

周波数領域における Hammerstein モデルの同定

金江 春植[†] 李 振強[‡] 豊岡 弘晃* 中道 正紀*

Identification of Hammerstein Model in Frequency Domain

Shunshoku Kanae, Zhenqiang Li, Hiroaki Toyooka, Masanori Nakamichi

This paper addresses an identification method of Hammerstein systems using the sampled input-output data in frequency domain. When the static memoryless nonlinear part of Hammerstein model can be considered as a polynomial with a known order, the following linear part can be estimated as a multi-input single-output (MISO) systems with the numerical algorithm for subspace state space system identification method. Simulation results illustrate that this approach is effective.

Keywords: Hammerstein model, Subspace identification method, Singular value decomposition.

1 はじめに

Hammerstein モデルは、静的非線形ブロックと動的線形ブロックを直列に結合させた一クラスの非線形モデルであり、多くの非線形ダイナミクスをカバーしている。Hammerstein モデルの同定には、大まかにパラメトリックとノンパラメトリックの二通りのアプローチがある。ノンパラメトリックのアプローチでは線形ブロックを FIR (Finite Impulse Response: 有限インパルス応答) あるいは IIR (Infinite Impulse Response: 無限インパルス応答) モデルで表し、全体の系を一つの非線形 ARX (Auto-Regressive with eXogenous input) モデルとして扱うのが一般的である。パラメトリックなアプローチには、繰り返しの方法 [1], オーバーパラメトライゼーションの方法 [2], ブラインドの方法 [3], 周波数領域法 [4] などの多くの方法が提案されている。その中で、周波数領域法ではフーリエ変換を用いることにより非線形部分をフーリエ級数に展開し、線形部分の入力と出力のデータを得ることができ、線形部分の伝達関数を推定した後に、また非線形部分を推定するという段取りを取る。この方法は、フーリエ展開の収束性などに問題点はあるが、比較的汎用的な手法である。

本論文では、周波数領域の入出力データを用いて Hammerstein モデルを同定する部分空間同定法について議論する [5]。部分空間同定法は線形時不変システムを推定する一般的な同定方法として知られているが、Hammerstein モデルの非線形部分が次数既知の多項式で表せれば、線形部分は多入力-出力系 (Multi-Input Single-Output System: MISO システム) に変換し、部分空間同定法を適用して推定することが可能である。

本論文は次のように構成されている。次節で本研究で扱う Hammerstein モデルの同定問題を提起し、第 3 節で周波数領域における Hammerstein モデルの部分空間同定法を導出する。第 4 節で数値シミュレーションによる検証結果を与え、最後の第 5 節で結論をまとめる。

2 問題の提起

図 1 のような Hammerstein モデルを考える。システムの非線形部分は次のような次数既知の入力信号の多項式

$$g(t) = p_1 u(t) + p_2 u^2(t) + \cdots + p_m u^m(t) \quad (1)$$

[†] 電気電子情報工学科 [‡] 九州大学大学院システム情報科学府 * 電気工学専攻大学院生

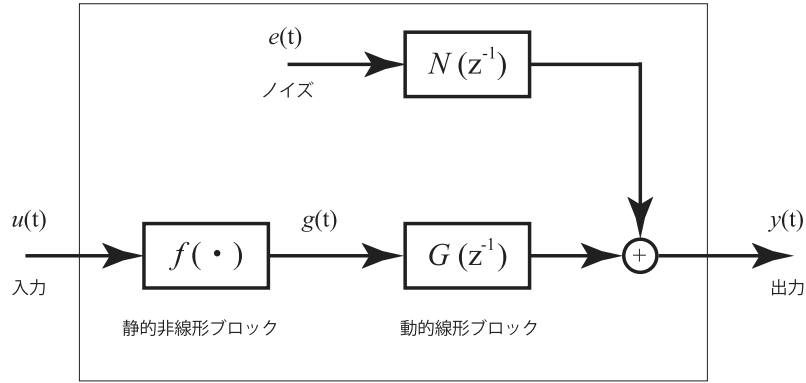


図1 Hammerstein 型非線形システム.

として表現され、線形部分は次のようなダイナミクスを持つとする.

$$y(t) = G(z^{-1})g(t) + N(z^{-1})e(t) \tag{2}$$

ここで、 $u(t)$ は入力、 $y(t)$ は出力、 $e(t)$ はノイズである。 $g(t)$ は非線形ブロックの出力であるが、同時に線形ブロックの入力信号でもある。この信号は観測不可能な内部信号である。 z^{-1} は $z^{-1}y(t) = y(t - 1)$ なる時間遅れオペレータであり、 $G(z^{-1})$ は線形ブロックの伝達関数であり、 $N(z^{-1})$ はノイズモデルである。

ここで、我々は入出力の観測値に基づいて非線形部分 $g(t)$ の各係数と線形部分の伝達関数を推定することにする。しかし、ゼロでない有限な定数 k に対して、 $kf(t)$ と $G(k^{-1})/k$ の対は k の値に関係なく同じ入出力関係を与えている。つまり、一般的なシステム同定の枠組みでは対 $[f(t), G(k^{-1})]$ と対 $[kf(t), G(k^{-1})/k]$ とを区別することは不可能である。従って、唯一な推定結果を得るために、一般性を失わず、関数 $f(t)$ の第1係数 p_1 を1に固定する。このとき、Hammerstein モデルは次のように表現できる：

$$y(t) = G(z^{-1})u(t) + \sum_{j=2}^m p_j G(z^{-1})u^j(t) + N(z^{-1})e(t) \tag{3}$$

このモデルは多入力一出力系の状態空間表現に変換することができる。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{t+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}\mathbf{u}_t + \mathbf{w}_t \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{C}\mathbf{x}_t + \mathbf{D}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t \end{aligned} \tag{4}$$

ここで、 $\mathbf{x}_t \in R^n$, $\mathbf{u}_t \in R^r$, $\mathbf{y}_t \in R^1$, $\mathbf{w}_t \in R^n$, $\mathbf{v}_t \in R^1$ はそれぞれシステムの状態、入力、出力、状態ノイズ、出力観測雑音である。 $\mathbf{A} \in R^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in R^{n \times r}$, $\mathbf{C} \in R^{1 \times n}$, $\mathbf{D} \in R^{1 \times r}$ はシステム行列であり、式(3)の各係数と対応関係がある。

このシステムは次のカルマンフィルタによって状態を推定することができる。

$$\hat{\mathbf{x}}_{t+1} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{B}\mathbf{u}_t + \mathbf{K}(\mathbf{y}_t - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_t - \mathbf{D}\mathbf{x}_t) \tag{5}$$

ここで $\mathbf{K} \in R_{n \times 1}$ はカルマンゲインであり、リカッチ方程式を解くことによって得られる。誤差 e_t を

$$e_t = \mathbf{y}_t - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}_t - \mathbf{D}\mathbf{x}_t \tag{6}$$

とすると、次のような innovation 形式を得る。

$$\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}\mathbf{u}_t + \mathbf{K}e_t \tag{7}$$

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{C}\mathbf{x}_t + \mathbf{D}\mathbf{x}_t + e_t \tag{8}$$

ここで、innovation $e_t \in R^1$ は平均ゼロの白色雑音であるとし、次のような仮定をする。

A1: (\mathbf{A}, \mathbf{C}) は可観測である.

A2: $(\mathbf{A}, [\mathbf{B}, \mathbf{K}])$ は可制御である.

A3: $e(t)$ は入力 u_t と独立する.

Z 変換により, 式 (7), (8) から次式を導く.

$$y_t = [\mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}]u_t + [\mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{K} + \mathbf{I}]e_t \quad (9)$$

式 (3) と比べると, 下記の関係は明らかである.

$$G(z^{-1}) = [\mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}] \quad (10)$$

$$N(z^{-1}) = [\mathbf{C}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{K} + \mathbf{I}] \quad (11)$$

ここで, \mathbf{I} は単位行列である. もし上記多入力-出力システムの各行列 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{K}$ が推定により得られれば, Hammerstein モデルの伝達関数とノイズモデルは式 (10), (11) の関係より得られる. また, 非線形部分の多項式係数は, 線形部分の伝達関数のゲインから求められる.

3 Hammerstein モデルの部分空間同定

ここで, 正規分布の白色雑音を入力信号とする. 有限長 N の入力信号の時系列 $\{u_t\}_1^N$ に対して, 離散フーリエ変換 (DFT) を行う.

$$U(j\omega) = DFT\{u_t\}_1^N = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N u_t e^{-j\omega t} \quad (12)$$

同様に, 出力 y_t と誤差信号 e_t にも離散フーリエ変換を行う.

$$Y(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N y_t e^{-j\omega t} \quad (13)$$

$$E(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N e_t e^{-j\omega t} \quad (14)$$

非線形ブロックについては下記の関係がある.

$$g(j\omega) = U(j\omega) + p_2 DFT\{u_t^2\} + \dots + p_j DFT\{u_t^j\} \quad (15)$$

式 (7), (8) について離散フーリエ変換を行うと周波数領域での関係式が得られる [6, 7].

$$e^{j\omega} \mathbf{X}(j\omega) = \mathbf{A}\mathbf{X}(j\omega) + \mathbf{B}U(j\omega) + \mathbf{K}E(j\omega) \quad (16)$$

$$Y(j\omega) = \mathbf{C}\mathbf{X}(j\omega) + \mathbf{D}U(j\omega) + E(j\omega) \quad (17)$$

ここで, 周波数領域での入力と出力データ行列を

$$\mathbf{U}_p(j\omega) = \begin{pmatrix} U_0(j\omega_0) & \dots & U_{j-1}(j\omega_{(j-1)}) \\ e^{j\omega_0} U_0(j\omega_0) & \dots & e^{j\omega_{(j-1)}} U_{j-1}(j\omega_{(j-1)}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(i-1)\omega_0} U_0(j\omega_0) & \dots & e^{j(i-1)\omega_{(j-1)}} U_{j-1}(j\omega_{(j-1)}) \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{Y}_p(j\omega) = \begin{pmatrix} Y_0(j\omega_0) & \dots & Y_{j-1}(j\omega_{(j-1)}) \\ e^{j\omega_0} Y_0(j\omega_0) & \dots & e^{j\omega_{(j-1)}} Y_{j-1}(j\omega_{(j-1)}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{j(i-1)\omega_0} Y_0(j\omega_0) & \dots & e^{j(i-1)\omega_{(j-1)}} Y_{j-1}(j\omega_{(j-1)}) \end{pmatrix} \quad (19)$$

とし, 便宜上の記号

$$\mathbf{U}_p := \mathbf{U}_{0|i-1}, \quad \mathbf{U}_f := \mathbf{U}_{i|2i-1}, \quad \mathbf{Y}_p := \mathbf{Y}_{0|i-1}, \quad \mathbf{Y}_f := \mathbf{Y}_{i|2i-1}, \quad \mathbf{E}_p := \mathbf{E}_{0|i-1}, \quad \mathbf{E}_f := \mathbf{E}_{i|2i-1} \quad (20)$$

を使い, 行列 $\mathbf{W}_f := [\mathbf{U}_f^T \mathbf{Y}_f^T]^T$ を仮定する. さらに, 拡張可観測行列 Γ_i , 決定的下三角 Toeplitz 行列 \mathbf{H}_i^d , 確率的下三角 Toeplitz 行列 \mathbf{H}_i^s をそれぞれ

$$\Gamma_i := \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_i^d := \begin{pmatrix} \mathbf{D} & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{CB} & \mathbf{D} & \dots & 0 \\ \mathbf{CAB} & \mathbf{CB} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-2}\mathbf{B} & \mathbf{CA}^{i-3}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{D} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H}_i^s := \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \mathbf{CK} & 1 & \dots & 0 \\ \mathbf{CAK} & \mathbf{CK} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-2}\mathbf{K} & \mathbf{CA}^{i-3}\mathbf{K} & \dots & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

のように定義し, 状態の時系列 \mathbf{X}_i を

$$\mathbf{X}_i := (x_i \quad x_{i+1} \quad x_{i+2} \quad \dots \quad x_{i+j-1}) \quad (22)$$

と定義すると, 次の入出力に関する行列方程式が得られる.

$$\mathbf{Y}_f(j\omega) = \Gamma_i \mathbf{X}_i(j\omega) + \mathbf{H}_i^d \mathbf{U}_f(j\omega) + \mathbf{H}_i^s \mathbf{E}_f(j\omega). \quad (23)$$

そこで, $\mathbf{W}_p, \mathbf{U}_f, \mathbf{Y}_f$ で構成する行列について QR 分解を行う.

$$\begin{pmatrix} \mathbf{W}_p \\ \mathbf{U}_f \\ \mathbf{Y}_f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{11} & 0 & 0 \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} & 0 \\ \mathbf{R}_{31} & \mathbf{R}_{32} & \mathbf{R}_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1 \\ \mathbf{Q}_2 \\ \mathbf{Q}_3 \end{pmatrix} \quad (24)$$

これより,

$$\mathbf{Y}_f = \mathbf{R}_{31}\mathbf{Q}_1 + \mathbf{R}_{32}\mathbf{Q}_2 + \mathbf{R}_{33}\mathbf{Q}_3 \quad (25)$$

$\mathbf{Y}_f/\mathbf{U}_f = \mathbf{R}_{32}\mathbf{Q}_2$ なので

$$\mathbf{Y}_f/\mathbf{U}_f^\perp = \mathbf{Y}_f - \mathbf{Y}_f/\mathbf{U}_f = \mathbf{R}_{31}\mathbf{Q}_1 + \mathbf{R}_{33}\mathbf{Q}_3 \quad (26)$$

を得る. $\mathbf{U}_f/\mathbf{U}_f^\perp = 0$ のため, データの長さが十分大きく, ノイズが入力に独立であれば, $\mathbf{E}_f/\mathbf{U}_f^\perp = \mathbf{E}_f$. このとき

$$\Gamma_i \mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp = \mathbf{R}_{31}\mathbf{R}_{11}^{-1}\mathbf{W}_p \quad (27)$$

行列 $\mathbf{O}_i = \mathbf{R}_{31}\mathbf{R}_{11}^{-1}\mathbf{W}_p$ の特異値分解を

$$\mathbf{O}_i = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T \simeq (\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2) \begin{pmatrix} \mathbf{S}_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{pmatrix} \quad (28)$$

とすると, 下記の性質がいえる.

$$\Gamma_i = \mathbf{U}_1\mathbf{S}_1^{1/2}, \quad \mathbf{X}_i/\mathbf{U}_f^\perp = \mathbf{S}_1^{1/2}\mathbf{V}_2^T \quad (29)$$

行列 \mathbf{O}_i の特異値分解がシステムの次数 n の推定値となり, 左特異値ベクトル \mathbf{U}_1 とゼロでない特異値によって, 拡張可観測行列 $\Gamma_i \in R^{pr \times n}$ が得られる. したがって, 行列 \mathbf{C} と \mathbf{A} の推定値は次のように計算できる [8, 9].

$$\Gamma_i = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ \Gamma_{i-1}\mathbf{A} \end{pmatrix}, \quad \hat{\mathbf{C}} = \Gamma_i(1:p, 1:n) \quad (30)$$

$$\hat{\mathbf{A}} = \Gamma_i^+(1:p(r-1), 1:n)\Gamma_i(p+1:pr, 1:n) \quad (31)$$

式 (23) を

$$[\mathbf{I} - \mathbf{H}_i^d] \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_f \\ \mathbf{U}_f \end{pmatrix} = \Gamma_i \mathbf{X}_i + \mathbf{H}_i^s \mathbf{E}_f \quad (32)$$

のように変形し, \mathbf{W}_p の行空間に直交射影を行うと

$$[\mathbf{I} - \mathbf{H}_i^d]\mathbf{W}_f/\mathbf{W}_p = \Gamma_i \mathbf{X}_i/\mathbf{W}_p + \mathbf{H}_i^s \mathbf{E}_f/\mathbf{W}_p \quad (33)$$

が得られる。この式の最後の項は、未来外乱の過去入力と出力の行空間への直交射影であり、ゼロとなる。行列 $\hat{\mathbf{X}}_i = \mathbf{X}_i/\mathbf{W}_p$ を定義し、上式からこれを解くと $\hat{\mathbf{X}}_i$ は

$$\hat{\mathbf{X}}_i = \Gamma_i^+ [\mathbf{I} \quad -\mathbf{H}_i^d] \mathbf{W}_f / \mathbf{W}_p \quad (34)$$

となる。これまで得られた行列 \mathbf{A} と \mathbf{C} の推定値を式 (16), (17) に代入し次式を得る。

$$e^{j\omega} \mathbf{X}(j\omega) = \hat{\mathbf{A}} \mathbf{X}(j\omega) + \mathbf{B} \mathbf{U}(j\omega) + \mathbf{K} E(j\omega) \quad (35)$$

$$Y(j\omega) = \hat{\mathbf{C}} \mathbf{X}(j\omega) + \mathbf{D} \mathbf{U}(j\omega) + E(j\omega) \quad (36)$$

さらに式 (34) を代入し、最小二乗法で行列 $\hat{\mathbf{D}}$ と $\hat{\mathbf{B}}$ を求める [10]。行列 $\hat{\mathbf{K}}$ はリカッチ方程式を解くことによって得られる。したがって、本 MISO システムの周波数領域における状態方程式モデルの推定結果は次の通りである [9]。

$$\begin{pmatrix} e^{j\omega} \mathbf{X}(\omega) \\ Y(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{A}} & \hat{\mathbf{B}} \\ \hat{\mathbf{C}} & \hat{\mathbf{D}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}(\omega) \\ \mathbf{U}(\omega) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{K}} E(\omega) \\ E(\omega) \end{pmatrix} \quad (37)$$

以上より、線形部分のパルス伝達関数とノイズモデルは次の通り推定される。

$$\hat{\mathbf{G}}(e^{j\omega}) = [\hat{\mathbf{C}}(e^{j\omega} \mathbf{I} - \hat{\mathbf{A}})^{-1} \hat{\mathbf{B}} + \hat{\mathbf{D}}] \quad (38)$$

$$\hat{\mathbf{N}}(e^{j\omega}) = [\hat{\mathbf{C}}(e^{j\omega} \mathbf{I} - \hat{\mathbf{A}})^{-1} \hat{\mathbf{K}} + \mathbf{I}] \quad (39)$$

本 MISO システムにおいて、パルス伝達関数行列 $\hat{\mathbf{G}}(e^{j\omega})$ は

$$\hat{\mathbf{G}}(e^{j\omega}) = [\hat{G}_1(e^{j\omega}), \hat{G}_2(e^{j\omega}), \dots, \hat{G}_j(e^{j\omega})] \quad (40)$$

となっており、 $\hat{G}_1(e^{j\omega})$ が線形部分のパルス伝達関数である。

$$\hat{G}_1(e^{j\omega}) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} \quad (41)$$

式 (3) に従い、伝達関数 $\hat{G}_j(e^{j\omega})$ は

$$\hat{G}_j(e^{j\omega}) = \frac{Y(j\omega)}{U_j(j\omega)} = \frac{Y(j\omega)}{DFT\{u^j(t)\}} = \hat{p}_j \hat{G}_1(e^{j\omega}) \quad (42)$$

となっている。この式により、Hammerstein モデル非線形部分の各係数が計算できる。

$$\hat{p}_j = |\hat{G}_j(e^{j\omega})| / |\hat{G}_1(e^{j\omega})| \quad (43)$$

4 シミュレーション例

本研究で提案した手法を検証するために次のような Hammerstein システムを用いる。このシステム非線形部分は 3 次多項式

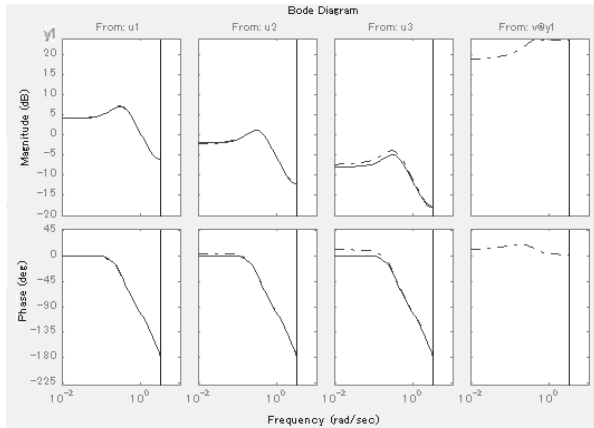
$$g(t) = u(t) + 0.5u^2(t) + 0.25u^3(t) \quad (44)$$

で表され、線形部分の伝達関数とノイズモデルは次の通りである。

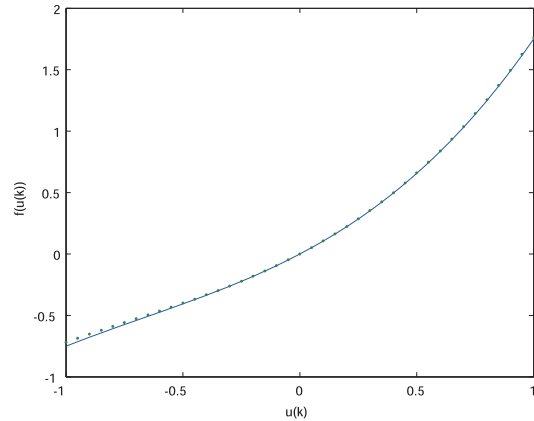
$$G(z^{-1}) = \frac{0.84z^{-1} - 0.68}{z^{-2} - 1.5z^{-1} + 0.6} \quad (45)$$

$$N(z^{-1}) = \frac{z^{-2} - 1.62z^{-1} + 0.75}{z^{-2} - 1.5z^{-1} + 0.6} \quad (46)$$

入力信号 $u(t)$ は白色雑音であり、データの長さは $N = 512$ とした。外乱 $e(t)$ は平均ゼロ、分散 σ_e の白色雑音であり、入力 $u(t)$ と独立している。サンプル信号 $\{u(t)\}$, $\{e(t)\}$ について離散フーリエ変換をほどこし、周波数領域の



(a) The bode diagram of the MISO system.



(b) Nonlinear part: true (solid) and estimated (dotted).

図2 シミュレーション結果.

データを得る. 線形部分では, $u(j\omega)$, $u^2(j\omega)$, $u^3(j\omega)$ の3つの入力系列と $y(j\omega)$ の1つの出力系列があると見なせる. このように生成された入出力の周波数領域データを用いて, 提案手法によりシステムのパラメータを推定した.

まず, $\sigma_e = 0$ の条件下で, \mathbf{O}_i 行列の特異値分解により線形部分の次数が $n = 2$ と推定され, 元の Hammerstein システムの線形部次数と一致している. 次に, $\sigma_e = 0.2$ の条件下で, 20 回の Monte Carlo 実験を行った. 式 (38)–(42) により, 伝達関数とノイズモデルが推定され, その結果を図 2(a) に示した. 実線がシステムの周波数特性, 鎖線が推定結果を表す. 推定結果の特性が元のシステムと良くマッチしていることが分かる. 図 2(b) には非線形部分の推定結果を示している. こちらも多項式の各係数が正しく推定されて, 推定結果が元のシステムと良く一致していることが分かる.

5 おわりに

本論文では, 周波数領域のサンプルデータを用いて Hammerstein モデルを同定する手法を提案した. Hammerstein モデルの静的非線形関数が多項式関数で表現されるとき, この系は多入力一出力のシステムとして推定することができる. 提案手法により, 周波数領域における innovation 形式の状態空間モデルが得られ, 伝達関数とノイズモデルを推定することができる. さらに, 各サブシステムのゲインの比により多項式の各係数を計算し, 非線形部分の関数推定も可能になった. 数値シミュレーションにより, 提案手法の有効性が検証された.

参考文献

- [1] K.S. Narendra and P.G. Gallman, “An iterative method for the identification of nonlinear systems using the Hammerstein model”, *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol.AC-11, no.3, pp.546–550 (1966)
- [2] E.W. Bai, “An optimal two-stage identification algorithm for Hammerstein-Wiener nonlinear systems”, *Automatica*, Vol.34, no.3, pp.333–338 (1998)
- [3] E.W. Bai, “A blind approach to Hammerstein model identification”, *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.50, no.7, pp.1610–1619 (2002)
- [4] E.W. Bai, “Frequency domain identification of Hammerstein models”, *IEEE Trans. Autom. Control*, Vol.48, no.4, pp.530–542 (2003)
- [5] Z. Li and K. Wada and S. Kanae, “Subspace Identification of Hammerstein Systems with Frequency Domain Data”, *Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pp.329–

334, August 9-12, Changchun, China (2009)

- [6] T. McKelvey, “An efficient frequency domain state-space identification algorithm”, *Proc. 33rd IEEE Conf. on Decision and Control*, Lake Buena Vista, FL, USA, pp.3359–3364 (1994)
- [7] K. Liu, R.N. Jacques and D.W. Miller, “Frequency domain structural system identification by observability range space extraction”, *Proc. Amer. Control Conf.*, Baltimore, MD, Vol.1, pp.107–111 (1994)
- [8] P. V. Overschee and B. D. Moor, “N4sid: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic system”, *Automatic*, Vol.30, no.1, pp.75–93 (1994)
- [9] P.V. Overschee and B.D. Moor, “Continuous-time frequency domain subspace system identification”, *Signal Processing*, Vol.52, pp.179–194 (1996)
- [10] L. Ljung, *System Identification: Theory for the Users. (2nd ed.)*, Prentice–Hall (1999)

(平成 22 年 3 月 31 日受理)