots [2]$$

平面1の周りのモーメントが零であるという条件は平面1の周りの第1次力のモーメントが零、および第2次力のモーメントが零であることを必要とする。

故に、

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos \phi_n &= 0, & \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin \phi_n &= 0 \\ \sum_{n=1}^{n=n} a_n \cos 2\phi_n &= 0, & \sum_{n=1}^{n=n} a_n \sin 2\phi_n &= 0 \end{aligned}$$

となる。

3. 2気筒機関について適用する。

表-1 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ$ の時

ϕ	$\cos \phi$	$\sin \phi$	2ϕ	$\cos 2\phi$	$\sin 2\phi$	a	$a \cos \phi$	$a \sin \phi$	$a \cos 2\phi$	$a \sin 2\phi$
$\phi_1 = 0^\circ$	1	0	0°	1	0	0	0	0	0	0
$\phi_2 = 45^\circ$	0.7071	0.7071	90°	0	1	a_2	$0.7071 a_2$	$0.7071 a_2$	0	a_2
合 計	1.7071	0.7071		1	1		$0.7071 a_2$	$0.7071 a_2$	0	a_2

表-1を方程式[1], [2]式に代入すると、

$$\begin{aligned} f &= \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left(\cos \theta_1 \cdot 0.7071 - \sin \theta_1 \cdot 0.7071 - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \right) \quad [\text{kg}] \\ M &= \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left(\cos \theta_1 \cdot 0.7071 a_2 - \sin \theta_1 \cdot 0.7071 a_2 - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot a_2 \right) \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \end{aligned}$$

合力の位置は $Z = \frac{M}{f}$ より決定される。

$$Z = \frac{0.7071 a_2 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot a_2}{\cos \theta_1 \cdot 0.7071 - \sin \theta_1 \cdot 0.7071 - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot a_2} \quad [\text{m}]$$

表-2 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$ の時

ϕ	$\cos \phi$	$\sin \phi$	2ϕ	$\cos 2\phi$	$\sin 2\phi$	a	$a \cos \phi$	$a \sin \phi$	$a \cos 2\phi$	$a \sin 2\phi$
$\phi_1 = 0^\circ$	1	0	0°	1	0	0	a	0	0	0
$\phi_2 = 60^\circ$	0.5000	0.8660	120°	0.5000	0.8660	a_2	$0.5000 a_2$	$0.8660 a_2$	$-0.5000 a_2$	$0.8660 a_2$
合 計	1.5000	0.8660		1.5000	0.8660		$1.5000 a_2$	$0.8660 a_2$	$-0.5000 a_2$	$0.8660 a_2$

表-2 を方程式[1], [2]式に代入すると,

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 (\cos \theta_1 \cdot 1.5000 - \sin \theta_1 \cdot 0.8660) \quad [\text{kg}]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot 1.5000(a_2) - \sin \theta_1 \cdot 0.8660(a_2) - \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot 1.500(a_2) - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot 0.8660(a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

合力の所在は,

$$Z = \frac{M}{f} = \frac{\cos \theta_1 \cdot 1.5000 a_2 - \sin \theta_1 \cdot 0.8660 a_2 - \frac{R}{L} \left\{ \cos 2\theta_1 \cdot 1.500(a_2) + \sin 2\theta_1 \cdot 0.8660(a_2) \right\}}{\cos \theta_1 \cdot 1.5000 - \sin \theta_1 \cdot 0.8660} \quad [\text{m}]$$

表-3 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$ の時

ϕ	$\cos \phi$	$\sin \phi$	2ϕ	$\cos 2\phi$	$\sin 2\phi$	a	$a \cos \phi$	$a \sin \phi$	$a \cos 2\phi$	$a \sin 2\phi$
$\phi_1 = 0^\circ$	1	0	0°	1	0	0	0	0	0	0
$\phi_2 = 90^\circ$	0	1	180°	-1	0	a_2	0	a_2	$-a_2$	0
合 計	1	1		0	0		0	a_2	$-a_2$	0

表-3により第1次力は不均衡, 第2次力は均衡, 第1次モーメント不均衡, 第2次モーメントは不均衡。

表-3を方程式[1], [2]式に代入すると,

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) \quad [\text{kg}]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ -\sin \theta_1(a_2) + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1(-a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

合力の位置は,

$$Z = \frac{M}{f} = \frac{\left\{ -\sin \theta_1(a_2) + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1(-a) \right\}}{\cos \theta_1 - \sin \theta_1} \quad [\text{m}]$$

表-4 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 120^\circ$ の時

ϕ	$\cos \phi$	$\sin \phi$	2ϕ	$\cos 2\phi$	$\sin 2\phi$	a	$a \cos \phi$	$a \sin \phi$	$a \cos 2\phi$	$a \sin 2\phi$
$\phi_1 = 0^\circ$	1	0	0°	1	0	0	0	0	0	0
$\phi_2 = 120^\circ$	-0.5000	0.8660	240°	-0.5000	-0.8660	a_2	$-0.5000 a_2$	$0.8660 a_2$	$-0.5000 a_2$	$-0.8660 a_2$
合 計	0.5000	0.8660		0.5000	-0.8660		$-0.5000 a_2$	$0.8660 a_2$	$-0.5000 a_2$	$-0.8660 a_2$

表-4を方程式[1], [2]式に代入すると,

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot 0.5000 - \sin \theta_1 \cdot 0.8660 + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot 0.5000 - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot (-0.8660) \right\} \quad [\text{kg}]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot (-0.5000 a_2) - \sin \theta_1 \cdot 0.8660 a_2 + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot (-0.5000 a_2) - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot (-0.8660 a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

合力の位置は,

$$Z = \frac{M}{f} = \frac{\left\{ -\cos \theta_1 \cdot 0.5000 a_2 - \sin \theta_1 \cdot 0.8660 a_2 - \frac{R}{L} (\cos 2\theta_1 \cdot 0.5000 a_2 - \sin 2\theta_1 \cdot 0.8660 a_2) \right\}}{\left\{ \cos \theta_1 \cdot 0.5000 - \sin \theta_1 \cdot 0.8660 + \frac{R}{L} (\cos 2\theta_1 \cdot 0.5000 + \sin 2\theta_1 \cdot 0.8660) \right\}} \quad [\text{m}]$$

表-5 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 150^\circ$ の時

ϕ	$\cos \phi$	$\sin \phi$	2ϕ	$\cos 2\phi$	$\sin 2\phi$	a	$a \cos \phi$	$a \sin \phi$	$a \cos 2\phi$	$a \sin 2\phi$
$\phi_1 = 0^\circ$	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
$\phi_2 = 150^\circ$	0.8660	0.5000	300°	0.5000	-0.8660	a_2	-0.8660 a_2	0.5000 a_2	0.5000 a_2	-0.8660 a_2
合 計	0.1340	0.5000		1.5000	-0.8660		-0.8660 a_2	0.5000 a_2	0.5000 a_2	-0.8660 a_2

表-5を方程式[1], [2]式に代入すると,

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot 0.1340 - \sin \theta_1 \cdot 0.5000 + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot 1.5000 - \sin 2\theta_1 \cdot (-0.8660) \right\} \quad [\text{kg}]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot (-0.8660 a_2) - \sin \theta_1 \cdot (0.5000 a_2) + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 (0.5000 a_2) - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot (-0.8660 a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

合力の位置は,

$$Z = \frac{M}{f} = \frac{\left\{ -\cos \theta_1 \cdot 0.8660 a_2 - \sin \theta_1 \cdot 0.5000 a_2 + \frac{R}{L} (\cos 2\theta_1 \cdot 0.5000 a_2 + \sin 2\theta_1 \cdot 0.8660 a_2) \right\}}{\left\{ \cos \theta_1 \cdot 0.1340 - \sin \theta_1 \cdot 0.5000 + \frac{R}{L} (\cos 2\theta_1 \cdot 1.5000 + \sin 2\theta_1 \cdot 0.8660) \right\}} \quad [\text{m}]$$

表-6 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$ の時

ϕ	$\cos \phi$	$\sin \phi$	2ϕ	$\cos 2\phi$	$\sin 2\phi$	a	$a \cos \phi$	$a \cos 2\phi$	$a \cos 2\phi$	$a \sin 2\phi$
$\phi_1 = 0^\circ$	1	0	0°	1	0	0	0	0	0	0
$\phi_2 = 180^\circ$	-1	0	360°	1	0	a_2	- a_2	0	a_2	0
合 計	0	0		2	0		- a_2	0	a_2	0

表-6により第1次力は均衡, 第2次力は不均衡, 第1次モーメント不均衡, 第2次モーメントは不均衡。

表-6により方程式[1], [2]を代入すると,

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \frac{2R}{L} \cos 2\theta_1 \right\} \quad [\text{kg}]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot (-a_2) + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot a_2 \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}]$$

合力の位置は,

$$Z = \frac{M}{f} = \frac{-a_2 \cos \theta_1 + \frac{a_2 R}{L} \cos 2\theta_1}{\frac{2R}{L} \cos 2\theta_1} \quad (\text{m})$$

4. 計算例

(1) $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ$ の時

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left(\cos \theta_1 \cdot 0.7071 - \sin \theta_1 \cdot 0.7071 - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \right) \quad [\text{kg}] \quad \dots\dots\dots[3]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot 0.7071(a_2) - \sin \theta_1 \cdot 0.7071 a_2 - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot (a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \dots\dots\dots[4]$$

(2) $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$ の時

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 (\cos \theta_1 \cdot 1.5000 - \sin \theta_1 \cdot 0.8660) \quad [\text{kg}] \dots\dots\dots[5]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot (1.5000 a_2) - \sin \theta_1 \cdot (0.8660 a_2) - \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot (1.5000 a_2) - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot (0.8660 a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \quad \dots\dots\dots[6]$$

(3) $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$ の時

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 (\cos \theta_1 - \sin \theta_1) \quad [\text{kg}] \quad \dots\dots\dots[7]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ -\sin \theta_1 \cdot (a_2) + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot (-a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \quad \dots\dots\dots[8]$$

(4) $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 120^\circ$ の時

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot 0.5000 - \sin \theta_1 \cdot 0.8660 + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot 0.5000 - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot (-0.8660) \right\} \quad [\text{kg}] \quad \dots\dots\dots[9]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot (-0.5000 a_2) - \sin \theta_1 \cdot 0.8660 a_2 + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot (-0.5000 a_2) - \frac{R}{L} \sin 2\theta_1 \cdot (-0.8660 a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \quad \dots\dots\dots[10]$$

(5) $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 150^\circ$ の時

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot 0.1340 - \sin \theta_1 \cdot 0.5000 + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot 0.5000 - \sin 2\theta_1 \cdot (-0.8660) \right\} \quad [\text{kg}] \quad \dots\dots\dots[11]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot (-0.8660 a_2) - \sin \theta_1 \cdot (0.5000 a_2) + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 \cdot (0.5000 a_2) - \frac{R}{L} \sin \theta_1 \cdot (0.8660 a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \quad \dots\dots\dots [12]$$

(6) $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$ の時

$$f = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left(\frac{2R}{L} \cos 2\theta_1 \right) \quad [\text{kg}] \quad \dots\dots\dots [13]$$

$$M = \frac{(W_p + W_{p'})}{g} R \omega^2 \left\{ \cos \theta_1 \cdot (-a_2) + \frac{R}{L} \cos 2\theta_1 (a_2) \right\} \quad [\text{kg} \cdot \text{m}] \quad \dots\dots\dots [14]$$

[3]～[14]の式を使って $f[\text{kg}]$ ・ $M[\text{kg} \cdot \text{m}]$ を求める。

ただし, $L = 0.16[\text{m}]$, $R = 0.04[\text{m}]$, $W_p = 2.2[\text{kg}]$, $W_{p'} = 1.8[\text{kg}]$, $\frac{R}{L} = \frac{1}{4}$, $a_2 = 2R = 0.08[\text{m}]$,

$W_p + W_{p'} = 4[\text{kg}]$, $g = 9.8[\text{m}/\text{sec}^2]$, 角速度 $\omega = \frac{2\pi \cdot 1200}{60} = 125.6 [\text{rad}/\text{sec}]$ とする。

また $\phi_2 = 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ について, θ_1 をそれぞれ 5° 間隔に変化させたときの $f[\text{kg}]$, $M[\text{kg} \cdot \text{m}]$ の値を計算すると Fig 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13が得られる。

5. 計算結果

(1) Fig-2, 3, 4, 5, 6, 7により全不均衡慣性力 $f[\text{kg}]$ の不分りあいとは2～4方向に分布し, それぞれの最小値, 最大値をとると次のようになる。

[Fig-2]

○ $\theta_1 = 65^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ$ のとき $f = 20.7794 [\text{kg}]$, $\theta_1 = 245^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ$ のとき $f = 20.7765 [\text{kg}]$ となり最小となる。

○ $\theta_1 = 155^\circ$, 160° , $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ$ のとき $f = 475.930 [\text{kg}]$, $\theta_1 = 335^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ$ のとき $f = 475.930 [\text{kg}]$ となり最大となる。

[Fig-3]

○ $\theta_1 = 60^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$ のとき $f = 0.479455 \times 10^{-2} [\text{kg}]$, $\theta_1 = 240^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$ のとき $f = 0.215140 \times 10^{-2} [\text{kg}]$ となり最小となる。

○ $\theta_1 = 150^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$ のとき $f = 446.51 [\text{kg}]$, $\theta_1 = 330^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$ のとき $f = 446.550 [\text{kg}]$ となり最大となる。

[Fig-4]

○ $\theta_1 = 45^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$ のとき $f = 0.614686 \times 10^{-3} [\text{kg}]$, $\theta_1 = 225^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$ のとき $f = 0.276609 \times 10^{-2} [\text{kg}]$ となり最小となる。

○ $\theta_1 = 135^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$ のとき $f = 364.610 [\text{kg}]$, $\theta_1 = 315^\circ$, $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$ のとき $f = 364.610 [\text{kg}]$ となり最大となる。

[Fig-5]

○ $\theta_1=30^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$ のとき $f=5.15926$ [kg], $\theta_1=210^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$ のとき $f=5.15497$ [kg] となり最小となる。

○ $\theta_1=120^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$ のとき $f=262.969$ [kg], $\theta_1=300^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$ のとき $f=252.656$ [kg] となり最大となる。

[Fig-6]

○ $\theta_1=20^\circ$, $\phi_1=0$, $\phi_2=150^\circ$ のとき $f=2.83014$ [kg], $\theta_1=190^\circ$, $\phi_1=0$, $\phi_2=150^\circ$ のとき $f=2.84165$ [kg] となり最小となる。

○ $\theta_1=105^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=150^\circ$ のとき $f=142.389$ [kg], $\theta_1=285^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=150^\circ$ のとき $f=124.527$ [kg] となり最大となる。

[Fig-7]

○ $\theta_1=45^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=180^\circ$ のとき $f=0.347597 \times 10^{-4}$ [kg],

$\theta_1=135^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=180^\circ$ のとき $f=0.100417 \times 10^{-3}$ [kg],

$\theta_1=225^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=180^\circ$ のとき $f=0.154487 \times 10^{-3}$ [kg],

$\theta_1=315^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=180^\circ$ のとき $f=0.231731 \times 10^{-3}$ [kg]

となり最小となる。

○ $\theta_1=90^\circ$, 180° , 270° , 360° のとき, 各々 $f=10.3127$ [kg] となり最大となる。

(2) Fig-8, 9, 10, 11, 12, 13により合成慣性モーメント M [kg·m] の分布は2方向に分かれ, それぞれの最小値, 最大値をとると次のようになる。

[Fig-8]

○ $\theta_1=240^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=45^\circ$ のとき $M=0.872640$ [kg·m], $\theta_1=30^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=45^\circ$ のとき $M=0.872864$ [kg·m] となり最小となる。

○ $\theta_1=135^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=45^\circ$ のとき $M=15.4689$ [kg·m], $\theta_1=315^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=45^\circ$ のとき $M=25.7816$ [kg·m] となり最大となる。

[Fig-9]

○ $\theta_1=225^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=60^\circ$ のとき $M=0.872640$ [kg·m], $\theta_1=15^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=60^\circ$ のとき $M=0.872864$ [kg·m] となり最小となる。

○ $\theta_1=120^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=60^\circ$ のとき $M=15.4689$ [kg·m], $\theta_1=300^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=60^\circ$ のとき $M=25.7816$ [kg·m] となり最大となる。

[Fig-10]

○ $\theta_1=195^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=90^\circ$ のとき $M=0.872640$ [kg·m], $\theta_1=345^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=90^\circ$ のとき $M=0.87864$ [kg·m] となり最小となる。

○ $\theta_1=90^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=90^\circ$ のとき $M=15.4689$ [kg·m], $\theta_1=270^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=90^\circ$ のとき $M=25.7816$ [kg·m] となり最大となる。

[Fig-11]

○ $\theta_1=165^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$ のとき $M=0.872640$ [kg·m], $\theta_1=315^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$ のとき

$M=0.872864$ [kg・m] となり最小となる。

- $\theta_1=60^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$ のとき $M=15.4689$ [kg・m], $\theta_1=240^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$ のとき $M=25.7816$ [kg・m] となり最大となる。

[Fig-12]

- $\theta_1=135^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=150^\circ$ のとき $M=0.872640$ [kg・m], $\theta_1=285^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=150^\circ$ のとき $M=0.872864$ [kg・m] となり最小となる。
- $\theta_1=30^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=150^\circ$ のとき $M=15.4689$ [kg・m], $\theta_1=210^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=150^\circ$ のとき $M=25.7816$ [kg・m] となり最大となる。

[Fig-13]

- $\theta_1=105^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=180^\circ$ のとき $M=0.872640$ [kg・m], $\theta_1=255^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=180^\circ$ のとき $M=0.872864$ [kg・m] となり最小となる。
- $\theta_1=360^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=180^\circ$ のとき $M=25.4689$ [kg・m], $\theta_1=0^\circ$, $\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=180^\circ$ のとき $M=15.7816$ [kg・m] となり最大となる。

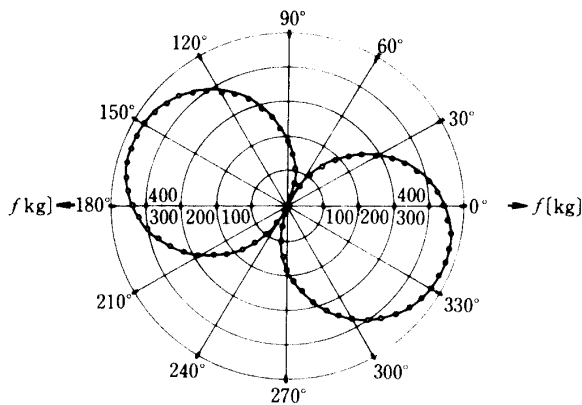


Fig. - 2 全不均衡慣性力曲線図
($\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=45^\circ$)

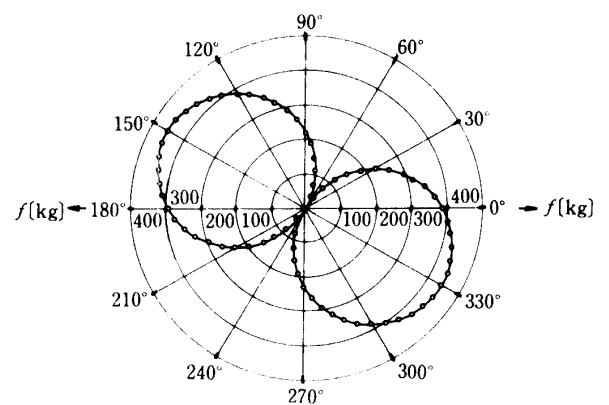


Fig. - 3 全不均衡慣性力曲線図
($\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=60^\circ$)

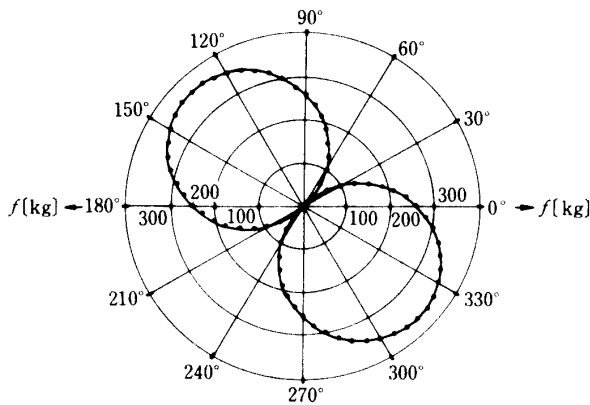


Fig. - 4 全不均衡慣性力曲線図
($\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=90^\circ$)

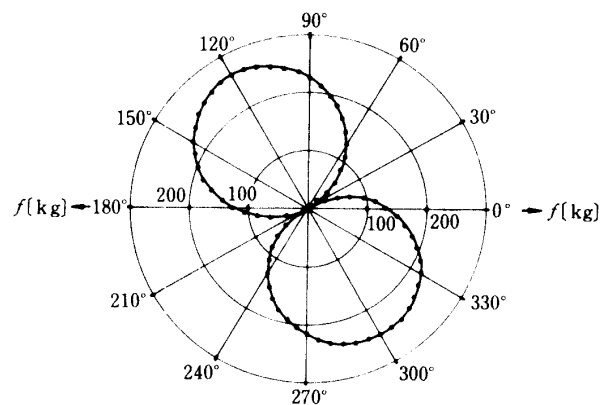


Fig. - 5 全不均衡慣性力曲線図
($\phi_1=0^\circ$, $\phi_2=120^\circ$)

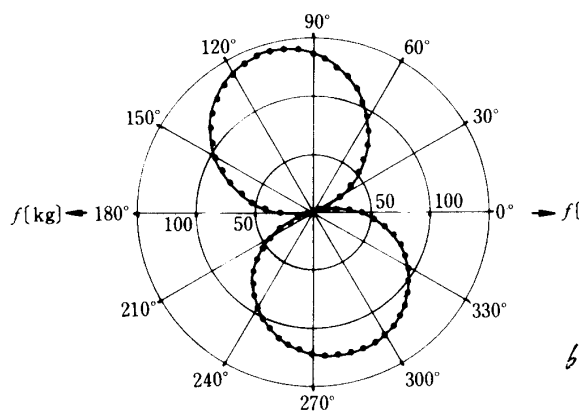


Fig. - 6 全不均衡慣性力曲線図
($\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 150^\circ$)

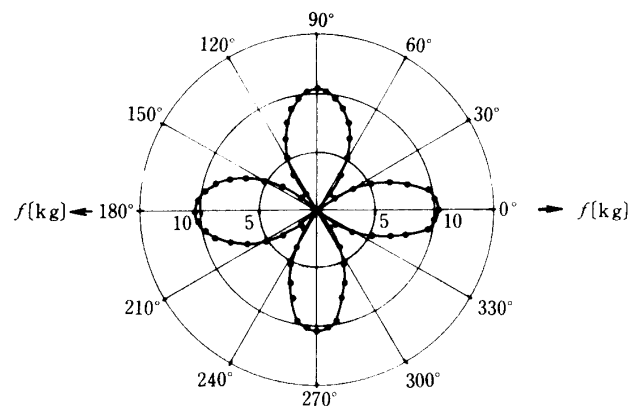


Fig. - 7 全不均衡慣性力曲線図
($\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$)

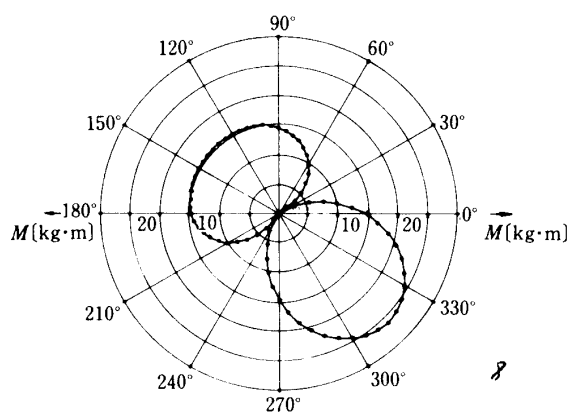


Fig. - 8 合性慣性モーメント曲線図
($\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ$)

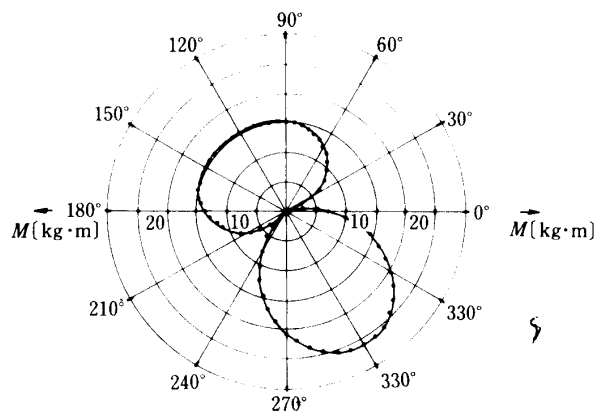


Fig. - 9 合性慣性モーメント曲線図
($\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$)

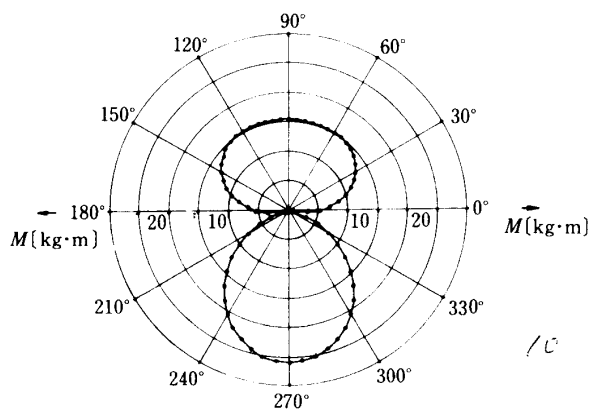


Fig. - 10 合成慣性モーメント曲線図
($\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$)

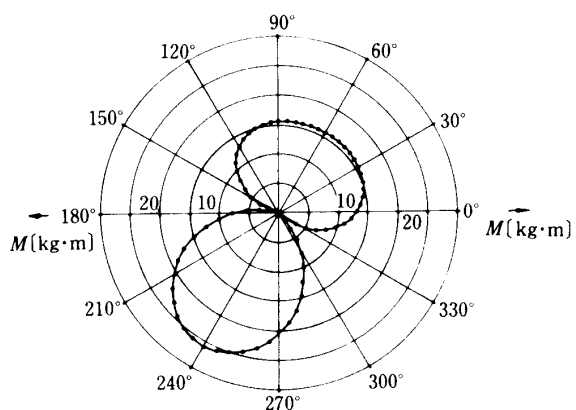


Fig. - 11 合成慣性モーメント曲線図
($\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 120^\circ$)

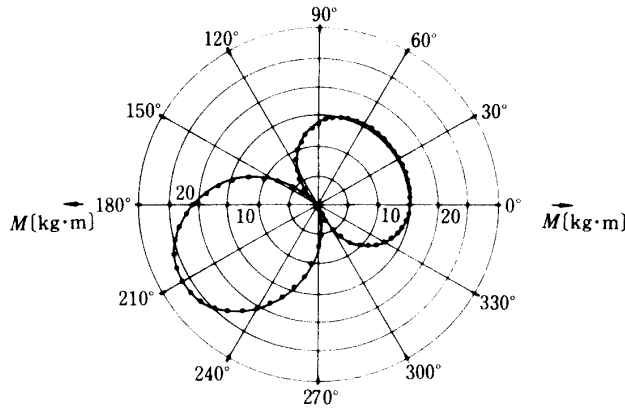


Fig. 12 合成慣性モーメント曲線図
($\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 150^\circ$)

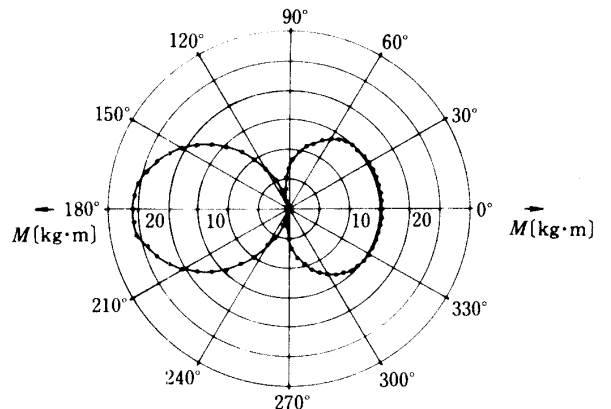


Fig. 13 合成慣性モーメント曲線図
($\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$)

6. 結 言

本論文において Fig-1 の 2 気筒機関について $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$ とき θ_1 を各々 5° 間隔に変化させた時の全不均衡慣性力 f [kg], 合成慣性モーメント M [kg·m] を求めると Fig-2 ~13 が得られる。

Fig-2 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 45^\circ$ における全不均衡慣性力 f [kg] の分布は $\theta_1 = 155^\circ, 335^\circ$ 付近で最大となり, $\theta_1 = 65^\circ, 245^\circ$ 付近で最小となる。また, そのときの合成慣性モーメント [kg·m] は Fig-8 より $\theta_1 = 135^\circ, 315^\circ$ 付近で最大となり, $\theta_1 = 240^\circ, 30^\circ$ 付近で最小となる。

Fig-3 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$ における全不均衡慣性力 f [kg] の分布は $\theta_1 = 60^\circ, 330^\circ$ 付近で最大となり $\theta_1 = 60^\circ, 240^\circ$ 付近で最小となる。また, その時の合成慣性モーメント [kg·m] は Fig-9 より $\theta_1 = 120^\circ, 300^\circ$ 付近で最大となり $\theta_1 = 225^\circ, 15^\circ$ 付近で最小となる。

Fig-4 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 90^\circ$ における全不均衡慣性力 f [kg] の分布は $\theta_1 = 135^\circ, 315^\circ$ 付近で最大となりまた $\theta_1 = 45^\circ, 225^\circ$ 付近で最小となる。また, その時の合成慣性モーメント [kg·m] は Fig-10 より $\theta_1 = 90^\circ, 270^\circ$ 付近で最大となり, $\theta_1 = 195^\circ, 345^\circ$ 付近で最小となる。

Fig-5 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 120^\circ$ における全不均衡慣性力 f [kg] の分布は $\theta_1 = 120^\circ, 330^\circ$ 付近で最大となり, $\theta_1 = 30^\circ, 210^\circ$ 付近で最小となる。また, その時の合成慣性モーメント [kg·m] は Fig-11 より $\theta_1 = 60^\circ, 240^\circ$ 付近で最大となり, $\theta_1 = 165^\circ, 315^\circ$ 付近で最小となる。

Fig-6 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 150^\circ$ における全不均衡慣性力 f [kg] の分布は $\theta_1 = 105^\circ, 285^\circ$ 付近で最大となり, $\theta_1 = 20^\circ, 190^\circ$ 付近で最小となる。また, その時の合成慣性モーメント [kg·m] は Fig-12 より $\theta_1 = 30^\circ, 210^\circ$ 付近で最大となり, $\theta_1 = 135^\circ, 285^\circ$ 付近で最小となる。

Fig-7 $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 180^\circ$ における全不均衡慣性力 f [kg] の分布は X・Y 軸方向, すなわち, $90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ 付近で最大となり, いずれも, $f = 10.3127$ [kg] となる。また, その時の合成慣性モーメント [kg·m] は Fig-13 より $\theta_1 = 0^\circ, 180^\circ$ 付近で最大となり, $\theta_1 = 105^\circ, 255^\circ$ 付近で最小

となる。

以上のことから合性慣性モーメント $M[\text{kg}\cdot\text{m}]$ は、Fig-8～13の合成慣性モーメント曲線図より右回りに一定に変化する。また、全不均衡慣性力 $[\text{kg}]$ は全不均衡慣性力曲線図(Fig-2～7)より、不つり合いの分布は右回りに変化し $\phi_1=0^\circ$ 、 $\phi_2=180^\circ$ の時、X、Y軸方向に全不均衡慣性力 $f[\text{kg}]$ が4方向に分布し、各々、 $f=10.3127[\text{kg}]$ となり2気筒機関において最もバランスが良いことを計算結果より知る。

最後に福井工業大学・機械工学科教授・奥田薫先生、電算機プログラムにおいて福井工業大学・電気工学科助教授・青木泰司先生に御指導をいただき深く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 田村章義：機械力学。森北出版
- 2) Willam Tyrrell Thomson 著：機械振動入門。小堀鐸二校閲，小堀与一訳，丸善株式会社
- 3) Dynamics of Machinery A.R Holowenko Professor of Mechanical Engineering Purdue University.
- 4) 大久保肇編：機械工学通論，朝倉書店
- 5) 斉藤秀雄著：機械力学，朝倉書店
- 6) 谷口修著：振動工学，コロナ社
- 7) 田島清瀬著：振動工学，産業図書
- 8) 加藤仁著：機械振動学，コロナ社
- 9) J.P. DEN. HARTOG 著：機械振動論。谷口修，藤井澄二芝訳，コロナ社
- 10) 栗野誠一著：改訂 内燃機関工学，山海堂