

## エリミネーターによる水滴の捕集(重力を考慮した場合)

松藤久良<sup>\*</sup>・長谷川寛<sup>\*\*</sup>・小関多賀美<sup>\*\*\*</sup>・植村聡<sup>\*\*\*</sup>

### Capture of a Droplet by the Eliminator ( Taking into account the gravity )

Hisayoshi Matsufuji, Satoru Hasegawa, Takami Koseki and Satoshi Uemura

The capture of a droplet by the eliminator is studied theoretically in the case that the gravity is taken into account. The eliminator is assumed to be a cylinder installed perpendicular to the uniform flow. A particle collision on the cylinder in the uniform flow is calculated numerically. And the critical collision curve is obtained.

Keywords: Two-phase flow, Particle collision, Critical condition of collision, Eliminator, Gravity

#### 1. はじめに

粒子と物体との衝突の問題は、様々な場所で応用されている。例えば、半導体や液晶パネル、電子部品、プリント基板などの製造工程を行われるクリーンルームである。とくに、半導体の製造工場においては、高度の塵埃除去が求められる。

塵埃を取り除くのにヘパ (High Efficiency Particulate Airfilter : HEPA) やウルパ (Ultra Low Penetrate Airfilter : ULPA) といわれる高性能フィルタが使われ、空気中の化学物質を除去するのにケミカルフィルタも併用している。ケミカルフィルタは、分子レベルの空気汚染に対する除去に使用されるフィルタである。また、除去対象になる分子状物質ごとにフィルタが必要になる。したがって、クリーンルーム内の環境を維持するための空調システムには、非常にコストがかかる。そこで、ケミカルフィルタの前段にエアワッシャを設置することによって、ケミカルフィルタの寿命を格段に向上させることができる。しかし、クリーンルームは温度管理や湿度管理も厳しく、一般に水を嫌うことが多い。また、ノズルから噴霧された超純水は、化学物質を溶解するため、速やかに集め、排水処理を行う必要がある。そのため、エアワッシャのノズルの下流側にエリミネーターを設置することで、水滴を捕集している。

エリミネーターは、いろいろな構造のものがあるが、水滴を確実に捕集できることはもちろんだが、圧力損失を大きくしないことも大切である。実機による研究開発や性能実験は行われているが、理論解析は少ない。そこで、エリミネーターの基礎的な理論解析を行うことにする。

実際のエリミネーターは、金網状のものを重ねたものや、迷路を利用したものなど構造的に複雑である。理論解析を行うためのモデル化として、流れに垂直に丸棒が1本置かれているものとし、この丸棒に上流から飛んできた水滴が衝突する問題を考える。丸棒は円柱であるので、円柱周りの流れを考え、円柱の上流から流れに乗って運動してきた水滴が、円柱にどのような条件で衝突するか調べる。前回は重力を無視したので、今回は重力の影響を考慮する。

---

\* 機械工学科

\*\* 機械工学専攻大学院生

\*\*\* 三機工業株式会社

## 2. 方程式系

### 2.1 仮定

解析を行うに際し、以下のように仮定を設ける。

- (1) 粒子と物体との衝突を扱うため、物体周りの薄い境界層は無視して、流体は非圧縮の完全流体<sup>(1)</sup>とする。
- (2) 粒子は球形で小さく、流体からストークスの抵抗法則<sup>(2)</sup>を受けるものとする。
- (3) 粒子は水滴であるが、一定半径の球形であり、運動中に変形したり、半径が変わったりしないとする。
- (4) 粒子の混入数は少なく、流体運動は粒子の混入に影響されないものとする。
- (5) 粒子の混入数が少なく、粒子間の相互作用は無視する。
- (6) 重力を考慮する。

### 2.2 解析モデル

図1に座標系を示す。無限遠で速度  $U$  の一様流中に半径  $a$  の円柱がある場合を考える。円柱の中心に原点  $O$  をとり、一様流の方向に  $x$  軸をとり、 $x$  軸に垂直に  $y$  軸をとる。粒子の位置座標を  $(r, \theta)$  とし、粒子の初期座標を  $(x_0, y_0)$  として、その位置の流速と等しい速度で出発するものとし、 $y$  軸に平行に重力加速度  $g$  が掛かっているものとする。

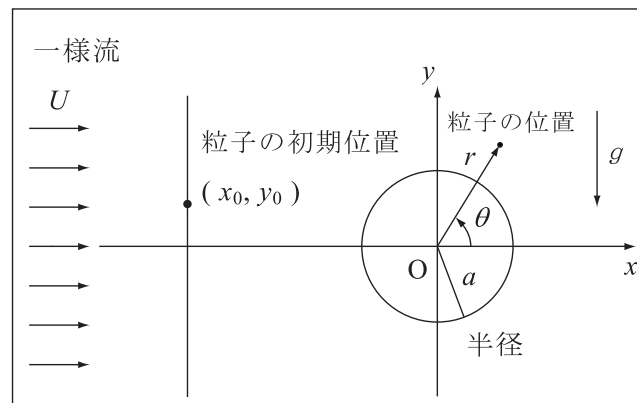


図1 座標系

### 2.3 支配する方程式

完全流体の二次元流れにおいて、静止円柱を過ぎる一様な流れは、流れの関数を  $\psi$  とすると、

$$\psi = U \left( r - \frac{a^2}{r} \right) \sin \theta \quad (1)$$

で与えられる<sup>(1)</sup>。

式(1)より、流速  $(u_f, v_f)$  は、

$$u_f = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (2)$$

$$v_f = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (3)$$

となる<sup>(1)</sup>。

粒子の速度を $(u, v)$ とすると、 $(u, v)$ は、

$$u = \frac{dr}{dt} \quad (4)$$

$$v = r \frac{d\theta}{dt} \quad (5)$$

で与えられる。

いま、流体と粒子の相対速度は、

$$u_f - \frac{dr}{dt}$$

$$v_f - r \frac{d\theta}{dt}$$

で与えられる。

したがって、粘度 $\mu$ の流体中の、半径 $R$ 、密度 $\rho_p$ の粒子の運動は、ストークス抵抗を受けるので、 $r$ 方向および $\theta$ 方向それぞれ、

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p \left\{ \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left( \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \right\} = 6 \pi \mu R \left( u_f - \frac{dr}{dt} \right) - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p g \sin \theta \quad (6)$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p \left\{ r \frac{d^2 \theta}{dt^2} + 2 \frac{dr}{dt} \frac{d\theta}{dt} \right\} = 6 \pi \mu R \left( v_f - r \frac{d\theta}{dt} \right) - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p g \cos \theta \quad (7)$$

となる。

粒子の軌跡を求める方程式は、

$$\frac{dr}{dt} = u \quad (8)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \phi \quad (9)$$

となる。ここで $\phi$ は、粒子の角速度である。

初期条件は、

$$t=0 : r=r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \quad (10)$$

$$\theta = \theta_0 = \arctan \left( \frac{y_0}{x_0} \right) \quad (11)$$

$$u = u_0 = U \left( 1 - \frac{a^2}{r_0^2} \right) \cos \theta_0 \quad (12)$$

$$\phi = \phi_0 = -\frac{U}{r_0} \left( 1 + \frac{a^2}{r_0^2} \right) \sin \theta_0 \quad (13)$$

とする。

解析方法は、方程式 (6) ～ (9) を、初期条件 (10) ～ (13) のもとに、コンピュータを用い、ルンゲクッタ法で数値解を求めた。

### 3. 結果および考察

以下の計算結果では、円柱の半径を  $a = 0.01 \text{ m}$ 、流体の粘性係数  $\mu = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg / (m} \cdot \text{s)}$ 、一様流の速度  $U = 1.0 \text{ m / s}$ 、粒子の密度  $\rho_p = 1.0 \times 10^3 \text{ kg / m}^3$ 、粒子の初期位置の  $x$  座標として、 $x_0 = -0.03 \text{ m}$ 、重力加速度  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  とした。

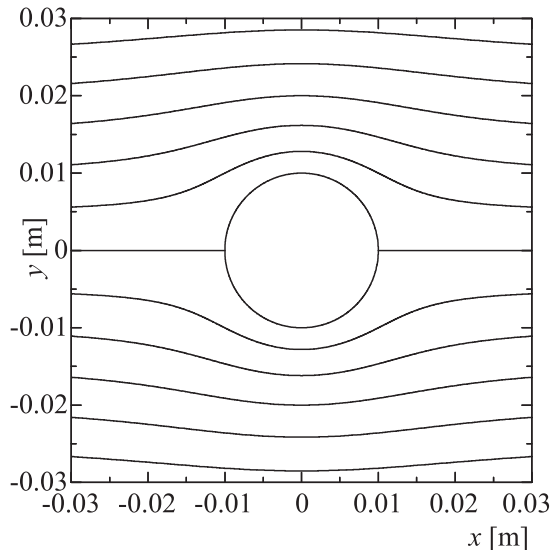


図2 円柱周りの流線

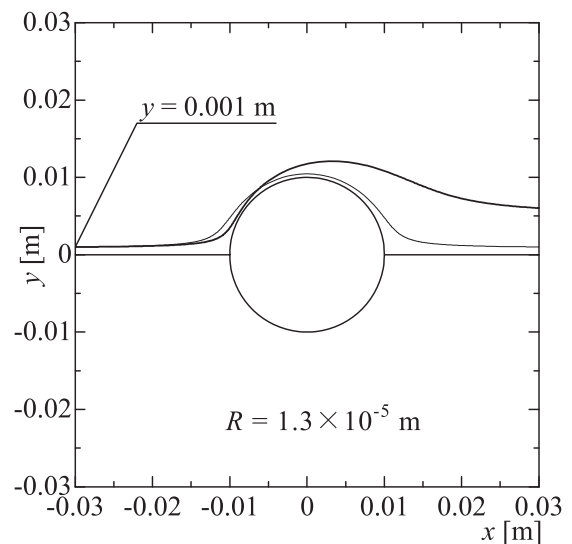


図3 粒子の代表的な軌跡

図2に、円柱周りの流線を示した。図のように、 $x$  軸上のよどみ線をのぞき、円柱に衝突することなく、左右対称かつ上下対称の流れとなって、円柱の周りを流れる。

図3に、粒子の代表的な軌跡を示した。粒子の半径  $R = 1.3 \times 10^{-5} \text{ m}$ 、粒子の初期位置の  $y$  座標として  $y_0 = 0.001 \text{ m}$  を選んだ。実線で粒子の軌跡を示し、参考のため、細線で同じ初期位置を通る流線を示した。流線は円柱に対して、上流側と下流側が対称な曲線であるが、粒子の軌跡は、円柱の上流側では流線よりも円柱により近づくが、円柱を迂回するにつれ、円柱から離れていき、円柱の下流側では流線と大きくずれる。粒子は慣性力があるため、円柱の上流側で左カーブを描くとき、流線よりも外側にずれ、円柱に近づくが、右カーブになると、流線の右カーブよりも外側に大きくずれるため、円柱から遠ざかる軌跡となるからである。

図4に、円柱に粒子が衝突しない場合の軌跡を示した。粒子の半径  $R = 8.0 \times 10^{-6} \text{ m}$  とした。

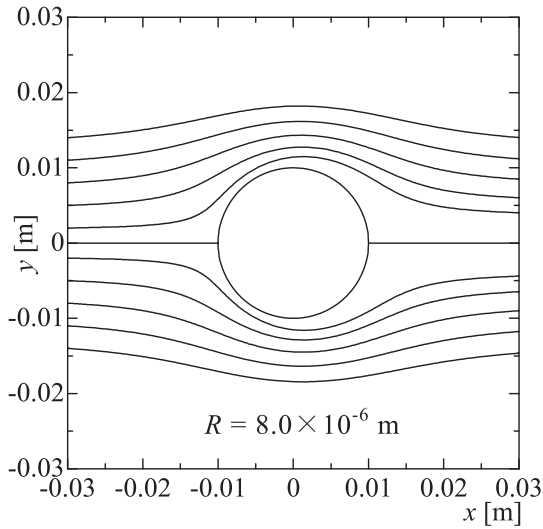


図 4 衝突しない場合の代表的な粒子の軌跡

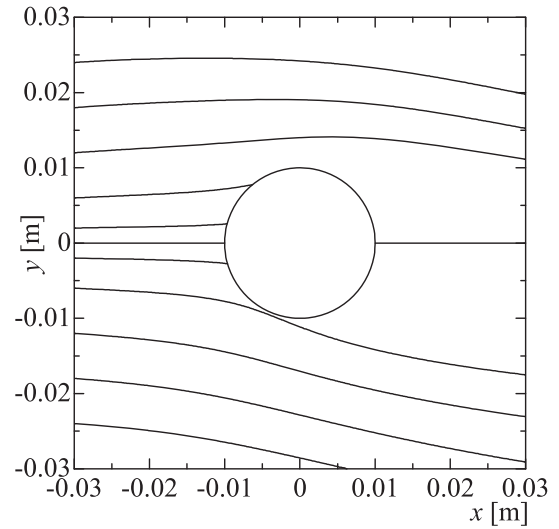


図 5 衝突する場合の代表的な粒子の軌跡  
( $R = 5.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ )

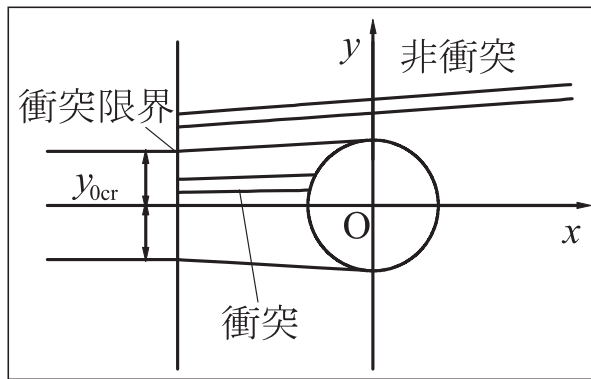


図 6 衝突範囲の定義

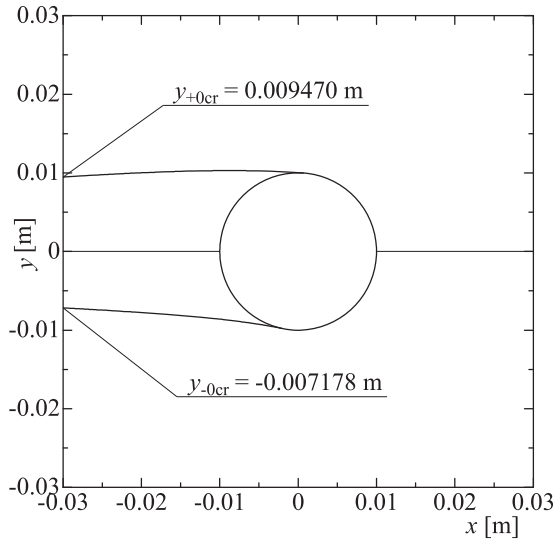
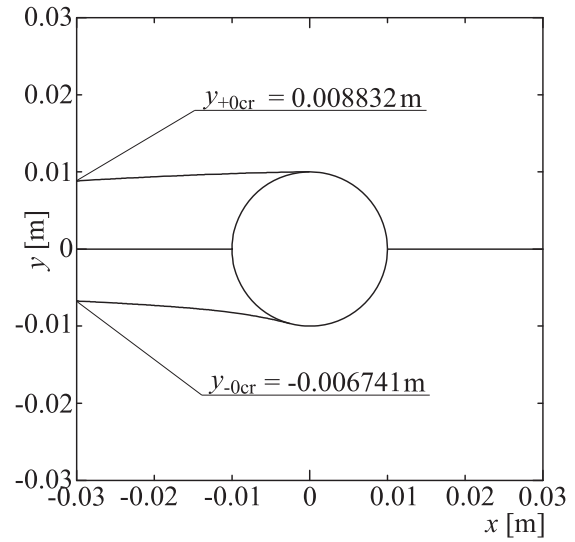
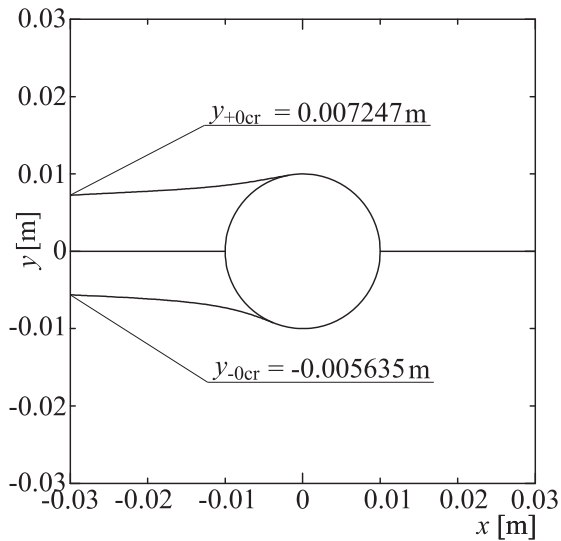
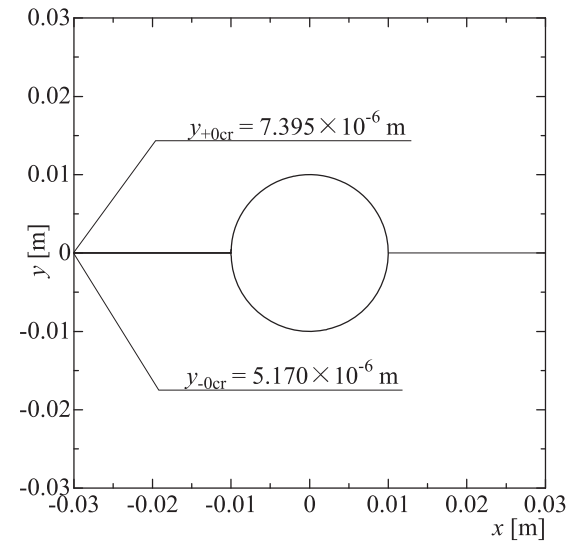
この場合、粒子の初期位置の  $y$  座標  $y_0$  に関わらず、粒子は円柱に衝突しない。このことから、粒子の半径によっては円柱に衝突しない場合があることが分かる。

図 5 に、円柱に粒子が衝突する場合の軌跡を示した。粒子の半径  $R = 5.0 \times 10^{-5} \text{ m}$  とした。図より、粒子の初期位置の  $y$  座標  $y_0$  が小さいとき、円柱の表面でいくつかの軌跡が終わっている。これは、それぞれの位置で粒子が円柱に衝突したことを示している。また、初期位置によって、衝突する場合と衝突しない場合があることが分かる。

図 6 に、衝突範囲の定義を示した。図 5 から分かったように、ある半径の粒子  $R$  に対して  $y_0$  が小さいときは円柱に衝突し、 $y_0$  が大きいときは円柱に衝突しないことから、衝突するか否かの境があるはずである。図 6 に示すように、与えられた粒子の半径  $R$  に対して、衝突する限界の初期位置が存在し、その初期位置より小さい初期位置から出発した粒子は衝突し、その初期位置より大きい初期位置から出発した粒子は衝突しないことになる。この衝突する限界の初期位置を、衝突限界初期位置とし、 $y_{0cr}$  と定義する。

以下では、粒子の半径  $R$  に対する衝突限界初期位置  $y_{0cr}$  を求める。

図 7 から図 10 に、衝突限界初期位置を示した。図 7 では、 $R = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$  の半径の粒子のとき、衝突限界初期位置  $y_{+0cr} = 0.009470 \text{ m}$  と  $y_{-0cr} = -0.007178 \text{ m}$  となった。この場合では、 $-0.007178 \text{ m}$


 図 7 衝突限界初期位置 ( $R = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ )

 図 8 衝突限界初期位置 ( $R = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}$ )

 図 9 衝突限界初期位置 ( $R = 5.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ )

 図 10 衝突限界初期位置 ( $R = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}$ )

$y_0 \leq 0.009470 \text{ m}$  の範囲の初期位置から出発した粒子は円柱に衝突するが、 $y_0 < -0.007178 \text{ m}$  あるいは  $0.009470 \text{ m} < y_0$  の範囲の初期位置から粒子が出発すると、円柱に衝突しないことを示している。図 8 では、 $R = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}$  の半径の粒子のとき、衝突限界初期位置  $y_{+0cr} = 0.008832 \text{ m}$  と  $y_{-0cr} = -0.006741 \text{ m}$  となった。図 7、図 8 より、粒子の半径  $R$  が小さくなると、衝突限界初期位置  $y_{0cr}$  は小さくなった。このことから、大きい粒子に比べると小さい粒子の方が円柱に衝突しにくいことを示している。図 9 では、さらに粒子の半径を小さくし、 $R = 5.0 \times 10^{-5} \text{ m}$  のとき、衝突限界初期位置  $y_{+0cr} = 0.007247 \text{ m}$  と  $y_{-0cr} = -0.005635 \text{ m}$  となった。図 10 では、 $R = 1.0 \times 10^{-5} \text{ m}$  の半径の粒子のとき、衝突限界初期位置  $y_{+0cr} = 7.395 \times 10^{-6} \text{ m}$  と  $y_{-0cr} = 5.170 \times 10^{-6} \text{ m}$  となった。図 9、図 10 より、さらに衝突限界初期位置  $y_{0cr}$  が小さくなり、衝突可能な範囲が小さくなった。

以下では、図 10 より粒子の半径  $R$  が小さいときの粒子に対して、初期位置の  $y$  座標  $y_0$  によらず円柱に衝突しない場合を示す。

図 11 から図 14 に、非衝突の粒子の軌跡を示した。図 11 では、粒子の半径  $R = 8.0 \times 10^{-6} \text{ m}$  と

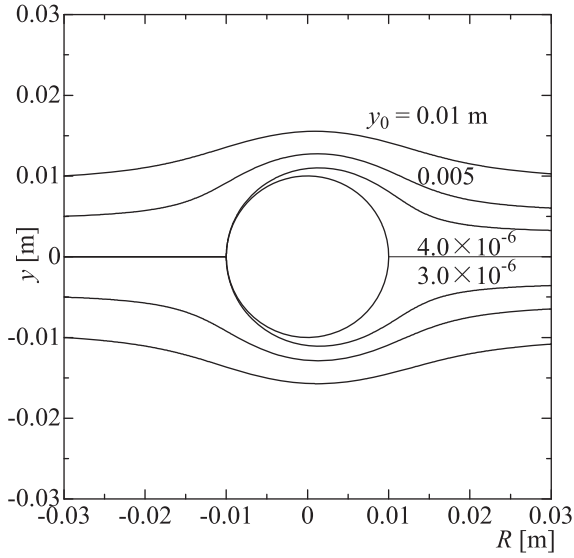


図 11 非衝突の粒子の軌跡 ( $R = 8.0 \times 10^{-6} \text{ m}$ )

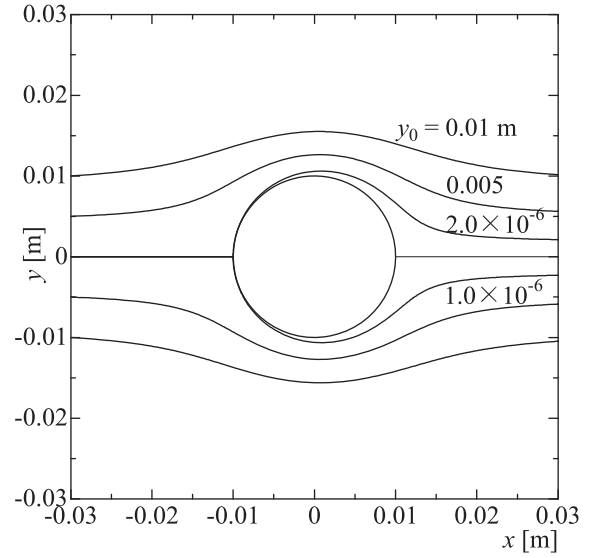


図 12 非衝突の粒子の軌跡 ( $R = 6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$ )

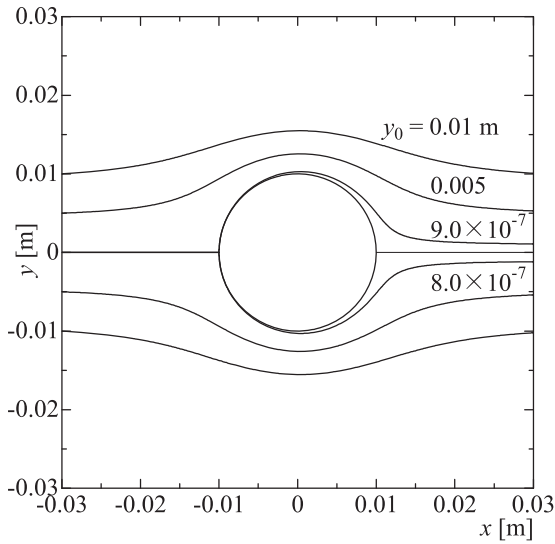


図 13 非衝突の粒子の軌跡 ( $R = 4.0 \times 10^{-6} \text{ m}$ )

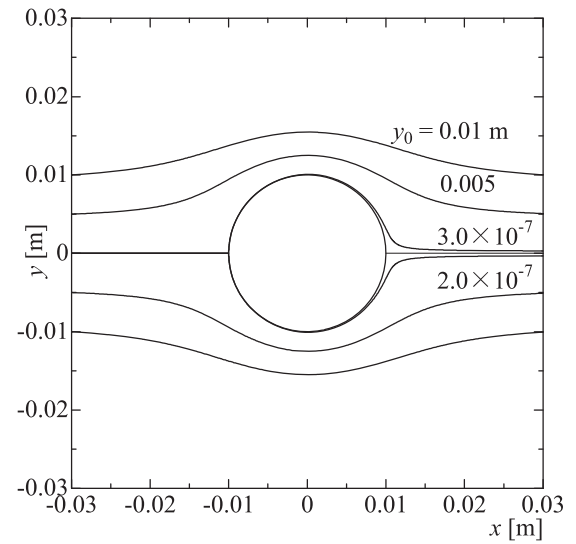


図 14 非衝突の粒子の軌跡 ( $R = 2.0 \times 10^{-6} \text{ m}$ )

し、図 12 では、粒子の半径  $R = 6.0 \times 10^{-6} \text{ m}$  とし、図 13 では、粒子の半径  $R = 4.0 \times 10^{-6} \text{ m}$  とし、図 14 では、粒子の半径  $R = 2.0 \times 10^{-6} \text{ m}$  とした。図 11 から図 14 より、どの半径のときでも、初期位置によらず、粒子が円柱に衝突しないことが分かった。

図 15 に、衝突限界曲線を示した。縦軸に初期位置  $y_0 [\text{m}]$ 、横軸に粒子の半径  $R [\text{m}]$  をとった。粒子の半径  $R$  に対しての衝突限界初期位置  $y_{0\text{cr}}$  を求め、プロットして曲線を示した。図より、2本の曲線の内側が衝突領域であり、外側が非衝突領域である。衝突領域のある点に対応する粒子の半径  $R$  と初期位置  $y_0$  のとき、粒子は円柱に衝突する。また、同様に、非衝突領域のある点に対応する粒子の半径  $R$  と初期位置  $y_0$  のとき、粒子は円柱に衝突しない。

図 16 に、図 15 に重力を考慮しない場合の衝突限界曲線を重ねたものを示した。重力を考慮した場合の衝突限界曲線は実線で、重力を考慮しない場合の衝突限界曲線を破線で示した。図より、

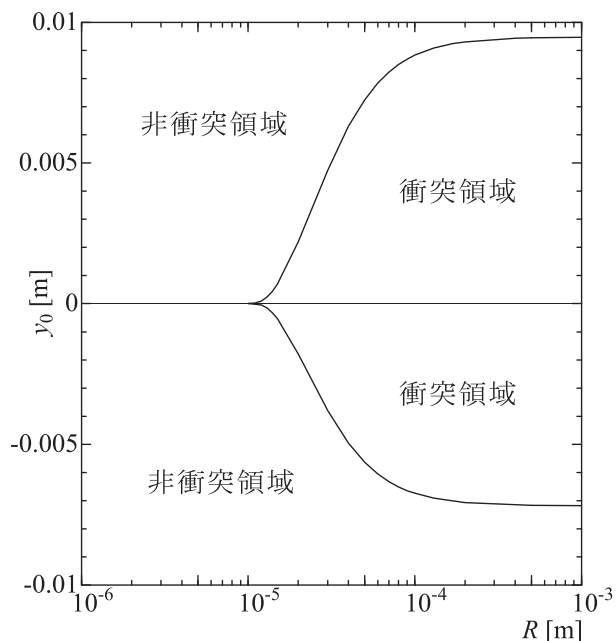


図 15 衝突限界曲線

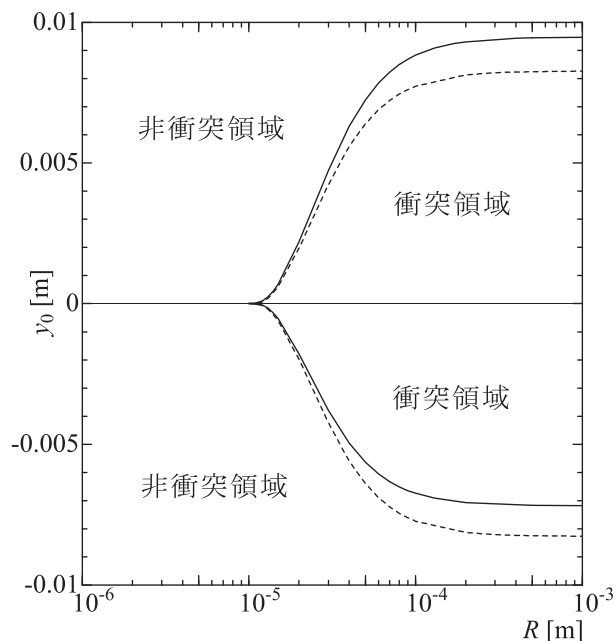


図 16 衝突限界曲線（重力の有無）

粒子の半径  $R$  [m] が小さいうちは重力の影響が小さいので、実線と破線はほとんど重なっていることが分かる。しかし、粒子の半径  $R$  [m] が大きくなるにつれ重力の影響が大きくなり、実線は破線よりもプラス側にずれていることが分かる。

#### 4. おわりに

重力を考慮した場合のエリミネーターによる水滴の捕集の基礎的な問題の理論解析を行った。一様流中に、一様流に対して垂直に置かれた円柱に、上流から流れとともに運動してきた粒子が円柱に衝突するかしないかを調べ、以下のことが分かった。

- (1) 粒子が円柱に衝突するか否かの衝突限界曲線を求め、衝突条件を明らかにした。
- (2) 粒子の半径  $R = 1.0 \times 10^{-5}$  m 付近では重力の影響がほとんどないが、半径が大きくなるにつれ徐々に重力の影響が出てくる。
- (3) 重力による粒子の沈降の影響によって衝突領域は、 $y$  座標のプラス側で大きく、 $y$  座標のマイナス側で小さくなる。

#### 参考文献

- (1) 今井 功, 「流体力学（前編）」, 裳華房, (1979), p.86,120.
- (2) Saffman, P.G., *J. Fluid Mechanics*, 13-1 (1962-5), p.121.

(平成 24 年 3 月 31 日受理)